02;04;10

Об устойчивости квазинейтрального пучка отрицательных ионов

© Е.Е. Барминова, А.С. Чихачев

(Поступило в Редакцию 19 марта 1997 г.)

Исследуется устойчивость пучка отрицательных ионов, распространяющегося в собственном газе. Показано, что в квазинейтральном режиме при докритических токах возможно нарастание плазменных колебаний с малым инкрементом. Изучается также влияние на устойчивость пучка пролетных вторичных электронов, плотность которых мала. Наибольшую опасность рассмотренные низкочастотные колебания представляют для пучка, скорость которого близка к скорости вторичных электронов.

Формирование пучка отрицательно заряженных ионов (например, водорода H^-) в течение длительного времени привлекает как экспериментаторов [1], так и теоретиков [2,3] из-за возможности применения таких пучков в научных целях и в технологии.

В настоящей работе будут рассмотрены неустойчивости пучков, которые могут возникнуть на начальной стадии формирования.

После выхода из источника пучок ионов попадает в пространство дрейфа, содержащее остаточный газ. В результате ионизации газа пучком образуется плазма. Для параметров образующейся плазмы имеет существенное значение величина плотности остаточного газа. Определим критическую плотность следующим образом:

$$n_* = \frac{v_+}{2r_0\sigma_i v_b}. \tag{1}$$

Здесь v_+ — средняя скорость вторичных положительно заряженных ионов, r_0 — радиус пучка, σ_i — сечение ионизации, v_b — скорость частиц пучка. Из качественных соображений следует, что, если плотность газа меньше или близка к критической, пространственный заряд пучка компенсируется зарядом положительных ионов фона, причем небольшое количество δ-электронов не нарушает условия квазинейтральности $n_b \sim n_+$ (пролетное время вторичных электронов в пучке порядка r_0/v_δ, $v_\delta \sim 10^8$ cm/s). Если плотность газа превышает n_*, то заряд пучка перекомпенсирован и реализуется плазменный режим распространения пучка ($n_b \ll n_+$, n_δ). Далее будем рассматривать случай докритических плотностей газа, считая степень компенсации заряда пучка неизменной.

1. Если масса положительных ионов, компенсирующих заряд пучка, существенно превышает массу ионов пучка, то, согласно [4], ток пучка ограничен пирсовской неустойчивостью, так что предельная плотность тока j_Π определена равенством

$$j_\Pi = \frac{\pi}{2}\left(\frac{2e}{m_b}\right)^{1/2}\frac{\Phi^{3/2}}{L^2}, \tag{2}$$

где $e\Phi$ — энергия частиц пучка, $e\Phi = m_b v_b^2/2$, m_b — масса ионов пучка, L — длина плазменного промежутка.

Этот результат получен в [4] из решения системы гидродинамических уравнений, описывающих широкий замагниченный пучок.

В работе [5] изучена неустойчивость незамагниченного пучка с конечным поперечным размером по отношению к косым возмущениям. В этой работе частоты аксиально-симметричных колебаний определяются из дисперсионного уравнения вида

$$F(\theta, \theta_0, \beta) = 0, \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} F(\theta, \theta_0, \beta) &= 2\theta\theta_0^2(\operatorname{ch}\beta - e^{i\theta}\cos\theta_0) \\ &+ i(\theta^2 + \theta_0^2 + \beta^2)e^{i\theta}\theta_0\sin\theta_0 \\ &+ \frac{i\operatorname{sh}\beta}{\beta}\Big(\theta^2(\theta^2 - \theta_0^2 + 2\beta^2) + \beta^2(\theta_0^2 + \beta^2)\Big). \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь введены обозначения $\theta = \omega L/v_b$, $\theta_0 = \omega_b L/v_b = \theta_b$, $\beta = kL$, $\omega_b^2 = 4\pi e^2 n_b/m_b$, ω и k — соответственно частота и волновой вектор колебаний, $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ (пучок распространяется вдоль оси z). Область устойчивости такого пучка расширена, а порог устойчивости повышен по сравнению с пучком Пирса. В предельном случае $k = 0$, $\omega \to 0$ из (3) следует, что $\theta_0|_{z=L} = \pi$, что эквивалентно (2).

В ряде случаев массу ионов фона нельзя считать бесконечно большой (например, если пучок распространяется в собственном газе).

Если ионы плазмы имеют конечную массу, то система гидродинамических уравнений для пучка должна быть дополнена уравнениями, описывающими движение ионов плазмы, аналогично тому, как это делается для пучка электронов, заряд которых скомпенсирован положительно заряженными частицами конечной массы [6,7]. В результате может быть получено то же самое дисперсионное уравнение (3), однако в (4) следует положить $\theta_0 = \theta\theta_b/(\theta^2 - \theta_+^2)^{1/2}$, где $\theta_+^2 = 4\pi e^2 n_+ L^2/m_+ v_b^2$ вместо $\theta_0 = \theta_b$ при $\theta_+ = 0$. Здесь m_+ — масса положительного иона.

Так же как и в работе [5], в нашем случае дисперсионному уравнению (3) всегда удовлетворяют два решения

$$\theta = \pm\theta_0 + i\beta. \tag{5}$$

Эти решения, однако, не описывают реальной неустойчивости, так как возмущение плотности $n' \equiv 0$, если $n'|_{z=L} = 0$.

Поэтому следует искать решения, не совпадающие с (5). Пусть $k=0$ ($\beta=0$). Рассмотрим область низких частот $\theta=\theta_++\delta$, $\delta\ll\theta_+<1$. Тогда из уравнения (3) имеем

$$2\theta_+(1-\cos\theta_0)+i\theta_0\sin\theta_0=0. \qquad (6)$$

Найдем решение (6)

$$\theta_0=\pi-\frac{4i\theta_+}{\pi}. \qquad (7)$$

Так как $\theta_0^2=\theta^2\theta_b^2/(\theta^2-\theta_+^2)\sim\theta_+\theta_b^2/2\delta$, то

$$\delta=\frac{\theta_+\theta_b^2}{2\pi^2}\left(1+\frac{8i\theta_+}{\pi^2}\right) \qquad (8)$$

и решением уравнения (3) является

$$\theta=\theta_++\frac{\theta_+\theta_b^2}{2\pi^2}+i\,\frac{4\theta_+^2\theta_b^2}{\pi^4}. \qquad (9)$$

Полученное решение справедливо при $\theta_b<\pi$. Из выражения для частоты θ

$$\theta=\theta_0\theta_b\sqrt{\theta_0^2-\theta_+^2} \qquad (10)$$

следует, что при $\theta_b>\theta_{b\,\mathrm{cr}}=\theta_0$ происходит резкий рост амплитуды колебаний, что означает срыв тока (наступление апериодической неустойчивости). В этом смысле $\theta_{b\,\mathrm{cr}}$ можно считать предельным током стационарного пучка.

В области больших θ ($\theta\gg\theta_+,\theta_b$) уравнение (3) не имеет решений. Если $\theta_+\to 0$, то из (4) следует

$$\theta_0\sin\theta_0+\beta\,\mathrm{sh}\,\beta=0, \qquad (11)$$

откуда

$$\theta_0\simeq\pi(2s+1)+\frac{\beta\,\mathrm{sh}\,\beta}{\pi(2s+1)},$$

где целое число s удовлетворяет неравенству

$$\frac{\beta\,\mathrm{sh}\,\beta}{2\pi\left(s+\frac{1}{2}\right)}\ll 1.$$

Тогда

$$\delta=\frac{\theta_+\theta_b^2}{2\theta_0^2}=\frac{\theta_+\theta_b^2}{2\pi^2\big((2s+1)+\beta\,\mathrm{sh}\,\beta/\pi^2(2s+1)\big)^2}.$$

Если $\theta_+<1$, $\beta\ll 1$, то из (4) следует

$$\theta_0\sin\theta_0+\beta^2=2i\theta_+(1-\cos\theta_0), \qquad (12)$$

а так как решение θ_0 должно быть близким к π (см. (7)) при длинноволновом возмущении ($k\ll 1/L$), то можно сделать вывод, что отличие β от нуля приводит к небольшому сдвигу действительной части частоты колебаний (9) в область высоких частот, в то время как мнимая часть θ, отвечающая за нарастание колебаний, зависит в основном от плазменной частоты фоновых ионов. Так как из (12) следует

$$\theta_0\simeq\pi+\frac{\beta^2}{\pi}-\frac{4i\theta_+}{\pi},$$

то предельный ток пучка, согласно (10), в системе с $\beta\neq 0$ выше, чем ток, определенный выражением (2).

2. Изучим теперь влияние пролетных δ-электронов, имеющихся в области пучка и плотность которых мала. При этом будем рассматривать времена, меньшие характерного времени развития неустойчивости, описанной в разделе 1. Для простоты считаем плазменную систему одномерной.

Плотность вторичных электронов можно оценить следующим образом:

$$n_\delta\simeq n_g n_b\sigma_i v_b r_0/v_\delta. \qquad (13)$$

При энергии ионов H^- $W_H\sim 50\,\mathrm{keV}$ имеем $v_b\sim 3\cdot 10\,\mathrm{cm/s}$, при энергии δ-электронов $W_\delta\sim 10\,\mathrm{eV}$ $v_\delta\sim 2\cdot 10^8$, если $r_o\sim 1\,\mathrm{cm}$, $n_g\sim 10^{14}\,\mathrm{cm}^{-3}$, ток пучка $J\sim 100\,\mathrm{mA}$, то $n_b\sim 7\cdot 10^8\,\mathrm{cm}^{-3}$, а $n_\delta\sim 10^5\,\mathrm{cm}^{-3}$. При выводе дисперсионного уравнения для трехкомпонентной системы будем аналогично [8] использовать гидродинамическое описание для тяжелых частиц — ионов пучка и ионов плазмы, полагая температуры этих компонент равными нулю, и кинетическое описание для электронов плазмы, считая их функцию распределения максвелловской. Можно получить следующее соотношение:

$$1=\frac{\omega_+^2}{\omega^2}+\frac{\omega_b^2}{(\omega-kv_b)^2}+\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2-k^2v_{Te}^2}$$
$$-\,i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega_{pe}\omega}{(kv_{Te})^3}\,e^{-\frac{\omega^2}{k^2v_{Te}^2}}. \qquad (14)$$

Положим $\omega=\Omega+i\gamma$, где Ω, γ — действительные величины. Если $\gamma>0$, то колебания затухают, при $\gamma<0$ происходит раскачка колебаний.

При $\gamma\ll\Omega$ из (14) следует

$$\gamma=\frac{\sqrt{\pi}\,\Omega\frac{\omega_{pe}^2}{(kv_{Te})^3}e^{-\Omega^2/k^2v_{Te}^2}}{\frac{2\omega_+^2}{\Omega^3}+\frac{2\omega_b^2}{(\Omega-kv_b)^3}+\frac{2\Omega\omega_{pe}^2}{(\Omega^2-k^2v_{Te}^2)^2}}. \qquad (15)$$

Из этого соотношения видно, что раскачка колебаний, т. е. выполнение условия $\gamma<0$, возможна при $\Omega<kv_b$. Для того чтобы знаменатель в (15) был отрицательным при $\Omega\to kv_b$, должны быть выполнены неравенства

$$1>\frac{\Omega}{kv_b}>1-\left[\frac{1}{\alpha}\left(1-\frac{v_{Te}^2}{v_b^2}\right)\right]^{2/3},$$

$$\alpha=\omega_{pe}/\omega_b.$$

Действительная часть уравнения (14) при тех же условиях приводит к равенству

$$\frac{\Omega}{kv_b}=1\pm\frac{\omega_b}{kv_b\sqrt{1-\frac{\omega_b^2}{k^2v_b^2}-\frac{\omega_{pe}^2}{k^2(v_b^2-v_{Te}^2)}}}.$$

Таким образом, неустойчивость имеет место для таких значений волнового вектора, которые удовлетворяют неравенству

$$\frac{\omega_b}{kv_b} < \left(\frac{1}{\alpha}\left(1 - \frac{v_{Te}^2}{v_b^2}\right)\right)^{3/2} \ll 1.$$

Наличие вторичных электронов в данной задаче приводит к раскачке колебаний с частотой $\Omega \sim kv_b - \omega_b$. Инкремент нарастания амплитуды этих колебаний мал и стремится к нулю при $\omega_b \to 0$

$$\gamma \simeq -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{\omega_{pe}^2\omega_b(kv_b - \omega_b)}{(kv_{Te})^3}\,e^{-v_b^2/v_{Te}^2}.$$

Групповая скорость рассмотренных колебаний $\partial\omega/\partial k$ близка к скорости потока v_b, поэтому можно отнести эту неустойчивость к разряду сносовых. Таким образом, можно сделать вывод, что для пучка, распространяющегося в собственном газе в режиме квазинейтральности, пороговое значение тока, за которым следует сильный рост амплитуды колебаний, оказывается ниже пирсовского тока, что связано с участием в колебаниях фоновых ионов. Нарушение устойчивого распространения тока происходит из-за развития пирсовско-двухпотоковой неустойчивости. Напомним, что существование подобной неустойчивости для пучка электронов показано теоретически и экспериментально в работах [6,7,9,10].

Порог устойчивости ионного пучка повышается при ограничении его поперечных размеров аналогично тому, как это происходит в пучке электронов [5]. Наиболее опасными для пучка оказываются колебания с длиной волны порядка поперечного размера пучка вблизи плазменной частоты фоновых ионов (которая в нашем случае была не слишком большой).

Система не усиливает колебаний с высокой частотой и устойчива к возмущениям с длиной волны, много меньшей длины пролетного промежутка. Отметим, что при допирсовских токах наблюдается слабое нарастание плазменных колебаний.

Если в системе отсутствуют условия появления неустойчивости, описанной в разделе 1, то существует возможность развития другой, чисто колебательной неустойчивости, что связано с присутствием в системе вторичных электронов. Инкремент рассмотренных низкочастотных колебаний невелик. Наибольшую опасность эти колебания представляют для пучка, скорость которого близка к тепловой скорости δ-электронов.

Список литературы

[1] *Okumura Y., Hanada M.* et al. Production and Neutralization of Negative Ions and Beams. 5th Intern. Symph. New York: Brookhaven, 1990. P. 169.

[2] *Найда А.П., Джаббаров Д.Г.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. С. 2259; *Найда А.П., Горецкий В.П.* // Физика плазмы. 1985. Т. 11. Вып. 4. С. 394.

[3] *Солошенко И.А.* и др. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 9. С. 810.

[4] *Pierce J.R.* // J. Appl. Phys. 1944. Vol. 15. P. 721.

[5] *Иванов А.А., Путвинская Н.С.* // ЖТФ. 1975. Т. 45. С. 1648.

[6] *Pierce J.R.* // J. Appl. Phys. 1948. Vol. 19. P. 231.

[7] *Yuan K.* // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48. P. 133.

[8] *Иванов А.А.* Физика сильнонеравновесной плазмы. М.: Атомиздат, 1977.

[9] *Iizuka S., Saeki K., Sato N., Hatta Y.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. P. 1404.

[10] *Shamel H., Kolinsky H.* // Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1. N 7. P. 2359.