01;05;10;11;12

# Пробеги тяжелых ионов низких энергий в бериллии, боре, углероде и кремнии

© Е.Г. Шейкин

Акционерное общество открытого типа "Научно-исследовательское предприятие гиперзвуковых систем", 196066 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 21 января 1997 г. В окончательной редакции 17 июня 1997 г.)

На основе разработанной теории прохождения тяжелых ионов низких энергий в веществе получены простые аналитические выражения для расчета средних значений проективных пробегов ионов и среднеквадратичных отклонений проективных пробегов. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных пробегов тяжелых ионов с атомными номерами $29 \le Z_1 \le 83$ в мишенях из Be, B, C и Si. Наблюдается хорошее согласие теории с экспериментом.

В работе [1] развита теория распространения тяжелых ионов низких энергий в аморфной среде в случае, когда основным процессом, определяющим перенос ионов является процесс их упругого рассеяния на атомах мишени. Процесс упругого рассеяния описывается в приближении модифицированной модели твердых шаров [2]. Сечение упругого рассеяния определяется через тормозную способность $s_n$ для потенциала взаимодействия в модели Томаса–Ферми. Предполагается, что остановка иона в веществе происходит, когда его энергия становится меньше некоторой пороговой величины $E_{\text{th}}$. В этих приближениях в работе [1] получены аналитические выражения для расчета среднего значения проективного пробега ионов $\bar{R}_p$ и среднеквадратичного отклонения проективных пробегов $\Delta R_p$. В данной работе проводится сопоставление теоретических результатов полученных в [1] с экспериментом [3–6] и предлагаются простые выражения для расчетов $\bar{R}_p$ и $\Delta R_p$. Приведем формулы для расчета $\bar{R}_p$ и $\Delta R_p$ из [1]

$$\bar{R}_p = \sum_{k=1}^{\infty} q_k \bar{x}_k, \quad \overline{R_p^2} = \sum_{k=1}^{\infty} q_k \overline{x_k^2},$$

$$\Delta R_p = \sqrt{\left(\overline{R_p^2} - \bar{R}_p^2\right)}, \tag{1}$$

где $x_k$ — расстояние от поверхности твердого тела до точки, в которой ион испытывает $k$-е столкновение; $q_k$ — вероятность того, что ион остановится после $k$-го столкновения;

$$q_k = \xi_k - \xi_{k-1},$$

$$\xi_k = 1 - Q^k \sum_{i=0}^{N} (-1)^i c_k^i \left[\alpha^i - \frac{E_{\text{th}}}{E} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{1}{j!} \ln^j(\alpha^i E/E_{\text{th}})\right], \ k > N,$$

$$\xi_k = 0, \qquad k \le N, \tag{2}$$

где $E$ — начальная энергия иона, $N$ — целая часть числа $\ln(E/E_{\text{th}})/\ln(\alpha)$, $\alpha = \left((m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)\right)^2$, $m_1$ — масса иона, $m_2$ — масса атома мишени,

$$c_k^i = \frac{k!}{i!(k-i)!}, \quad Q = 1/(1-\alpha).$$

Средние значения $\bar{x}_k$ и $\overline{x_k^2}$, входящие в (1), определяются соотношениями

$$\bar{x}_k = \sum_{j=0}^{k-1} \overline{\lambda_j \mu_j}, \quad \overline{x_k^2} = \bar{x}_k^2 + \sum_{j=0}^{k-1} \left(\overline{\lambda_j^2 \mu_j^2} - \bar{\lambda}_j^2 \bar{\mu}_j^2\right). \tag{3}$$

Здесь $\lambda_j$ — длина пробега иона между $j$- и $j+1$-столкновениями, $\mu_j$ — косинус угла между направлением движения иона после $j$-го столкновения и нормалью к поверхности мишени. Средние значения $\bar{\mu}_j$ и $\overline{\mu_j^2}$ определяются соотношениями

$$\bar{\mu}_j = \mu_0 (\overline{\cos\Theta})^j, \ \ \overline{\mu_j^2} = \frac{1}{3} + \left(\mu_0^2 - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{3\overline{\cos^2\Theta} - 1}{2}\right)^j,$$

где $\theta$ — угол рассеяния иона в лабораторной системе при столкновении с атомом мишени, $\mu_0$ — начальное значение $\mu$, в дальнейшем будем полагать $\mu_0 = 1$.

В модифицированной модели твердых шаров средние значения $\overline{\cos\Theta}$ и $\overline{\cos^2\Theta}$ определяются следующими соотношениями:

$$\overline{\cos\Theta} = \begin{cases} 1 - \frac{1}{3}(m_2/m_1)^2, & m_1 > m_2, \\ \frac{2}{3}(m_1/m_2), & m_1 \le m_2, \end{cases}$$

$$\overline{\cos^2\Theta} = 1 - \frac{1}{4}\left(1 + (m_2/m_1)^2\right)$$

$$+ \frac{1}{16}(m_1/m_2)\left(1 - (m_2/m_1)^2\right)^2 \ln(1/\alpha). \tag{4}$$

При $m_1 > m_2$ для расчета $\overline{\cos^2\Theta}$ удобно использовать разложение данного выражения в ряд Тейлора. В частности, при $m_1/m_2 \ge 2$ для расчета $\overline{\cos^2\Theta}$ с относительной погрешностью, не превышающей 0.1%, получаем следующее выражение:

$$\overline{\cos^2\Theta} \approx 1 - \frac{2}{3}(m_2/m_1)^2 + \frac{2}{15}(m_2/m_1)^4.$$

Выражения для средних значений $\overline{\lambda_j}$ и $\overline{\lambda_j^2}$, входящих в (3), получены в [1] с использованием аппроксимационного выражения для $s_n$ из [7]

$$s_n = \frac{g\sqrt{\varepsilon}}{b + \varepsilon} \ \text{ при } \ g = 0.45, \quad b = 0.3. \tag{5}$$

Приведенная энергия $\varepsilon$ определяется соотношением

$$\varepsilon = E\,\frac{m_2 a}{Z_1 Z_2 e^2 (m_1 + m_2)},$$

где $Z_1$ и $Z_2$ — соответственно заряд ядра иона и атома мишени, $a$ — параметр экранирования, $e$ — заряд электрона.

Используется приближение Линдхарда, в котором $a = 0.8853 a_0/(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{1/2}$, $a_0$ — боровский радиус. В этом случае, согласно [1],

$$\overline{\lambda}_j = \lambda_0\Big[b + \gamma^j(1/2) + \varepsilon\gamma^j(3/2)\Big],$$

$$\overline{\lambda_j^2} = 2\lambda_0^2\Big[b^2\gamma^j(1) + 2b\varepsilon\gamma^j(2) + \varepsilon^2\gamma^j(3)\Big], \qquad (6)$$

где $\gamma(w) = (1-\alpha^{1+w})/\big((1-\alpha)(1+w)\big)$, $\lambda_0 = \sqrt{\varepsilon}/(2gn\pi a^2)$, $n$ — концентрация атомов мишени.

Совокупность формул (1)–(6) позволяет рассчитать при заданной величине $E_{\text{th}}$ зависимость пробегов ионов в веществе от их энергии $E$. Величину $E_{\text{th}}$ определим аналогично [1] соотношением $E_{\text{th}} = E_d/(1-\alpha)$, полученным из условия равенства максимальной энергии, передаваемой атому мишени при столкновении, и энергии смещения $E_d$. Энергия смещения $E_d$ для различных материалов мишени, согласно [8], изменяется в пределах от 10 до 35 eV.

Исследуем, насколько существен учет $E_{\text{th}}$ при расчете пробегов тяжелых ионов с энергиями $\varepsilon \le 0.1$ Рассмотрим предельный случай $E_{\text{th}} = 0$. Для предельных значений пробегов ионов при $E_{\text{th}} = 0$ введем специальные обозначения: $L_p$ — предельное значение среднего проективного пробега, $\Delta L_p$ — предельное значение среднеквадратичного отклонения проективных пробегов. Согласно (2), при $E_{\text{th}} = 0$ величина $q_k = 0$ для любого конечного значения числа $k$. Следовательно, согласно (1)–(3), для $L_p$ и $\Delta L_p$ получаем следующие выражения:

$$L_p = \sum_{j=0}^{\infty}\overline{\lambda_j\mu_j}, \quad (\Delta L_p)^2 = \sum_{j=0}^{\infty}\Big(\overline{\lambda_j^2\mu_j^2} - \overline{\lambda}_j^2\overline{\mu}_j^2\Big). \qquad (7)$$

После несложных преобразований из формул (3)–(7) получаем

$$L_p = \lambda_0\left[\frac{b}{1-\gamma(1/2)\overline{\cos\Theta}} + \frac{\varepsilon}{1-\gamma(3/2)\overline{\cos\Theta}}\right],$$

$$(\Delta L_p)^2 = \lambda_0^2\left\{\frac{2}{3}\left[\frac{b^2}{1-\gamma(1)} + \frac{2b\varepsilon}{1-\gamma(2)} + \frac{\varepsilon^2}{1-\gamma(3)}\right]\right.$$

$$+\frac{4}{3}\left[\frac{b^2}{1-\tau\gamma(1)} + \frac{2b\varepsilon}{1-\tau\gamma(2)} + \frac{\varepsilon^2}{1-\tau\gamma(3)}\right]$$

$$-\left[\frac{b^2}{1-(\gamma(1/2)\overline{\cos\Theta})^2} + \frac{2b\varepsilon}{1-\gamma(1/2)\gamma(3/2)(\overline{\cos\Theta})^2}\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\varepsilon^2}{1-(\gamma(3/2)\overline{\cos\Theta})^2}\right]\right\}, \qquad (8)$$

где $\tau = \big(3\overline{\cos^2\Theta}\big)/2$.

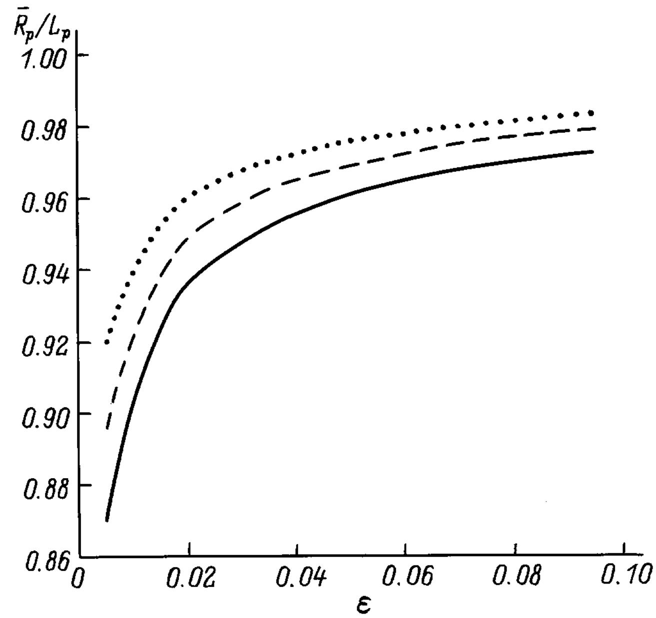


**Рис. 1.** Зависимость отношения $\overline{R}_p/L_p$ от энергии ионов, при $E_d = 25$ eV: сплошная кривая — Pb–C, штриховая — Cs–Si, пунктир — Pb–Si.

На рис. 1 представлены зависимости $\overline{R}_p/L_p$ от энергии ионов для различных пар ион–мишень. При расчете $\overline{R}_p$ для всех мишеней полагали $E_d = 25$ eV. Видно, что при больших значениях $\varepsilon$ отношение $\overline{R}_p/L_p$ близко к единице и падает с уменьшением энергии иона. При фиксированном значении $\varepsilon$ отношение $\overline{R}_p/L_p$ падает как с уменьшением $Z_1$, так и с уменьшением $Z_2$. При $\varepsilon < 0.05$ отличие $\overline{R}_p$ от $L_p$ становится существенным. В этом диапазоне энергий необходим корректный учет пороговой энергии $\varepsilon_{\text{th}}$ при расчете проективных пробегов ионов в веществе. Сравнительные расчеты зависимостей $\overline{R}_p(\varepsilon)$ и $L_p(\varepsilon)$, а также $\Delta R_p(\varepsilon)$ и $\Delta L_p(\varepsilon)$ были проведены для большого набора комбинаций ион–мишень, удовлетворяющих условию $m_1/m_2 \ge 2$. На основе этих расчетов получены следующие аппроксимированные выражения для расчета проективных пробегов ионов в веществе:

$$\overline{R}_p(\varepsilon) \approx L_p(\varepsilon) - \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^{0.8} L_p(\varepsilon_{\text{th}}),$$

$$\Delta R_p(\varepsilon) \approx \Delta L_p(\varepsilon). \qquad (9)$$

Относительная погрешность при расчете по формулам (9) в диапазоне энергий $0.005 \le \varepsilon \le 0.1$ для $\overline{R}_p$ не превышает 0.3%, а для $\Delta R_p$ — 1%. Таким образом, использование формул (8)–(10) позволяет просто и с высокой точностью рассчитывать значения проективных пробегов ионов в веществе.

При малых значениях параметра $m_2/m_1$ выражения для расчета предельных значений пробегов ионов $L_p$ и $\Delta L_p$, входящих в (9), могут быть существенно упрощены. Используя разложение в ряд Тейлора функций $L_p$ и $\Delta L_p$, определяемых формулами (8), и ограничиваясь

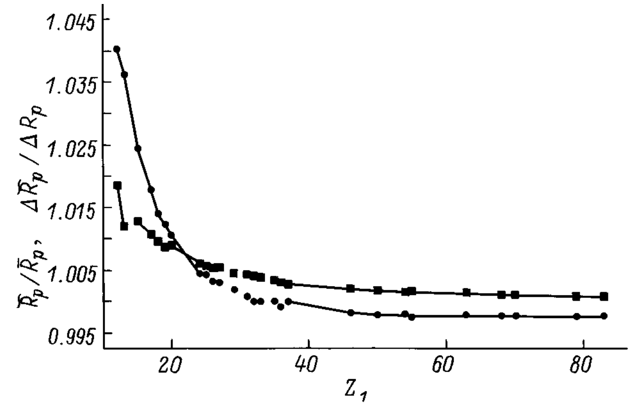


**Рис. 2.** Зависимость отношения приближенных значений пробегов ионов к точным от атомного номера иона $Z_1$: $\varepsilon = 0.01$; ■ — $\tilde{R}_p/\bar{R}_p$; ● — $\Delta\tilde{R}_p/\Delta R_p$.

первыми членами разложения, получаем приближенные выражения для предельных пробегов ионов

$$\tilde{L}_p = \lambda_0\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)\left(b+\varepsilon\left(\frac{1}{3}+0.52\,\frac{m_2}{m_1}\right)\right),$$

$$(\Delta\tilde{L}_p)^2 = 0.5\frac{m_1}{m_2}\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)^2 \times\left[b^2\left(1-\frac{1}{6}\frac{m_2}{m_1}\right)+b\varepsilon\left(1+\frac{5}{4}\frac{m_2}{m_1}\right) + \varepsilon^2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\frac{m_2}{m_1}\right)\right]. \qquad (10)$$

Для констатации приближенного характера полученных соотношений используется волнистая линия сверху над обозначением соответствующих величин. При $m_1/m_2 \geq 2$, $\varepsilon \leq 0.1$ относительные отклонения приближенных значений $\tilde{L}_p$ от точных $L_p$ не превышает 2%, а $\Delta\tilde{L}_p$ от $\Delta L_p$ — 3.5%. Эти отклонения меньше обычных погрешностей экспериментального определения пробегов ионов в веществе. Поэтому представляется целесообразным на основе формул (9), (10) ввести следующие приближенные выражения для расчета пробегов ионов:

$$\tilde{R}_p(\varepsilon) = \tilde{L}_p(\varepsilon) - \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^{0.8}\tilde{L}_p(\varepsilon_{\text{th}}),$$

$$\Delta\tilde{R}_p(\varepsilon) = \Delta\tilde{L}_p(\varepsilon). \qquad (11)$$

На рис. 2 проводится сопоставление точных значений пробегов ионов в углероде, рассчитываемых по формулам (1)–(6), и приближенных, рассчитываемых по (10), (11). Сравнение проводится в широком диапазоне изменения $Z_1$ от 12 (магний) до 83 (висмут). Из рис. 2 видно, что погрешность приближенного расчета пробегов ионов по формуле (11) невелика и быстро падает с ростом $Z_1$. При значениях $Z_1 > 20$, отвечающих значениям $m_2/m_1 < 0.3$, отклонения приближенных пробегов $\tilde{R}_p$ и $\Delta\tilde{R}_p$ от точных соответственно $\bar{R}_p$ и $\Delta R_p$ не превышает 1%. Это позволяет получить из (10), (11) надежную оценку для отношения $\Delta R_p/\bar{R}_p$. Предполагая параметры $m_2/m_1$ и $\varepsilon$ малыми (с ограничивающим условием $\varepsilon_{\text{th}} \ll \varepsilon \leq 0.1$), разложим в ряд Тейлора отношение функций $\Delta\tilde{R}_p$ и $\tilde{R}_p$. Ограничившись членами первого порядка малости, получим

$$\Delta R_p/\bar{R}_p \approx \frac{\left(1+(\varepsilon/b - m_2/m_1)/6\right)}{1-\sqrt{\varepsilon_{\text{th}}/\varepsilon}}\sqrt{\frac{m_2}{2m_1}}. \qquad (12)$$

При $m_2/m_1 < 0.3$ выражение (12) с высокой точностью определяет отношение $\Delta R_p/\bar{R}_p$. В частности, при $\varepsilon = 0.1$ для пары Ca–C результат точного расчета по формулам (1)–(6) дает значение $\Delta R_p/\bar{R}_p = 0.427$, а приближенного по формуле (12) — $\Delta R_p/\bar{R}_p = 0.424$. Для пары Pb–C результаты точного и приближенного расчетов совпадают в третьем знаке $\Delta R_p/\bar{R}_p = 0.184$.

Проведем сопоставление результатов эксперимента [3–6] с результатами расчетов. Чтобы не вносить дополнительный элемент неопределенности, для сравнения используем результаты точных расчетов по формулам (1)–(6). На рис. 3 приведены зависимости пробегов ионов от энергии для четырех различных комбинаций ион–мишень. Как видно из рисунка, экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими. Выборочное сопоставление экспериментальных результатов с теоретическими для 19 комбинаций ион–мишень при различных энергиях ионов проводится в табл. 1. Анализ приведенных результатов показывает, что для мишеней из Be, B и C наблюдается в целом хорошее согласие экспериментальных и теоретических значений $\bar{R}_p$ и $\Delta R_p$. Для мишеней из Si теоретические значения $\bar{R}_p$ и $\Delta R_p$, как правило, выше экспериментальных.

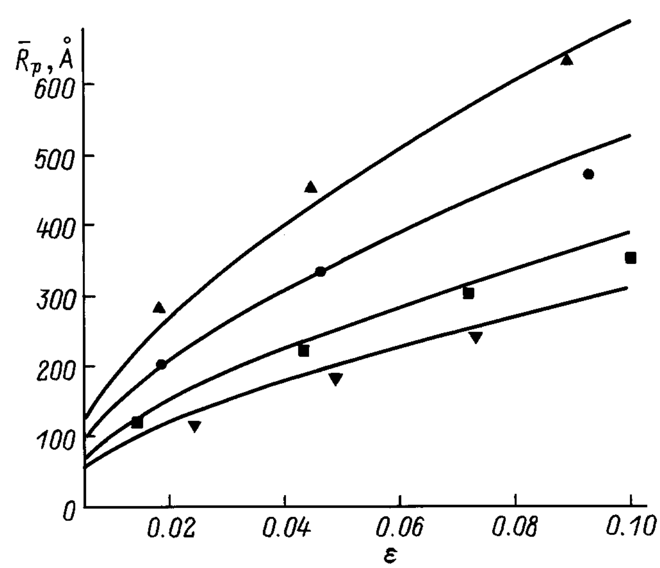


**Рис. 3.** Зависимость пробегов ионов $\bar{R}_p$ — от энергии: сплошные линии — расчет по формулам (1)–(6), ▲ — Pb–Be, ● — Au–B, ■ — Eu–C, ▼ — Pd–Si.

Проведем статистическую обработку результатов сравнения теоретических значений пробегов ионов в рассматриваемых мишенях с представленными в работах [3–6] экспериментальными значениями пробегов для ионов с атомными номерами от $Z_1 = 29$ до 83 и энергиями $\varepsilon \leq 0.1$. Рассмотрим безразмерные величины $\delta_1$, $\delta_2$, введенные следующим образом: $\delta_1(\varepsilon_i)$ — отношение эспериментальных значений $\bar{R}_p$ к теоретическим, $\delta_2(\varepsilon_i)$ — отношение экспериментальных значений $\Delta R_p$ к теоретическим, где $\varepsilon_i$ — соответствующие значения энергии ионов.

**Таблица 1.** Параметры экспериментальных и теоретических пробегов ионов

| Ион | Мишень | $E$, keV | $\varepsilon$ | Эксперимент | | Теория | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\bar{R}_p$, Å | $\Delta R_p$, Å | $\bar{R}_p$, Å | $\Delta R_p$, Å |
| Bi | Be | 20 | 0.0174 | 280 | – | 251 | 41 |
| | | 50 | 0.0436 | 450 | – | 424 | 67 |
| | | 100 | 0.0872 | 650 | – | 640 | 102 |
| | B | 20 | 0.0165 | 180 | 30 | 202 | 35 |
| | | 50 | 0.0411 | 285 | 60 | 339 | 59 |
| | | 100 | 0.0823 | 440 | 90 | 511 | 89 |
| | Si | 20 | 0.0133 | 160 | 50 | 230 | 62 |
| | | 50 | 0.0333 | 270 | 75 | 379 | 101 |
| | | 100 | 0.0666 | 425 | 115 | 562 | 152 |
| Pb | Be | 20 | 0.0179 | 280 | – | 251 | 41 |
| | | 50 | 0.0446 | 450 | – | 423 | 67 |
| | | 100 | 0.0893 | 630 | – | 640 | 102 |
| | B | 20 | 0.0169 | 175 | 30 | 202 | 36 |
| | | 50 | 0.0421 | 310 | 70 | 339 | 59 |
| | | 100 | 0.0843 | 450 | 100 | 510 | 89 |
| | C | 20 | 0.0154 | 205 | 44 | 203 | 38 |
| | | 50 | 0.0384 | 315 | 60 | 340 | 62 |
| | | 100 | 0.0769 | 495 | 91 | 510 | 93 |
| Au | B | 20 | 0.0186 | 200 | 50 | 198 | 36 |
| | | 50 | 0.0464 | 330 | 70 | 334 | 59 |
| | | 100 | 0.0928 | 470 | 90 | 504 | 91 |
| | C | 20 | 0.0169 | 197 | 25 | 200 | 38 |
| | | 50 | 0.0423 | 315 | 47 | 335 | 62 |
| | | 100 | 0.0846 | 460 | 80 | 504 | 95 |
| | Si | 20 | 0.0149 | 250 | 54 | 226 | 62 |
| | | 50 | 0.0373 | 375 | 84 | 373 | 103 |
| | | 100 | 0.0746 | 484 | 130 | 557 | 156 |
| Yb | B | 20 | 0.0245 | 180 | 40 | 190 | 37 |
| | | 50 | 0.0612 | 310 | 60 | 323 | 62 |
| | C | 20 | 0.0223 | 176 | 35 | 192 | 39 |
| | | 50 | 0.0558 | 295 | 59 | 324 | 65 |
| | Si | 20 | 0.0194 | 200 | 43 | 219 | 64 |
| | | 50 | 0.0486 | 310 | 84 | 365 | 108 |
| | | 100 | 0.0972 | 468 | 126 | 552 | 167 |
| Eu | Be | 20 | 0.0337 | 220 | – | 227 | 43 |
| | | 50 | 0.0842 | 365 | – | 392 | 74 |
| | C | 50 | 0.0720 | 302 | 64 | 315 | 68 |
| | Si | 20 | 0.0247 | 194 | 29 | 212 | 67 |
| | | 50 | 0.0618 | 318 | 68 | 357 | 113 |
| Cs | Be | 20 | 0.0455 | 200 | – | 220 | 44 |
| | B | 20 | 0.0427 | 165 | 45 | 177 | 39 |
| | C | 20 | 0.0387 | 170 | 43 | 179 | 41 |
| | | 50 | 0.0968 | 290 | 69 | 310 | 72 |
| | Si | 20 | 0.0327 | 137 | 50 | 207 | 70 |
| | Si | 50 | 0.0819 | 270 | 84 | 354 | 121 |

**Таблица 2.** Результаты статистической обработки данных сравнения экспериментальных и теоретических значений пробегов ионов в веществе

| Мишень | $\bar{\delta}_1$ | $\sigma_1$ | $\bar{\delta}_2$ | $\sigma_2$ |
|---|---|---|---|---|
| Be | 1.02 | 0.075 | – | – |
| B | 0.92 | 0.053 | 1.07 | 0.16 |
| C | 0.93 | 0.066 | 0.93 | 0.18 |
| Si | 0.88 | 0.12 | 0.72 | 0.12 |

В табл. 2 приведены результаты статистической обработки полученных данных $\delta_1(\varepsilon_i)$ и $\delta_2(\varepsilon_i)$ для различных мишеней. Математические ожидания $\bar{\delta}_1$ и $\bar{\delta}_2$ являются усредненными по $\varepsilon_i$ и $Z_1$ значениями соответствующих наборов величин $\delta_1(\varepsilon_i)$ и $\delta_2(\varepsilon_i)$. Величины $\sigma_1$ и $\sigma_2$ — среднеквадратичные отклонения для соответствующих значений $\delta_1$ и $\delta_2$. Из табл. 2 следует, что в среднем экспериментальные и теоретические результаты находятся в хорошем соответствии. Незначительные отличия величин $\bar{\delta}_1$ и $\bar{\delta}_2$ от единицы для B и C и чуть бóльшие для Si могут быть вызваны как погрешностями экспериментального измерения пробегов, так и приближенностью разработанного теоретического подхода. Систематический характер отклонения теоретических и экспериментальных значений пробегов ионов в Si, возможно, обусловлен влиянием процесса неупругого торможения, не учитываемого в данной работе. Приведенные в табл. 2 значения $\bar{\delta}_1$ и $\bar{\delta}_2$ могут быть использованы для корректировки теоретических значений пробегов ионов в мишенях из Be, B, C и Si.

## Список литературы


[1] *Шейкин Е.Г.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 10. С. 16–20.
[2] *Шейкин Е.Г.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 10. С. 63.
[3] *Behar M., Fichtner P.F., Oliveri C.A.* et al. // Nucl. Instr. and Meth. 1985. Vol. B6. N 3. P. 453–458.
[4] *Fichtner P.F., Behar M., Oliveri C.A.* et al. // Nucl. Instr. and Meth. 1987. Vol. B28. N 4. P. 481–487.
[5] *Grande M., Behar M., Biersack J.P., Zawislak F.C.* // Nucl. Instr. and Meth. 1990. Vol. B45. N 1–4. P. 689–692.
[6] *Grande M., Zawislak F.C., Fink D., Behar M.* // Nucl. Instr. and Meth. 1990. Vol. B61. N 3. P. 282–290.
[7] *Юдин В.В.* // ДАН СССР. 1972. Т. 207. № 2. С. 325–332.
[8] *Экштайн В.* Компьютерное моделирование взаимодействия частиц с поверхностью твердого тела. М.: Мир, 1995. 320 с.