01;05

Флуктуация времени задержки безгистерезисных джозефсоновских переходов при линейном нарастании тока

© И.Н. Аскерзаде

Институт физики АН Азербайджана,
370143 Баку, Азербайджан

(Поступило в Редакцию 19 мая 1997 г.)

Исследовано влияние тепловых флуктуаций на время задержки безгистерезисных джозефсоновских переходов при линейном нарастании тока через переход в двух случаях: а) при медленном нарастании и б) при больших скоростях нарастания. Получены асимптотические формулы для дисперсии времени задержки.

Известно, что учет сверхпроводящей компоненты тока через джозефсоновский переход приводит к дополнительной задержке переходного процесса из сверхпроводящего состояния в резистивное [1]. Для безгистерезисных переходов время задержки τ_D может давать существенный вклад в суммарное время переходного процесса.

Несмотря на существенный прогресс в создании джозефсоновских переходов с большим затуханием [2] и на реализацию основных элементов джозефсоновской одноквантовой логики [3], влияния тепловых флуктуаций на время задержки до сих пор оставались не исследованными. С учетом этого в настоящей работе проведен расчет флуктуаций времени задержки τ_D при линейном нарастании тока через безгистерезисный переход.

Будем полагать, что безгистерезисные переходы описываются линейной резистивной моделью с источниками термического белого шума в нормальных сопротивлениях R переходов. Динамика безгистерезисного перехода описывается уравнением [1]

$$\dot{\varphi} + \sin\varphi = i + i_f, \tag{1}$$

где фаза φ, время τ и ток i измеряются соответственно в единицах $\Phi_0/2\pi$, $\Phi_0/2\pi I_c R$ и I_c (I_c — критический ток перехода, Φ_0 — квант магнитного потока).

Для флуктуационного тока i_f справедливы соотношения

$$\langle i_f \rangle = 0; \quad \langle i_f i_{f\tau} \rangle = 2\gamma\delta(\tau), \tag{2}$$

где $\langle \ldots \rangle$ — усреднение по ансамблю, γ — термическая энергия в единицах $\Phi_0 I_c/2\pi$, $\delta(\tau)$ — дельта-функция Дирака.

Асимптотические выражения в отсутствие шума для решения уравнения (1) при линейном нарастании тока через переход, т.е. при $i = \alpha\tau$ ($\lambda = (dI/dt)\Phi_0/2\pi I_c R$ безразмерная скорость нарастания тока через переход), приведены в [1]

$$\tilde{\varphi} = \begin{cases} -(-2\alpha\tau)^{1/2} & \text{при } \tilde{\varphi} \to -\infty, \quad (3a) \\ C_1\alpha^{2/3}(\tilde{\tau} - C_2\alpha^{-1/3}) & \text{при } \tilde{\varphi} \simeq 0, \quad (3b) \\ \left(2/(C_3\alpha^{-1/3} - \tilde{\tau})\right)^{1/3} & \text{при } \tilde{\varphi} \to \infty, \quad (3c) \end{cases}$$

где $\tilde{\tau} = \tau - \alpha^{-1}$, $\tilde{\varphi} = \varphi - \pi/2$; $C_1 = 1.25$, $C_2 = 1.21$, $C_3 = 2.9$ — постоянные.

Величина $\tau_D = C_3\alpha^{-1/3}$ представляет среднее значение времени задержки.

Рассмотрим случай, когда ток через переход меняется медленно, со скоростью

$$\alpha \ll (1 - i^2)^{1/2}, \quad \gamma^{3/2}. \tag{4}$$

При этом у флуктуаций хватает времени, чтобы произвести термическую активацию системы через энергетический барьер $\Delta u = 2^{5/2}(1 - i^2)^{3/2}/3$, где высота барьера измеряется в единицах $\Phi_0 I_c/2\pi$. Для вероятности перехода в резистивное состояние пользуемся известным выражением [1]

$$q(t) = 1 - \exp\left\{-\int\limits_{-\infty}^{t} \tau_L^{-1} dt'\right\}, \tag{5}$$

где $\tau_L = \tau_L(I(t))$ — время жизни метастабильного состояния безгистерезисных переходов, для которого существует выражение [4]

$$\tau_L^{-1} = (1 - i^2)^{1/2} \cdot e^{-\Delta u/\gamma}/2\pi. \tag{6}$$

В результате интегрирования (5) с учетом (6) при малых флуктуациях $\gamma \ll 1$ получаем

$$q(\tau) = 1 - \exp\left\{-C_o e^{-2^{5/2}(1-\alpha\tau)^{3/2}/3\gamma}\right\}, \tag{7}$$

где $C_0 = \gamma/4\pi\alpha$.

Используя (7), можно найти подобно тому, как это сделано в [5], дисперсию времени задержки

$$\sigma^2(\tau_D) = \left(3\gamma \ln C_0/2^{5/2}\right)^{4/3}/6\alpha^2, \tag{8}$$

что совпадает с формулой (22) из работы [5], где единственным отличием является выражение для C_0.

В противоположном пределе больших скоростей нарастания тока черех переход, что выполняется при обратном соотношении (4), происходит лишь незначительное изменение переходного процесса под действием флуктуаций. Чтобы найти $\sigma^2(\tau_D)$ в этом пределе, линеаризуем уравнение (1) по малым приращениям $\delta\varphi$

$$\delta\dot{\varphi} - \tilde{\varphi}(\tilde{\tau}) \cdot \delta\varphi = i_f, \tag{9}$$

формальное решение которого имеет вид

$$\delta\varphi(\tilde{\tau}) = \int\limits_{-\infty}^{\tilde{\tau}} i_f e^{\int\limits_{\tilde{\tau}'}^{\tilde{\tau}} \tilde{\varphi}(x)dx} d\tilde{\tau}'. \qquad (10)$$

Вариации времени задержки τ_D пропорциональна величина $\delta\varphi$ при $\tilde{\tau} \to \tau_D$, и поэтому для дисперсии времени задержки с учетом формулы (3b) на участке инерционного движения можно записать

$$\sigma^2(\tau_D) = 2\gamma B^2 e^{a\tilde{\tau}^2 - 2ab\tilde{\tau}} \int\limits_{-\infty}^{\tilde{\tau}} e^{-(a\tilde{\tau'}^2 - 2ab\tilde{\tau}')} d\tilde{\tau}', \qquad (11)$$

где $a = C_1\alpha^{2/3}$; $b = C_2\alpha^{-1/3}$, B — коэффициент пропорциональности между $\delta\varphi$ и $\delta\tau_D$, определяемый при $\tilde{\tau} \to \tilde{\tau_D}$ дифференцированием выражения (3c),

$$\sigma^2(\tau_D) = D_0\gamma\alpha^{-11/9}. \qquad (12)$$

Используя асимптотические формулы (3), можно вычислить коэффициент D_0, он приблизительно равен 11.9. Формула (12) заметно отличается от (8): в частности, зависимость $\sigma^2(\tau_D)$ от α слабая.

Список литературы

[1] *Лихарев К.К.* Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985. 320 с.
[2] *Гудков А.Л., Корнев В.К., Махов В.И.* и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Вып. 14. С. 1127–1130.
[3] *Likharev K.K., Mukhanov O.A., Semenov V.K.* // SQUID'85 / Ed. H.D. Hahlhohm, H.Lubbing. Berlin: W. de Gruyter, 1985. P. 1103–1108.
[4] *Kurkijarvi J.* // Phys. Rev. 1972. Vol. 66. P. 325–331.
[5] *Снигирев О.В.* // РиЭ. 1984. № 29. С. 2216–2223.