

01;07;09

## Хаотизация и распадная неустойчивость поля дифракционной катастрофы при фокусировке в нелинейной среде мощного лазерного излучения

© В.Ю. Осипов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 12 мая 1997 г.)

Методом компьютерного эксперимента исследована в среде с нелинейностью показателя преломления фокусировка мощного лазерного пучка, исходный волновой фронт которого деформирован сферической аберрацией и астигматизмом. Оказалось, что возникающие протяженные околофокусные образования уже не являются дифракционными катастрофами, так как структурно неустойчивы. Показано, что слабые возмущения формы исходного волнового фронта приводят к чрезвычайно сильным искажениям оптического поля в области фокусировки. По мере распространения волны в  $z$ -направлении в области фокусировки (от 137 до 142 мм) развивается пространственный хаос в распределении оптического поля. Турбулизация оптического поля в области фокусировки возникает за счет самодифракции света на самоиндуцированных неоднородностях показателя преломления среды. После области с наименьшим сечением околофокусного образования трехмерное оптическое поле имеет вид хаотически разлетающихся "брызг" и протяженных "нитевидных выбросов".

### Введение

Каустические образования, возникающие в области фокусировки сложных волновых фронтов, являются предметом изучения возникшего в начале 80-х годов нового направления в оптике — оптики катастроф [1,2]. Оптическими или дифракционными катастрофами являются лишь такие каустические волновые образования в области фокусировки, которые структурно устойчивы к слабым возмущениям первичного волнового фронта, подвергаемого фокусировке. В теории катастроф структурно устойчивыми являются волновые поля, которые могут быть преобразованы друг в друга посредством преобразования диффеоморфизма. Замкнутые классы таких трехмерных полей и составляют различные типы дифракционных катастроф. Число таких различных классов полей не превышает 7 [1,2].

Для примера отметим, что при эволюции идеального сферического волнового фронта или при эволюции сферического волнового фронта, деформированного сферической аберрацией в области фокусировки, возникают каустические образования, которые не являются дифракционными катастрофами, так как образующиеся при этом волновые поля структурно неустойчивы к малым возмущениям формы первичного волнового фронта. Так, идеальный фокус является структурой бесконечной коразмерности и при малых возмущениях идеального сферического волнового фронта "рассыпается" на множество спекл-элементов, которые не могут быть преобразованы к волновому полю идеального фокуса посредством преобразования диффеоморфизма.

Для ряда практических задач лазерной физики представляет интерес использовать для накачки рабочих сред такую форму первичного волнового фронта, которая

обеспечивает структурную стабильность каустического образования в области фокусировки. Накачка рабочей среды при фокусировке используется в следующих случаях: для накачки малого количества вещества, для реализации сверхвысоких интенсивностей накачки, при создании области инверсной заселенности в форме протяженной фокусной нити и т. д. Плазменно-искровой канал, реализуемый в газах в области протяженной фокусировки [3–5], может служить в качестве активной усиливающей среды коротковолнового лазера при  $\lambda < 1000 \text{ \AA}$ . Кроме того, эффект фокусировки мощного излучения в жидкостную среду применяется в устройствах пассивного обращения волнового фронта за счет вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) [6,7]. В последнем случае, наоборот, было бы интересно, если при очень слабых флуктуациях формы волнового фронта, который надо обратить, область генерации ВРМБ излучения в жидкости, локализованная в области каустического фокуса, была бы структурно нестабильной. Такой эффект, по-видимому, обеспечивает высокую селективность метода обращения по такому параметру, как форма волнового фронта, и осуществляет обращение с высокой степенью точности.

Известно [8], что структурно стабильное трехмерное распределение оптического поля в области фокусировки обеспечивается при эволюции сферического волнового фронта, деформированного большой сферической аберрацией и малой аберрацией астигматизма. Такое каустическое образование является дифракционной катастрофой [1]. При накачке рабочей среды мощным лазерным излучением будут возникать нелинейные эффекты, связанные с квадратичной зависимостью показателя преломления среды от амплитуды световой волны [9]. Свет накачки при этом будет дифрагировать на самоиндуци-

рованных в области фокусировки объемных решетках модуляции показателя преломления среды. Представляет интерес исследовать, каким образом нелинейные эффекты, приводящие в обычной ситуации к самофокусировке, будут изменять структурно стабильную дифракционную катастрофу в области фокусировки и будет ли результирующее околофокусное образование по-прежнему структурно устойчивым.

## Исходные данные

Будем рассматривать в полупространстве  $z > 0$  распространение скалярной волны, для которой распределение комплексной амплитуды в плоскости  $x, y$  при  $z = 0$  имеет вид

$$A(x, y, 0) = A_0 \exp(i \cdot \varphi(x, y)), \quad (1)$$

где

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ \left( \tilde{F} - \sqrt{\tilde{F}^2 - x^2 - y^2} \right) + a(x^2 + y^2)^2 + c(y^2 - x^2) \right]. \quad (2)$$

Здесь фазовая функция  $\varphi(x, y)$  определяет форму волнового фронта вблизи плоскости  $z = 0$ ;  $\lambda$  — длина волны излучения в вакууме;  $a$  — коэффициент сферической абберации 3-го порядка;  $c$  — эффективный коэффициент, характеризующий астигматизм;  $A_0$  — амплитуда поля на поверхности волнового фронта вблизи плоскости  $z = 0$ . При этом распределение интенсивности волны ( $I \sim A_0^2$ ) по эффективно открытой апертуре волнового фронта постоянно  $A_0^2(x, y) = \text{const}$ . Первое слагаемое, стоящее в формуле (2) в квадратных скобках, соответствует идеальной сфере с радиусом  $\tilde{F}$ , а второе и третье слагаемые в (2) характеризуют деформацию идеального сферического волнового фронта соответственно сферической абберацией и астигматизмом.

С целью обеспечить возможность сопоставления с [8] расчеты проведем при следующих параметрах:  $a = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$ ,  $c = 9.96 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$ ,  $\tilde{F} = 141.699 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0.6328 \text{ }\mu\text{m}$ . Апертуру исходного волнового фронта при  $z = 0$  примем диаметром в 20 mm. Продольная ошибка фокусировки, соответствующая лучам с края такой апертуры, составляет примерно  $\delta s \cong -10 \text{ mm}$ . Будем считать, что в области  $0 < z < 135.5 \text{ mm}$  имеет место свободное пространство, а полупространство  $z \geq 135.5 \text{ mm}$  заполнено нелинейной жидкостной средой. В качестве такой жидкости могут выступать сероуглерод, нитробензол, толуол, четыреххлористый кремний. Так как  $\tilde{F} > 135.5 \text{ mm}$ , то сходящийся пучок фокусируется заведомо в жидкостной среде на некотором расстоянии от границы раздела свободное пространство–нелинейная жидкость. Для нелинейной среды имеет место следующая зависимость показателя преломления от амплитуды вектора напряженности

электрического поля  $|A(x, y, z)|$  [9,10]:

$$n = n_0 + n_2'' |A(x, y, z)|^2, \quad (3)$$

где  $n_2''$  — коэффициент, обуславливающий нелинейность среды;  $n_0$  — постоянная часть показателя преломления; величина  $(1/2)|A(x, y, z)|^2 n_0 (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$  в системе единиц SI соответствует локальной интенсивности электромагнитного поля в точке  $(x, y, z)$ , где  $(\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2}$  — волновое сопротивление свободного пространства, равное  $120\pi \Omega$ .

В среде с показателем преломления  $n_0$  длина волны излучения, а значит, и характерный размер дифракционных структур в каустике уменьшены в  $n_0$  раз по сравнению со случаем в вакууме. Поэтому с целью сопоставления каустического поля в нелинейной среде с каустикой в свободном пространстве (например, воздух или вакуум) будем считать, что при  $z \geq 135.5 \text{ mm}$  электромагнитная волна распространяется в среде с эффективным показателем преломления

$$\tilde{n} = 1 + \frac{n_2''}{n_0} |A(x, y, z)|^2. \quad (4)$$

Соотношение между параметрами  $n_2''/n_0$  и  $A_0$  выберем так, чтобы безразмерная величина  $(n_2''/n_0)|A_{\text{max}}|^2$  составляла 0.0049. Здесь  $|A_{\text{max}}|$  — максимальное значение амплитуды поля, реализуемое в плоскости  $z = 140.55 \text{ mm}$  при фокусировке исходной волны в свободном пространстве. Распространяясь в свободном пространстве  $0 < z < 135.5 \text{ mm}$ , волна приходит к плоскости  $z = 135.5 \text{ mm}$  с такой максимальной амплитудой, что  $(n_2''/n_0)|A_{\text{max}}|^2 = 0.0011$ .

В дальнейшем будем называть среду линейной, если ее эффективный показатель преломления всегда равен 1, и нелинейной, если имеет место формула (4).

## Методика компьютерного эксперимента

Для исследований была составлена компьютерная программа, работающая при следующих приближениях. По мере распространения света в области фокусировки в  $z$ -направлении излучение со слоя  $j$  переносилось на слой  $j + 1$  при помощи интеграла Френеля–Кирхгофа. Поясним это. Каждый очередной слой  $j$  вызывал модуляцию показателя преломления среды в  $x, y$ -плоскости в соответствии с распределением интенсивности света в слое  $j$ . Далее рассчитывалась самоиндуцированная дифракция света на участке между  $j$ - и  $j + 1$ -слоями, вызванная модуляцией показателя преломления среды в плоскости  $x, y$  от слоя  $j$ . В качестве фазового экрана ("препятствия") выступала здесь функция комплексного пропускания  $\exp(i \cdot \Delta\phi(x, y))$ , где  $\Delta\phi(x, y)$  — распределение в плоскости  $x, y$  фазовой задержки, набравшей от индуцированной части показателя преломления среды на расстоянии  $\Delta z$  между  $j + 1$ - и  $j$ -слоями. Этот фазовый

экран мысленно помещался в  $j$ -слой. Результат дифракции света на фазовом экране вычислялся для плоскости, отстоящей от экрана на расстояние  $\Delta z$ , с помощью интеграла Френеля–Кирхгофа, обобщенного на случай неоднородных волн [11]. При этом в подынтегральное выражение в качестве нового распределения комплексной амплитуды поля в плоскости  $x, y$  подставлялось произведение функции комплексного пропускания фазового экрана и распределения комплексной амплитуды поля для слоя  $j$ , полученного при предыдущей итерации. В результате после вышеуказанных вычислений получали распределение комплексной амплитуды волны в плоскости  $x, y$  для  $j + 1$ -слоя.

Этот процесс повторялся с шагом  $\Delta z = 50 \mu\text{m}$  на протяжении области фокусировки волнового фронта, расположенной от выходного окна фокусирующей системы на расстоянии 135.5–142 mm. Исследуемое каустическое образование имело протяженность 6.5 mm при поперечных размерах не более  $550 \times 550 \mu\text{m}$ . Таким образом, прохождение света через область фокусировки рассчитывалось в следующем после борновского приближении с учетом вторичного рассеяния света на неоднородностях среды [12]. При этом важно подчеркнуть, что неоднородности среды самоиндуцируются в поле мощного излучения за счет керровской зависимости показателя преломления от интенсивности света. При расчетах принималось во внимание лишь вторичное малоугловое рассеяние вперед в интервале углов относительно оси  $z$  от  $-16.5$  до  $+16.5^\circ$ . Поглощение среды и рассеяние в обратном направлении и на большие углы в прямом направлении также не учитывались. Последнее было обусловлено ограниченностью аппаратных возможностей компьютера. Расчет велся в скалярном приближении без учета поворота плоскости поляризации излучения при дифракции на самоиндуцированных неоднородностях. Предполагалось, что нелинейная добавка к показателю преломления равняется безынерционно. Флуктуации исходного, подвергаемого фокусировке волнового фронта задавались методом пространственной рандомизации положений узлов отсчета в плоскости апертуры волнового фронта. Количество узлов, на которых задавался волновой фронт, составляло  $512 \times 512$  точек. Эти точки образовывали квазирегулярную сетку узлов. В пределах области дискретизации положение произвольного узла задавалось случайным образом.

Основной используемой идеей, позволившей численно моделировать самодифракцию света на самоиндуцированных неоднородностях показателя преломления среды в области фокусировки, было то, что на малом участке пространства толщиной  $\Delta z$  индуцирование неоднородностей показателя преломления в поперечной плоскости  $(x, y)$  и дифракционное распространение волны на этом участке можно разделить и рассчитывать их последовательно по отдельности. С уменьшением шага  $\Delta z$  точность метода растет.

## Анализ результатов

Были рассчитаны две реализации волнового поля в нелинейной среде, соответствующие двум случайным реализациям волнового фронта перед входом в нелинейную среду.

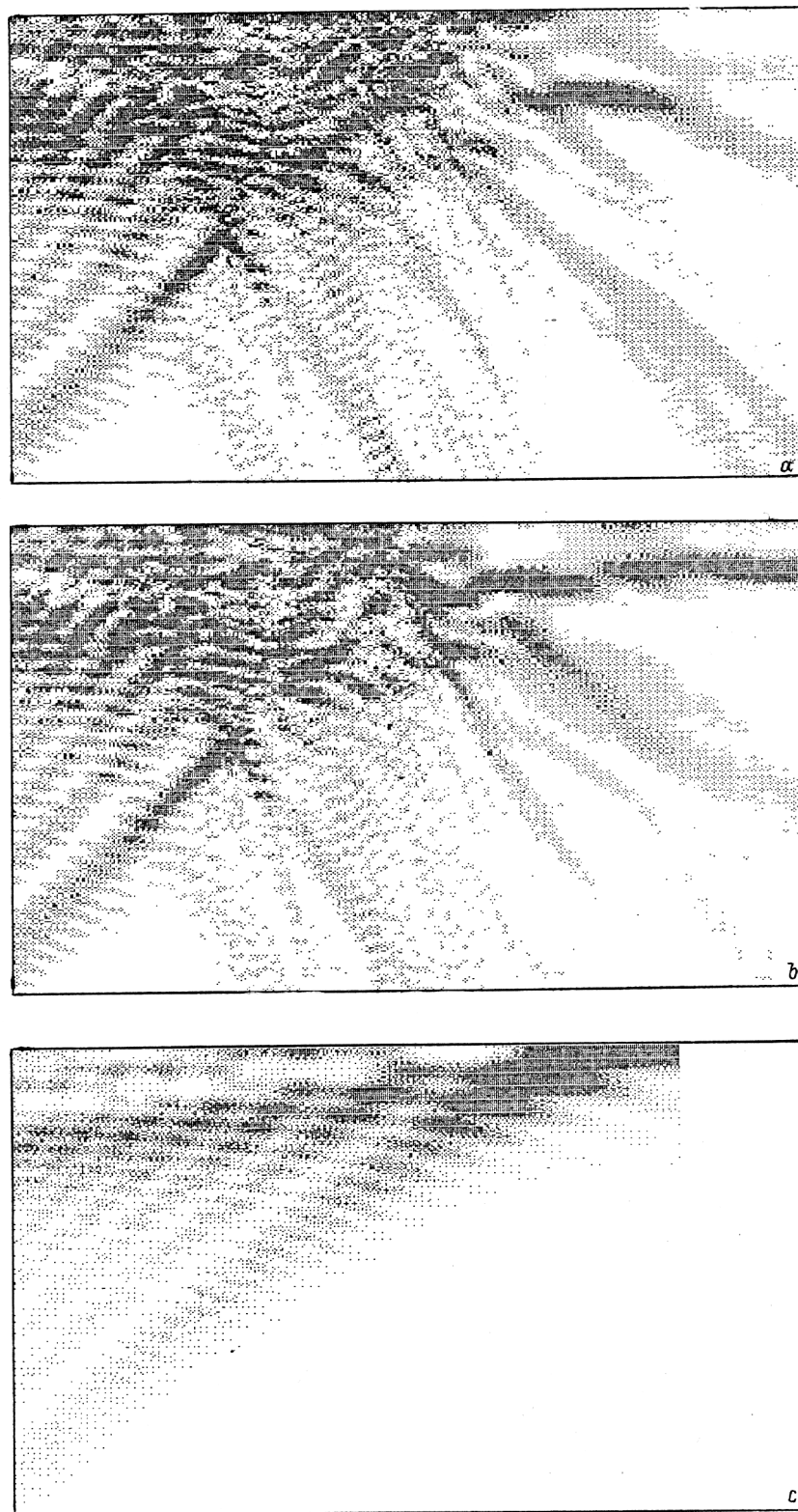
На рис. 1, *a, b* показаны реализации трехмерных околочисленных полей, полученные при сечении последних продольной плоскостью  $yOz$ . На рисунке регистрировалось лишь распределение интенсивности волнового поля. Хорошо видно, что внутренняя структура обеих реализаций поля различна в мелких деталях. При этом реализации поля имеют общие характерологические черты, отсутствующие у дифракционной катастрофы в линейной среде (рис. 1, *c*).

На рис. 2 представлена для случая нелинейной среды зависимость от координаты  $z$  потока энергии  $\approx \iint I(x, y, z) dx dy$  через поперечную площадку  $S_A$  размером  $547 \times 547 \mu\text{m}$  (кривая 1). Здесь  $I(x, y, z)$  — трехмерное распределение интенсивности поля. Для обеих реализаций поля в нелинейной среде соответствующие зависимости  $\iint I(x, y, z) dx dy$  от  $z$  практически совпадают. Уменьшение потока энергии с ростом  $z$  связано с выходом части излучения за пределы поперечной площадки  $S_A$  с фиксированной площадью, т. е. это связано с расфокусированием светового пучка. На рис. 2 показана также аналогичная зависимость для поля в линейной среде (кривая 2). Из сравнения кривых 1 и 2 на рис. 2 следует, что в нелинейной среде при  $z > 137.5$  mm расфокусирование пучка протекает быстрее, чем в случае линейной среды. Это связано с рассеянием излучения на самоиндуцированных неоднородностях показателя преломления. На этом же рисунке для нелинейной среды показана зависимость от  $z$  параметра

$$\delta\Phi = \left\{ \iint_{S_A} (I_1(x, y, z) - I_2(x, y, z))^2 dx dy \right\}^{1/2},$$

характеризующего интегральное среднеквадратичное отклонение двух реализаций поля друг от друга в произвольном сечении  $x, y$  при  $z = \text{const}$  (кривая 3). Видно, что в интервале  $z = 135.5 \dots 137.0$  mm  $\delta\Phi$  слабо растет с увеличением  $z$ , однако при  $z > 137.0$  mm наблюдается резкое увеличение  $\delta\Phi$ . Своего максимального значения параметр  $\delta\Phi$  достигает при  $z = 138.6$  mm, при этом он превышает свое первоначальное значение, имевшее место при входе излучения в нелинейную среду, примерно в 20 раз. Максимальное значение параметра  $\delta\Phi$  имеет место в области наибольшего сгущения волнового поля, в дальнейшем при  $z = 138.6 \dots 142.5$  mm при расфокусировке пучка параметр  $\delta\Phi$  падает, однако остается по-прежнему больше своего первоначального значения при входе излучения в нелинейную среду.

Для сравнения на рис. 2 представлена зависимость параметра  $\delta\Phi$  от  $z$ , построенная для двух реализаций волнового поля в линейной среде (кривая 4). Постоянство кривой 4 и малый ее уровень означают, что в



**Рис. 1.** Распределение интенсивности околофокусного волнового поля в нелинейной и линейной средах: *a* — нелинейная среда, реализация 1; *b* — нелинейная среда, реализация 2; *c* — линейная среда. Протяженность по горизонтали 7 мм, по вертикали — 153  $\mu\text{m}$ .

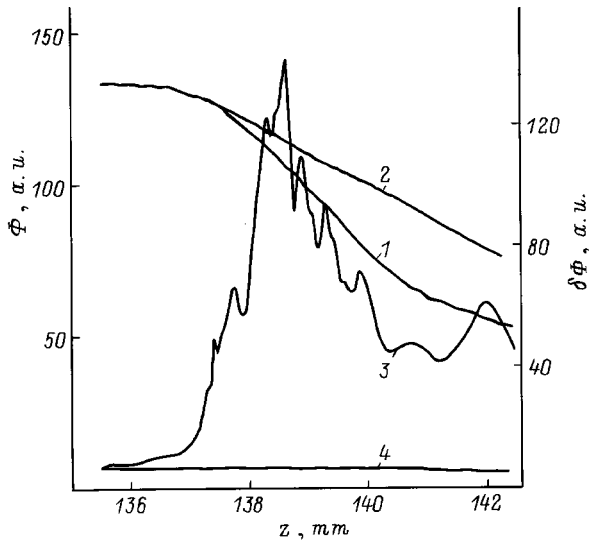


Рис. 2. Поток энергии  $\Phi$  через поперечную площадку и параметр  $\delta\Phi$ .

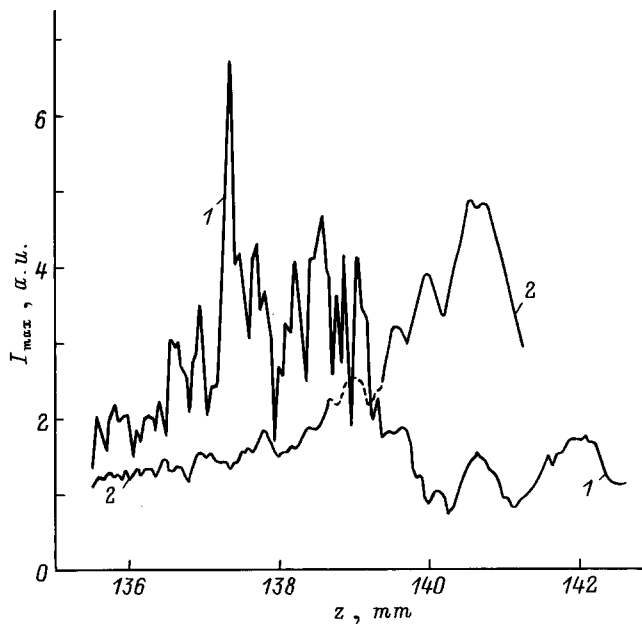


Рис. 3. Максимальная интенсивность в сечении  $x, y$ ; 1 — нелинейная среда, реализация 1; 2 — линейная среда.

последнем случае мы имеем дело с двумя реализациями структурно устойчивых дифракционных катастроф. Таким образом, видно, что увеличение параметра  $\delta\Phi$  в среде с нелинейностью связано с тем, что волновое поле в такой среде по мере своего сгущения становится структурно неустойчивым и в системе с ростом  $z$  развивается пространственная хаотизация оптического поля. Максимальная хаотизация развивается после области с наибольшей концентрацией поля.

Это видно из рис. 3, где показана для случая фокусировки поля в нелинейной среде зависимость максимальной

интенсивности поля в сечении  $x, y$  от координаты  $z$ . Максимум интенсивности поля имеет место в сечении  $z = 137.35$  mm. При фокусировке излучения в линейной среде максимум концентрации поля приходится на сечение  $z = 140.55$  mm, при этом достигается значение интенсивности поля, в 1.36 раз меньшее, чем при фокусировке в нелинейной среде.

Как отмечалось в работе [8], дифракционная катастрофа, формируемая при эволюции волнового фронта со сферической aberrацией и астигматизмом, имеет структуру, которая при наличии нелинейности в среде и увеличении мощности лазерного излучения формирует суживающийся волновод. Часть фокусируемого излучения будет захватываться в такой самоиндуцированный волновод и каналиться в нем. Именно поэтому в среде с нелинейностью при эволюции волнового фронта специальной формы, как это отмечалось выше, будут достигаться большие значения интенсивности поля в области фокуса, чем в линейной среде, и при этом при меньших значениях  $z$ .

На рис. 4 показаны зависимости максимальных значений интенсивности в одном из  $45^\circ$ -ных секторов сечения  $x, y$  от параметра  $z$  для двух реализаций волнового поля в нелинейной среде. Из рис. 4 видно, что в интервале  $135.5 \dots 137.35$  mm зависимости  $I_{\max}$  от  $z$  совпадают для двух реализаций поля с высокой степенью точности. Однако после достижения максимальной интенсивности в сечении при  $z = 137.35$  mm графики зависимостей  $I_{\max}^1(z)$  и  $I_{\max}^2(z)$  уже сильно различаются и ведут себя каждый по-своему. При  $z < 137.35$  mm координаты  $x^i, y^i$  максимумов в поперечном сечении при  $z = \text{const}$  совпадают для двух реализаций поля, а при  $z > 137.35$  mm

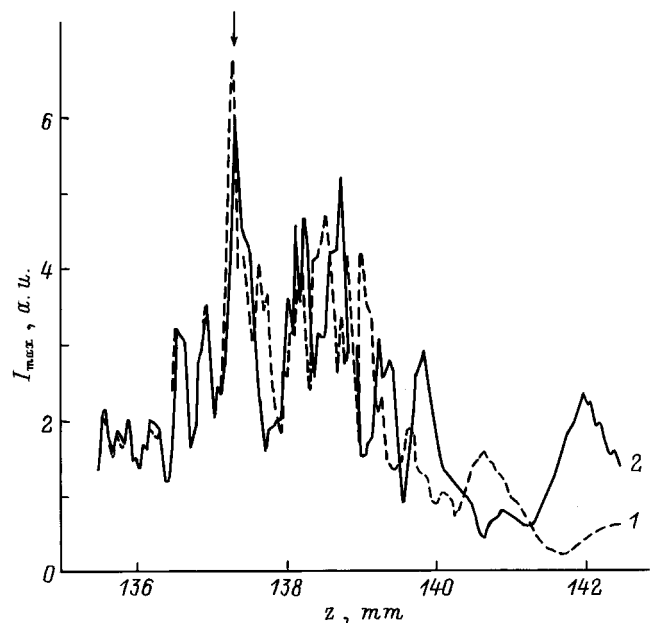
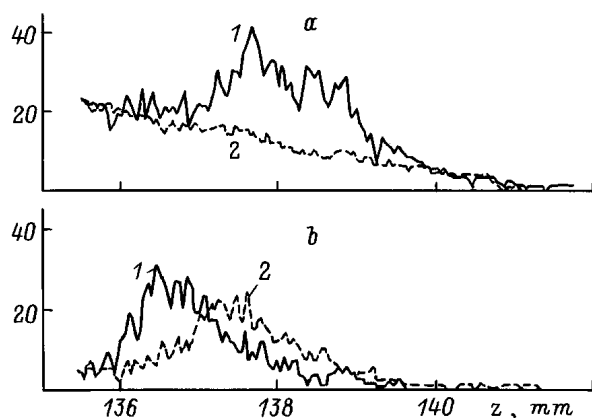


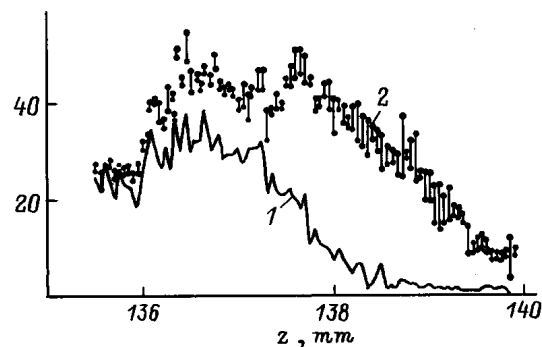
Рис. 4. Максимальная интенсивность в одном из  $45^\circ$ -ных секторов сечения  $x, y$ ; 1 —  $I_{\max}^1(z)$  для реализации поля 1, 2 —  $I_{\max}^2(z)$  для реализации поля 2.

координаты этих максимумов уже не совпадают. Это подтверждает, что после прохождения волной сечения, где достигается максимальная интенсивность поля, в дальнейшем по мере продвижения волны нарастает структурная неустойчивость и развивается хаотизация волнового поля. Действительно, путем наблюдения за положением такой кардинальной точки волнового поля, как точка максимума интенсивности поля в одном из  $45^\circ$ -ных секторов сечения  $x, y$ , можно заключить, что при  $z > 137.35$  mm имеет место структурная неустойчивость поля.

По мере продвижения волны в нелинейной среде число локальных максимумов поля эволюционирует по другому закону, чем для структурно устойчивого поля в линейной среде. На рис. 5 показана зависимость числа локальных максимумов в поперечном сечении  $x, y$  (число спекл-элементов) от координаты  $z$  для полей в нелинейной и линейной средах для двух типов максимумов: где кривизна распределения интенсивности во взаимно-ортогональных направлениях различается не более чем в 4 раза (рис. 5, *a*) и более чем в 4 раза (рис. 5, *b*). Для первого типа максимумов, соответствующих компактно локализованным спекл-элементам, наблюдается уменьшение их общего числа от 21 до 1 с ростом  $z$  от 135.5 до 142 mm в случае линейной среды. Для нелинейной среды в интервале от 136 до 139.5 mm общее число компактно-локализованных максимумов превышает соответствующее число максимумов поля для линейной среды. Наибольшее общее число максимумов первого типа составляет 40 при  $z = 137.95$  mm для одной из реализаций поля и 41 при  $z = 137.65$  mm для другой из реализаций поля. Избыточное по сравнению со случаем линейной среды число максимумов поля отражает развитие пространственной неупорядоченности в поперечной структуре пучка и сильное перемешивание избыточных спекл-элементов [6]. Случайно расположенные в поперечной плоскости спекл-элементы первого типа про-



**Рис. 5.** Число локальных максимумов поля в квадранте поперечного сечения  $x, y$ : *a* — для локальных максимумов первого типа, *b* — для локальных максимумов второго типа; 1 — нелинейная среда, реализация 1; 2 — линейная среда. Размер квадранта  $153 \times 153 \mu\text{m}$ .



**Рис. 6.** Число совпадающих спекл-элементов и полное их число в квадранте поперечного сечения для двух реализаций поля в нелинейной среде: 1 — число совпадающих спекл-элементов, 2 — полное число спекл-элементов. Размер квадранта тот же, что и на рис. 5.

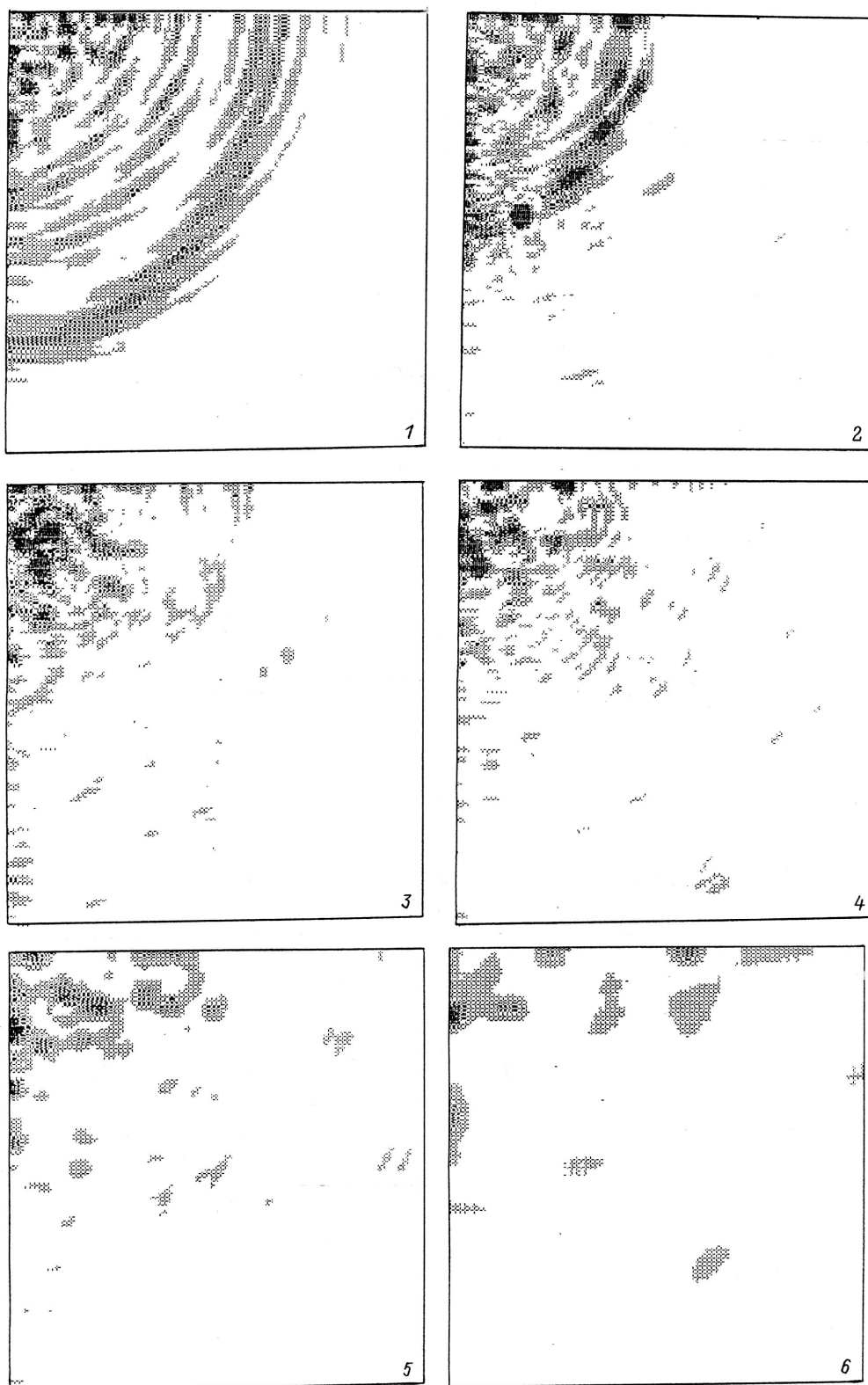
черчивают вдоль оси  $z$  криволинейные трубки, которые сложным образом переплетаются между собой. Ясно, что такие трубки есть узкие микроволноводные каналы с высокой интенсивностью света. Поскольку среда нелинейна, то автоматически реализуется конфигурация поля типа спеклон [6,13], когда имеется пространственное совпадение неоднородностей интенсивности поля с неоднородностями показателя преломления среды. Ограниченная протяженность вдоль  $z$  таких трубок определяет длину спекл-элементов поля первого типа.

Для максимумов поля второго типа, соответствующих спекл-элементам с явно выраженной протяженной серповидной формой в поперечной плоскости, аналогичные зависимости для случаев нелинейной и линейной сред показаны на рис. 5, *b*.

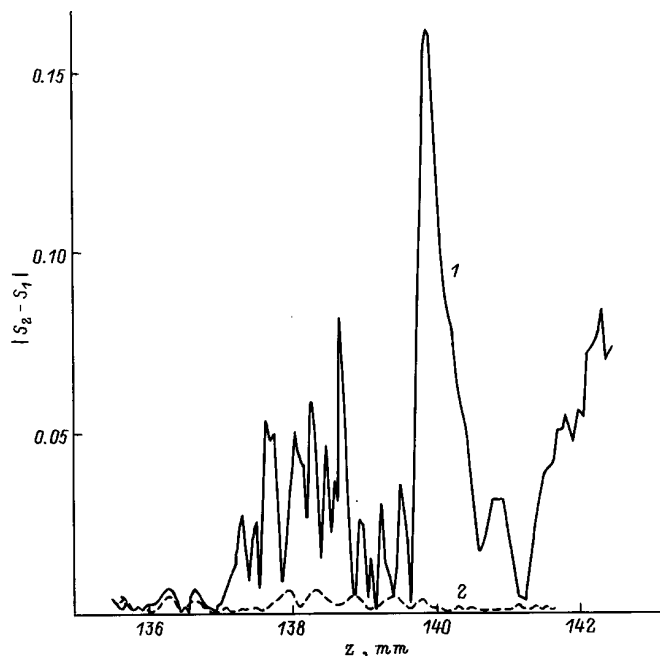
С ростом  $z$  при  $z > 135.5$  mm постепенно уменьшается удельное число спекл-элементов в поперечной плоскости, координаты которых совпадают у двух реализаций поля в нелинейной среде (кривая 1 на рис. 6). Так, при  $z = 135.5$  mm у обеих реализаций поля совпадают координаты  $x^i, y^i$  практически всех спекл-элементов. В свою очередь при  $z = 139$  mm совпадают координаты  $x^i, y^i$  лишь у 6% от общего числа спекл-элементов в поперечной плоскости. На рис. 6 кривой 2 показана для двух реализаций нелинейного поля зависимость полного числа спекл-элементов в поперечной плоскости от координаты  $z$ .

Типичная картина поля в нелинейной среде представлена на рис. 7 для различного набора поперечных сечений  $x, y$ .

О структурной неустойчивости околофокусных образований в нелинейной среде при условии, что в линейной среде прообразы этих образований были структурно стабильны, говорят и следующие результаты. Для каждой реализации поля анализировалась энтропия распределения интенсивности поля  $I(x, y)$  в поперечном сечении фокусирующего пучка при  $z = \text{const}$ . Следуя работе [14], энтропия распределения интенсивно-



**Рис. 7.** Распределение интенсивности околофокусного волнового поля в нелинейной среде. Координата  $z$ , mm: 1 — 136.5, 2 — 137.5, 3 — 138.5, 4 — 139, 5 — 139.5, 6 — 140.5. Размер квадранта тот же, что и на рис. 5.



**Рис. 8.** Разность энтропий, соответствующих двум реализациям распределения поля в поперечном сечении  $x, y$ .

сти  $I(x, y)$  на апертуре площадью  $S_A$  определялась как  $S(z) = - \sum_{k,l} P_{kl}(z) \ln P_{kl}(z)$ , где

$$\mathfrak{B} = (x, y, z) = I(x, y, z) / \iint_{S_A} I(x, y, z) dx dy,$$

$P_{kl}(z) = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \mathfrak{B}_{kl}(z)$ . Здесь часть формул записана в дискретном представлении для регулярной двумерной сетки узлов  $k, l$  на площадке  $S_A$  размером  $547 \times 547 \mu\text{m}$ .  $\mathfrak{B}_{kl}(z)$  — дискретные отсчеты функции плотности вероятности  $\mathfrak{B}(x, y, z)$  в узлах  $k, l$ ;  $\Delta x \cdot \Delta y$  — размер элементарной ячейки на сетке узлов. Величина  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \mathfrak{B}_{kl}(z)$  имеет физический смысл только при низких уровнях интенсивности света, соответствующих регистрации отдельных фотонов. Так, для двух реализаций волнового поля в нелинейной среде строилась зависимость модуля разности энтропий  $|S_2 - S_1|$  от координаты  $z$  (кривая 1 на рис. 8). Исходные случайно возмущенные волновые фронты в случае линейной среды дают две другие реализации волнового поля, для которых строилась аналогичная зависимость  $|S_2 - S_1|$  от  $z$  (кривая 2 на рис. 8). Из сравнения кривых 1 и 2 на рис. 8 видно, что в случае линейной среды структурно устойчивые фокусные образования дают небольшие величины  $|S_2 - S_1|$  при слабом случайном возмущении волнового фронта, деформированного сферической абберацией и астигматизмом. Эти небольшие величины имеют место при всех параметрах  $z$  в интервале от 135.5 до 142 мм. В свою очередь в нелинейной среде слабые случайные возмущения исходного волнового фронта приводят уже к сильному росту величин  $|S_2 - S_1|$  при  $z > 137$  мм.

В принципе можно утверждать, что структурная нестабильность начинает развиваться в нелинейной среде при  $z > 137$  мм, т.е. намного раньше достижения плоскости с наибольшей интенсивностью поля, когда основные кардинальные точки волновых реализаций еще совпадают. В пользу такого начала развития пространственной турбулентности<sup>1</sup> в нелинейной среде свидетельствует и кривая 3 на рис. 2, из которой видно, что, лишь начиная с  $z = 137$  мм, зависимость  $\delta\Phi(z)$  меняет свой характер: плато при  $z < 137$  мм сменяется резким подъемом при  $z > 137$  мм.

Если форма волнового фронта, поступающего на вход в систему, будет слабо флуктуировать во времени, подвергаясь действию случайных процессов, то в области фокусировки поля в нелинейной среде будет налицо и временная турбулентность, т.е. через определенные интервалы времени околофокусное трехмерное образование будет иметь структуру, отличную от существовавшей в предыдущий момент времени, при этом турбулентности не трансформируются друг в друга посредством преобразования диффеоморфизма. Возникновение сильных хаотических пульсаций амплитуды волнового поля, имеющих место при временной турбулентности, также ясно и при учете конечного времени поляризуемости нелинейной среды.

Из сравнения изображений волновых образований, представленных на рис. 1 для случаев нелинейной и линейной сред в продольной плоскости  $yoZ$ , видно, что самодифракция в нелинейной среде эквивалентна дифракции "вылетающего" излучения на краю суживающегося волновода. При этом "брызги" и "нитевидные выбросы", наблюдаемые после области наибольшего сжатия пучка и разлетающиеся вперед в широком интервале углов, и есть поле дифракции на краю самоиндуцированного в нелинейной среде суживающегося волновода.

Практически важным результатом данного исследования является то, что в среде с нелинейностью показателя преломления возможно получение больших значений локальной интенсивности, чем в случае линейной среды, за счет использования при фокусировке волнового фронта, деформированного сферической абберацией и астигматизмом.

Таким образом, при фокусировке в однородной нелинейной среде волнового фронта специальной формы нелинейные взаимодействия парциальных волн приводят к появлению сложных, хаотически расположенных в поперечной плоскости ярких пятен (спекл-элементов). Это связано с возникновением хаоса в нелинейных волновых полях по мере распространения волны в  $z$ -направлении [16,17]. С ростом  $z$  при  $z > 137$  мм

<sup>1</sup> Термин "оптическая турбулентность" для волн в нелинейных средах, когда имеет место стохастизация и распад волновых структур, использовался, например, в работе [15]. В [15], однако, изучались волновые структуры в кольцевом нелинейном резонаторе с двумерной обратной связью. Неустойчивость при этом была обусловлена крупномасштабными поперечными взаимодействиями в когерентном лазерном пучке.



имеет место распадная неустойчивость волнового образования, которая связана с хаотическим поведением фаз взаимодействующих парциальных волн. В результате осуществляется переход к слабой турбулентности.

## Интерпретация возникновения хаоса

Волновой пучок, образующийся при фокусировке, можно мысленно разбить на множество (около  $10^5$ ) парциальных плоских волн, исходящих из областей, равномерно распределенных по исходной апертуре волнового фронта при  $z = 0$ . Появление пространственного хаоса тогда легко понять при геометрикооптическом рассмотрении нелинейного взаимодействия множества парциальных волн в среде с нелинейностью показателя преломления.

Известно, что в каждую точку каустической зоны, возникающей при эволюции сложного волнового фронта, может приходиться несколько парциальных волн. В нашем случае в каждой точке центральной части области фокусировки интерферируют по меньшей мере 5 парциальных лучей. В свою очередь в каждой точке, расположенной в узком слое снаружи центральной части области фокусировки, интерферируют по меньшей мере 3 парциальных луча [8]. Рассмотрим первый слой нелинейной среды толщиной  $\Delta z$ . Падающие парциальные лучи при этом рассеиваются на слабых неоднородностях показателя преломления ( $\Delta n \leq 0.01$ ), наводимых полем интерференции этих же парциальных волн. В первом приближении это рассеяние можно рассматривать как возмущение, воздействующее только на фазу каждой парциальной волны, но не на ее амплитуду [18]. При этом каждый парциальный луч при таком рассеянии испытывает небольшое боковое смещение. В результате в следующий слой среды приходят рассеянные парциальные лучи, которые снова рассеиваются на слабой неоднородности, индуцированной полем интерференции последних парциальных волн и т.д. При нелинейном взаимодействии с большим числом парциальных волн фаза каждой отдельной волны нерегулярным образом изменяется по мере распространения. В итоге направления энергетических потоков в протяженной фокусной области имеют сложный нерегулярный запутанный вид. Изложенное является иллюстрацией хорошо известного тезиса о том, что слабая турбулентность в волновом процессе возникает при наличии большого числа волн, слабо взаимодействующих между собой [19–21]. В результате в области фокусировки возникает сложная спеклонная структура, имеющая характерный масштаб в поперечном сечении порядка одной ячейки картины поля. Турбулизация появляется за счет постоянно присутствующих и носящих случайный характер ничтожно малых возмущений волнового фронта, первично подвергаемого фокусировке. Именно внешние возмущения волнового фронта и создают турбулизацию. Их можно рассматривать как некоторый хаотический шум. Нели-

нейная среда при больших интенсивностях света в области фокусировки действует как усилитель приходящего извне шума. За счет огромного коэффициента усиления такого "усилителя" даже очень малое возмущение исходного волнового фронта радикально меняет лучевую и волновую картину анализируемого поля.

Отметим, что в [22] было доказано появление хаоса при интерференции двух волн в нелинейной среде. Там уже указывалось на возможность возникновения хаоса в экспериментах по светоиндуцированной самодифракции.

Вывод: нелинейные эффекты разрушают структурно устойчивую дифракционную катастрофу в области фокусировки и возникающее в новой ситуации околофокусное образование имеет турбулентное по пространству и во времени распределение амплитуды поля. Пространственная турбулентность (в данной ситуации это не что иное, как структурная нестабильность) вытекает непосредственно из компьютерных экспериментов. Временная турбулентность будет иметь место в том случае, если малые флуктуации формы исходного волнового фронта в каждый момент времени различны или при учете конечного времени поляризации среды.

Данная работа частично выполнена в рамках проекта Института высокопроизводительных вычислений и баз данных Министерства науки РФ при поддержке Российской программы "Фуллерены и атомные кластеры".

## Список литературы

- [1] *Hannay J.N.* // IEE Proc. 1983. Vol. 130. Pt F. N 7. P. 623–629.
- [2] *Berry M.V., Upstill C.* // Progress in Optics / Ed. by E. Wolf. North-Holland, 1980. Vol. 18. P. 257–346.
- [3] *Коробкин В.В., Полонский Л.Я., Попонин Л.Я., Пятницкий Л.Н.* // Квантовая электрон. 1986. Т. 13. № 2. С. 265–270.
- [4] *Марин М.Ю., Полонский Л.Я., Пятницкий Л.Н.* // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 3. С. 146–151.
- [5] *Wülker C., Theobald W., Ouw D. et al.* // AIP Conf. Proc. 1994. N 332. P. 121–125. (Proc. of the 4<sup>th</sup> Intern. Colloquium on X-Ray Lasers / Ed. by D.C. Eder, D.L. Mattuas, Williamsbury (USA), 1994).
- [6] *Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В.* // УФН. 1982. Т. 138. Вып. 2. С. 249–288.
- [7] *Вольнкин В.М., Гаврилов О.Д., Чертков А.А.* // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 7. С. 409–413.
- [8] *Осипов В.Ю.* // Автометрия. 1996. № 5. С. 48–60.
- [9] *Луговой В.Н., Прохоров А.М.* // УФН. 1973. Т. 111. № 2. С. 203–247.
- [10] *Коротеев Н.И., Шумай И.Л.* Физика мощного лазерного излучения. М.: Наука, 1991. 312 с.
- [11] *Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л.* Оптическая голография. Пер. с англ. М.: Мир, 1973. (Collier R., Burckhardt C., Lin L. Optical Holography. New York; London: Academic Press, 1971).
- [12] Компьютеры в оптических исследованиях / Под ред. Б.Фридена. Пер. с англ. М.: Мир, 1983. 488 с. (The Computer in Optical Research: Methods and Applications / Ed. by B.R. Frieden. Berlin; Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1980).

- [13] Зельдович Б.Я., Шкунов В.В., Яковлева Т.В. // УФН. 1986. Т. 149. № 3. С. 511–549.
- [14] Carretero L., Fimia A., Belendez A. // Optics Lett. 1994. Vol. 19. N 17. P. 1355–1357.
- [15] Ахманов С.А., Воронцов М.А., Иванов В.Ю. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 47. Вып. 12. С. 611–614.
- [16] Зосимов В.В., Лямшев Л.М. // УФН. 1995. Т. 165. Вып. 4. С. 361–401.
- [17] Ахманов С.А. // УФН. 1986. Т. 149. Вып. 3. С. 361–390.
- [18] Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
- [19] Кадомцев Б.Б., Карпман В.И. // УФН. 1971. Т. 103. № 2. С. 193–232.
- [20] Гурбатов С.Н., Саичев А.И., Якушкин И.Г. // УФН. 1983. Т. 141. № 2. С. 221–255.
- [21] Руденко О.В. // УФН. 1995. Т. 165. № 9. С. 1011–1036.
- [22] Горшков В.Г., Данилейко Ю.К., Лебедева Т.П., Нестеров Д.А. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45. Вып. 4. С. 196–199.