

01;02;05;10

## Излучение одиночных гамма-квантов электронами с энергиями в сотни GeV в ориентированных кристаллах

© А.Х. Хоконов, М.Х. Хоконов

Кабардино-Балкарский государственный университет,  
360004 Нальчик, Россия

(Поступило в Редакцию 28 октября 1996 г. В окончательной редакции 17 июня 1997 г.)

Рассчитаны сечения излучения одиночных жестких фотонов, излучаемых электронами с энергиями 150–1000 GeV при прохождении через ориентированные кристаллы под малыми углами к кристаллографическим осям. В расчетах наряду с излучением в непрерывном потенциале учитывался также вклад в спектр некогерентного излучения на отдельных атомах кристалла. Расчеты сравниваются с обычным спектром Бете–Гайтлера для толстой аморфной мишени с учетом поглощения фотонов за счет образования электрон-позитронных пар. Показано, что в рассматриваемой области энергий ориентированный кристалл может быть более эффективен, чем толстая аморфная мишень, для получения большего числа жестких гамма-квантов с энергиями, соизмеримыми с энергией излучающих электронов.

Эксперименты по измерению спектров гамма-квантов, излучаемых электронами с энергиями 150–240 GeV [1,2], показывают, что при движении их через кристаллы под малыми углами к основным кристаллографическим осям происходит резкое увеличение выхода излучения по сравнению с обычным тормозным излучением Бете–Гайтлера (БГ) в аморфной среде. Превышение в интенсивности излучения в области максимума спектра при этом достигает двух порядков, а электроны теряют на излучение почти всю свою энергию на толщинах, более чем на порядок меньших, чем радиационная длина в аморфном веществе. Теоретические расчеты, основанные на использовании синхротронного приближения для сечений излучения с учетом квантовых эффектов [3–6], количество описывают основные свойства спектра при таких энергиях.

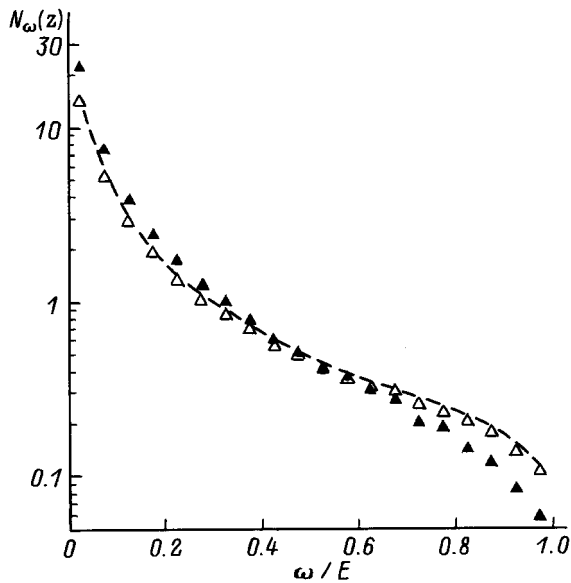
Величиной, измеряемой в экспериментах, является  $\omega W_\omega(E, z)$ , где  $W_\omega(E, z)$  есть вероятность того, что полная энергия всех излученных фотонов электронами с начальной энергией  $E$  равна  $\omega$ ;  $z$  — толщина кристалла. Практический интерес представляет, однако, знание числа  $N_\omega(z)$  одиночных жестких фотонов, излученных за все время пролета через кристалл, где теперь  $\omega$  — это энергия одного фотона. Эта величина пока экспериментально не измерялась из-за технических трудностей, однако теоретически частично эта задача рассматривалась в [6,7].

В данной работе мы приводим результаты расчетов методом Монте-Карло функции  $N_\omega(z)$ . Метод расчета подробно описан в [4,8], при этом нами использовались следующие предположения: а) считалось, что электроны равномерно заполняют всю доступную им область в поперечной плоскости; б) сечения излучения отдельных фотонов рассчитывались по квантовым синхротронным формулам [9,10]. В расчетах учитывалось многократное рассеяние электронов на атомах кристаллической решетки, а также эффект уменьшения поперечной энергии за счет излучения. В отличие от наших предыдущих

работ [4,5] в данных расчетах мы вычисляли поперечные координаты точки излучения, тогда как в [4,5] использовались сечения, усредненные по поперечному равномерному распределению.

Для оценки эффективности ориентационных кристаллов по сравнению с аморфными средами необходимо сравнивать характеристики излучения для обоих случаев не для мишени одинаковой толщины, как это делалось в [1–4], а для мишеней с толщинами, которые для обоих случаев можно считать оптимальными. В случае аморфных сред это — толщины порядка радиационной длины  $L_{\text{rad}}$ , для кристаллов же это — толщины в несколько сот микрометров при углах влета порядка критического угла Линдхарда.

Как известно, спектр БГ для высокоэнергетичных электронов может быть описан универсальной функцией, т. е. форма спектра фотонов для мишени заданной толщины (измеренной в единицах радиационной длины  $L_{\text{rad}}$ ) практически не зависит от атомного номера вещества мишени и начальной энергии электронов (здесь речь идет не о дифференциальном сечении излучения на единицу длины пути, а о сечении излучения в мишени с конечной толщиной с учетом эффекта кратности излучения). Сказанное подтверждается рис. 1, где показаны результаты нашего численного моделирования спектров одиночных фотонов  $N_\omega(z)$ , излученных электронами различных энергий при прохождении их через различные аморфные мишени. В этих расчетах нами учитывался многофотонный характер излучения и поглощение фотонов за счет рождения электронно-позитронных пар. Элементарные сечения излучения и рождения  $e^+e^-$  пар рассчитывались по известным формулам Бете–Гайтлера. Подавление излучения в мягкой части спектра за счет эффекта Ландау–Померанчука нами не учитывалось. Мягкочастотный порог для тормозного излучения при численном моделировании полагался равным  $\omega_{\text{min}} = 0.005E$ .



**Рис. 1.** Число излученных фотонов  $N_\omega$  в аморфной среде. Штриховая линия — кремний 150 GeV с толщиной  $z = L_{\text{rad}}/2$ ;  $\blacktriangle$  — кремний 150,  $z = L_{\text{rad}}$ ;  $\triangle$  — германий 240 GeV,  $z = L_{\text{rad}}/2$ .

Из рис. 1 следует, что спектр фотонов в аморфной мишени может быть описан некоторой универсальной функцией, если толщина мишени берется в единицах радиационной длины  $L_{\text{rad}}$ ,

$$1/L_{\text{rad}} = 4\alpha Z^2 r_e^2 N \ln(183Z^{-1/3}),$$

где  $\alpha = 1/137$ ,  $Z$  — атомный номер мишени,  $r_e$  — классический радиус электрона,  $N$  — число атомов в единице объема мишени.

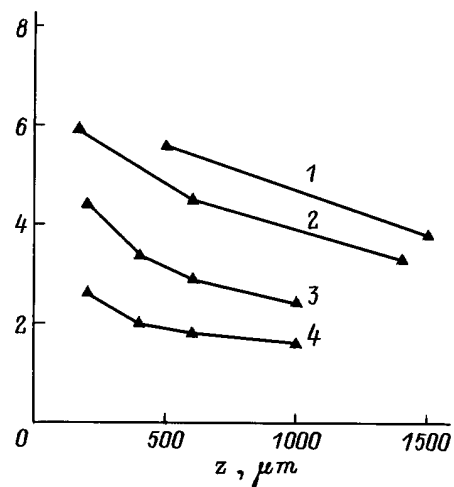
Как следует из рис. 1, оптимальными толщинами аморфных мишеней для получения максимально большего числа жестких гамма-квантов с энергиями  $\omega > 0.8E$  являются толщины порядка  $z \sim 0.5L_{\text{rad}}$ . В более толстых кристаллах число высокоэнергетичных фотонов на выходе уменьшается за счет образования электронно-позитронных пар. В дальнейших рассуждениях мы будем сравнивать результаты для ориентированного кристалла с аморфными мишенями толщиной  $z = L_{\text{rad}}/2$ .

Если релятивистский электрон движется в кристалле вблизи кристаллографических осей, то мощное когерентное электромагнитное излучение в непрерывном потенциале этих осей (излучение при каналировании) сопровождается также некогерентным тормозным излучением на отдельных атомах кристалла. В аморфной среде число столкновений пролетающей частицы с атомами подчиняется распределению Пуассона, при этом среднее число столкновений есть  $\langle n_{\text{ам}} \rangle = N\sigma z$ , где  $\sigma$  — полное сечение рассеяния. В наших расчетах сечение рассеяния  $\sigma$  вычислялось на основе атомного потенциала Мольера с учетом фактора Дебая–Валлера [8]. Согласно этим расчетам, длина свободного пробега  $1/\sigma N$  для различных аморфных мишеней равна  $2.8 \mu\text{m}$  в алмазе ( $Z = 6$ ),  $1.0 \mu\text{m}$  в кремнии ( $Z = 14$ ),  $0.25 \mu\text{m}$  в германии

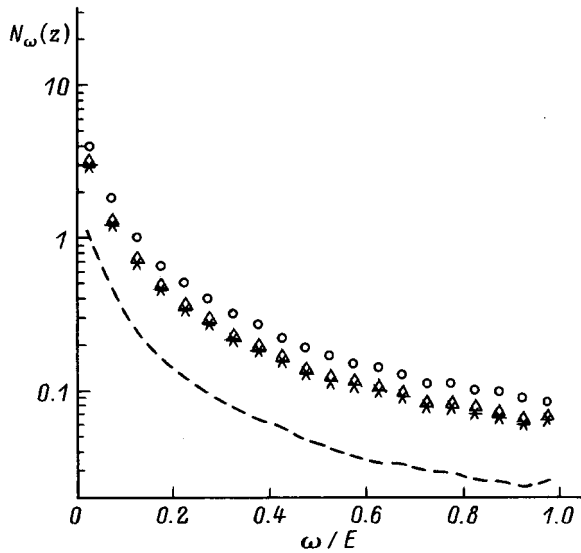
( $Z = 32$ ),  $0.04 \mu\text{m}$  в золоте ( $Z = 79$ ). В дальнейшем нерегулярные столкновения с отдельными атомами мы будем называть близкими столкновениями в отличие от дальних столкновений, приводящих к регулярному отклонению траектории электрона за счет непрерывного потенциала.

Для аксиально-канализованных электронов с поперечной энергией  $\varepsilon$  число некогерентных близких столкновений с отдельными атомами превышает эту же величину для аморфной среды в  $S_0/S(\varepsilon)$  раз [8], здесь  $S(\varepsilon)$  — доступная электрону площадь в поперечной плоскости;  $S_0$  — поперечная площадь, приходящаяся на одну атомную цепочку. Такое увеличение роли некогерентного рассеяния является следствием эффекта перераспределения потока отрицательно заряженных частиц в поперечном фазовом пространстве (flux peaking effect) [11]. В результате статистическое распределение числа близких столкновений с отдельными атомами в ориентированном кристалле существенно отличается от распределения Пуассона, причем с ростом энергии электронов роль этого фактора возрастает вследствие уменьшения деканализирования.

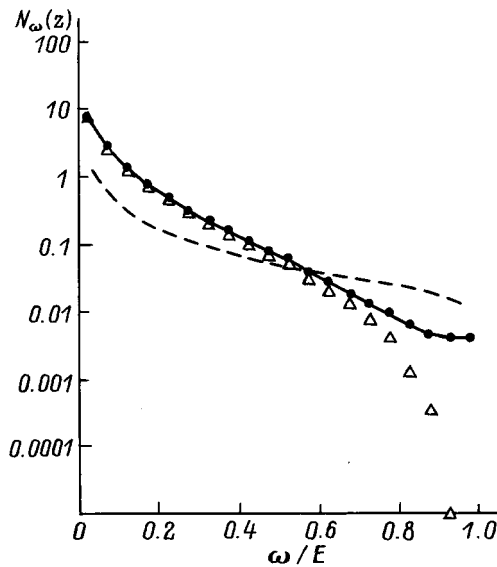
Рис. 2 иллюстрирует увеличение числа нерегулярных близких столкновений в ориентированных кристаллах по сравнению с соответствующими аморфными средами для электронов с энергиями 150 GeV для различных веществ. По оси ординат на рис. 2 отложено отношение числа столкновений электронов с атомами в кристалле к числу столкновений в аморфном веществе. Для легких веществ (C, Si) число близких столкновений в ориентированных кристаллах может в 5–6 раз превышать эту же величину в аморфных средах. В тяжелых кристаллах это отношение уменьшается до  $\sim 2$  раз из-за сильного многократного рассеяния. Расчеты, представленные на рис. 2–7, проводились для пучков электронов с угловой расходимостью  $0.2\Theta_L$  (где  $\Theta_L$  — критический угол Линдхарда).



**Рис. 2.** Отношение числа близких некогерентных столкновений в ориентированных кристаллах к числу столкновений в аморфных мишенях в зависимости от толщины кристаллов для электронов с энергией 150 GeV. 1 — алмаз  $\langle 110 \rangle$ , 2 — кремний  $\langle 110 \rangle$ , 3 — германий  $\langle 110 \rangle$ , 4 — золото  $\langle 100 \rangle$ .



**Рис. 3.** Спектр одиночных фотонов, обусловленный некогерентным тормозным излучением в ориентированном кристалле германия  $\langle 110 \rangle$ :  $z = 600 \mu\text{m}$ , энергии электронов, GeV: \* — 150,  $\Delta$  — 240,  $\circ$  — 1000. Аморфный германий той же толщины.

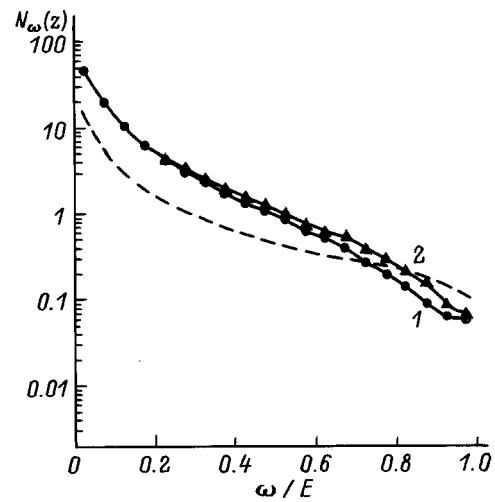


**Рис. 4.** Спектр одиночных фотонов для электронов с энергией 150 GeV в кремнии  $\langle 110 \rangle$ ;  $z = 1400 \mu\text{m}$  (сплошная кривая),  $\Delta$  — вклад когерентной части синхротронного типа.

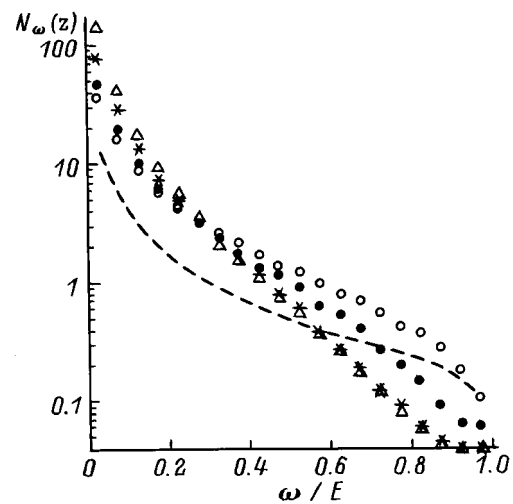
Отличия в статистике близких столкновений в аморфном веществе и в ориентированном кристалле приводят к различиям в выходе некогерентного тормозного излучения. На рис. 3 показаны спектры некогерентного излучения на отдельных атомах в ориентированном кристалле германия с толщиной  $600 \mu\text{m}$  при различных энергиях электронов. Штриховые кривые на рис. 3–7 — спектр БГ в аморфной мишени. Из рис. 3 видно, что эффект перераспределения электронов в поперечной плоскости приводит к сильному увеличению вклада некогерентного

тормозного излучения в ориентированном кристалле по сравнению с аморфным веществом, а также к зависимости формы спектра излучения от энергии.

Суммарные спектры излученных фотонов вследствие когерентного излучения в непрерывном потенциале атомных цепочек и некогерентного излучения на отдельных атомах показаны на рис. 4 и 5 для электронов с энергией 150 GeV в кристалле кремния  $\langle 110 \rangle$  и для электронов с энергией 150 и 240 GeV в германии  $\langle 110 \rangle$ . Угловая расходимость пучка электронов при влете в кристалл  $0.2\Theta_L$ , где  $\Theta_L$  — критический угол Линдхарда. Штриховые линии на рис. 4–7 соответствуют спектрам излучения в аморфных мишенях с оптимальными толщинами  $z = L_{\text{rad}}/2$ . Из рис. 4 и 5 следует, что вплоть до энергий электронов  $\leq 300 \text{ GeV}$  число излученных фотонов в аморфном веществе с толщиной



**Рис. 5.** Спектр одиночных фотонов для электронов с энергией 150 (1) и 240 GeV (2) в германии  $\langle 110 \rangle$ ,  $z = 600 \mu\text{m}$ .



**Рис. 6.** Спектр одиночных фотонов для электронов с энергией 150 GeV в различных ориентированных кристаллах: \* —  $2000 \mu\text{m}$ , алмаз  $\langle 110 \rangle$ ;  $\Delta$  —  $140 \mu\text{m}$ , кремний  $\langle 110 \rangle$ ;  $\bullet$  —  $600 \mu\text{m}$ , германий  $\langle 110 \rangle$ ;  $\circ$  —  $200 \mu\text{m}$ , золото  $\langle 100 \rangle$ .

Число одиночных фотонов с энергиями  $\omega$ , лежащими в различных интервалах (здесь  $u = \omega/E$ )

	$E, \text{GeV}$	$z, \mu\text{m}$	$0.1 < u < 0.2$	$0.2 < u < 0.5$	$0.5 < u < 0.8$	$0.8 < u < 0.9$	$u > 0.9$
C $\langle 110 \rangle$	150	2000	1.38	0.756	0.075	0.005	0.004
Si $\langle 110 \rangle$	150	1400	1.04	0.675	0.078	0.0052	0.004
Ge $\langle 110 \rangle$	150	600	0.81	0.635	0.144	0.011	0.0064
	240		0.86	0.78	0.183	0.018	0.0078
	1000		0.88	0.89	0.280	0.045	0.0210
Au $\langle 100 \rangle$	150	200	0.735	0.741	0.231	0.0325	0.0143
	240		0.738	0.782	0.260	0.040	0.0180
	1000		0.710	0.790	0.310	0.060	0.0360
Amorphy		$L_{\text{rad}}/2$	0.26	0.27	0.10	0.021	0.014

П р и м е ч а н и е. Начальная угловая расходимость пучка электронов  $0.2\theta_L$ , где  $\theta_L$  — критический угол Линдхарда.

$z = L_{\text{rad}}/2$  превышает ту же величину для ориентированных кристаллов с толщинами в 600 и 1400  $\mu\text{m}$  в жесткой части спектра  $\omega \geq (0.6-0.8)E$ , тогда как в мягкой части спектра, наоборот, ориентированный кристалл более эффективен. Кроме того, излучение в жесткой части спектра в ориентированном кристалле обусловлено главным образом некогерентным вкладом (рис. 4, где вклад излучения синхротронного типа показан светлыми треугольниками). Когерентная же часть есть сумма вкладов в излучение от каналированных и квазиканалированных электронов. При этом синхротронная природа спектра излучения приводит к тому, что сечения излучения квазиканалированных электронов, усредненные по поперечной плоскости, не зависят от их поперечной энергии, тогда как для каналированных частиц с финитными поперечными траекториями имеется сильная зависимость сечений излучения от поперечной энергии. Полное сечение излучения фотона на единицу длины в синхротронном приближении слабо зависит от полной энергии электронов. Для излучения синхротронного типа длина свободного пробега, усредненная по поперечной координате, для квазиканалированных электронов с энергией 150 GeV составляет: 85  $\mu\text{m}$  в алмазе, 135  $\mu\text{m}$  в кремнии, 104  $\mu\text{m}$  в германии и 50  $\mu\text{m}$  в золоте. При увеличении энергии электронов до 1000 GeV длина свободного пробега в германии возрастает до 140  $\mu\text{m}$ . Для каналированных электронов (поперечная энергия таких электронов отрицательна) длина свободного пробега резко увеличивается с ростом модуля поперечной энергии: так, для поперечных энергий  $\varepsilon \sim -U_0/2$ , длина свободного пробега уменьшается на один порядок (здесь  $U_0$  — глубина потенциального барьера атомной цепочки) по сравнению с квазиканалированными электронами. В наших расчетах толщины ориентированных кристаллов выбраны близкими к их оптимальным значениям. В более толстых кристаллах возрастает роль поглощения жестких гамма-квантов за счет когерентного рождения электронно-позитронных пар в поперечном электростатическом поле атомных цепочек.

Числа излученных гамма-квантов  $N_\omega$  как функция их энергии  $\omega$  для электронов 150 GeV в различных кристаллах показаны на рис. 6. Видно, что тяжелые кристаллы более эффективны для цели получения большого

числа жестких гамма-квантов, чем легкие кристаллы. В отличие от аморфных веществ фотонные спектры в ориентированных кристаллах не могут быть представлены какой-либо универсальной кривой. Эффективность ориентированных кристаллов увеличивается с ростом энергии электронов. Это подтверждается результатами, представленными на рис. 7, где показаны расчеты для электронов с энергиями 240 и 1000 GeV в кристалле золота  $\langle 100 \rangle$  с толщиной 200  $\mu\text{m}$ . В этом случае число излученных фотонов в ориентированном кристалле превышает эту же величину в аморфной мишени с толщиной  $z = L_{\text{rad}}/2$  во всей области энергий излученных фотонов.

Практический интерес представляет знание числа излученных фотонов на один электрон в заданном частотном интервале. Эти данные представлены в таблице. Результаты этой аморфной среды соответствуют электронам с энергией 150 GeV в кремнии с толщиной  $L_{\text{rad}}/2$ .

В экспериментах при энергиях электронов 150–300 GeV обычно используются ориентированные кристаллы с толщинами в несколько сот микрон. Для оценки же эффективности таких кристаллов с целью получения максимально большого числа жестких гамма-квантов надо сравнить их с разориентированными (аморфными) веществами с толщинами порядка  $L_{\text{rad}}/2$ .

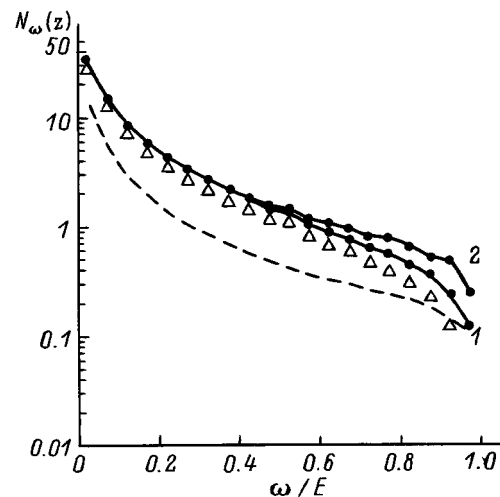


Рис. 7. Тот же тип спектра, что и на рис. 6, для золота  $\langle 100 \rangle$  с толщиной 200  $\mu\text{m}$ : 1 — 240, 2 — 1000 GeV.

Спектр фотонов, излученных электронами, движущимися вблизи атомных осей в ориентированном кристалле есть сумма двух вкладов: когерентного излучения в поле непрерывного потенциала атомных цепочек и некогерентного излучения на отдельных атомах кристаллической решетки. При энергиях электронов свыше  $\sim 100$  GeV когерентный вклад с достаточной степенью точности описывается хорошо известными квантовыми синхротронными формулами, тогда как некогерентный вклад — формулами Бете–Гайтлера для аморфной среды, но с учетом эффекта пространственного перераспределения потока заряженных частиц в поперечном фазовом пространстве. Последний эффект приводит к существенному увеличению вклада некогерентной части по сравнению с аморфной мишенью такой же толщины.

Для относительно мягких фотонов ( $c\omega/E \sim 0.1-0.3$ ), излучаемых электронами 150–300 GeV в ориентированных кристаллах кремния и германия, когерентная часть синхротронного типа превышает некогерентную часть на порядок. Вследствие более быстрого уменьшения сечения синхротронного излучения с ростом энергии фотонов по сравнению с формулами Бете–Гайтлера, излучение жестких фотонов с энергиями  $\omega \geq (0.6-0.8)E$  в этих кристаллах обусловлено в основном некогерентной частью при энергиях электронов 150–300 GeV. При этом аморфная мишень с толщиной  $\sim L_{\text{rad}}/2$  оказывается более эффективной для получения фотонов с энергиями  $\omega \geq (0.6-0.8)E$ .

В тяжелых же ориентированных кристаллах (например, в золоте или в вольфраме) даже при относительно небольшой их толщине ( $\sim 200 \mu\text{m}$ ) число излученных фотонов при тех же энергиях может превышать это же число для толстых аморфных мишеней во всей области спектра. В отличие от аморфных мишеней эффективность ориентированных кристаллов как источника жестких фотонов растет по мере увеличения энергии налетающих электронов.

Авторы выражают благодарность профессору Эрику Уггерхою за полезное обсуждение рассмотренных в данной работе вопросов, а также вопросов, связанных с постановкой экспериментов по измерению спектров одиночных фотонов при рассматриваемых энергиях.

## Список литературы

- [1] *Belkacem A. et al. // Phys. Lett. 1986. Vol. B213. P. 211.*
- [2] *Medenwaldt R. et al. // Phys. Lett. 1990. Vol. B242. P. 517.*
- [3] *Kononets Yu.V. // J. Moscow Phys. Soc. 1992. Vol. 2. P. 71.*
- [4] *Khokonov M.Kh. // Nucl. Inst. Meth. 1993. Vol. B74. P. 375.*
- [5] *Beloshitsky V.V., Kumakhov M.A., Khokonov A.Kh. // Nucl. Inst. Meth. 1991. Vol. B62. P. 207.*
- [6] *Хоконов А.Х., Хоконов М.Х. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. С. 14.*
- [7] *Khokonov M.Kh. // Proc. RREPS-93. Tomsk, 1993. P. 231.*
- [8] *Khokonov M.Kh., Tuguz F.K. // Nucl. Inst. Meth. 1993. Vol. B82. P. 46.*

- [9] *Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск: Наука, 1989.*
- [10] *Kimball J.C., Cue N. // Phys. Rep. 1985. Vol. 125. P. 68.*
- [11] *Кумахов М.А. // УФН. 1975. Т. 115. С. 427.*