01

Индуктивность в системе двухсвязных идеально-диамагнитных тел

© А.И. Спицын

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники,
310726 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 3 июня 1997 г.)

Находятся общие соотношения для индуктивностей системы двухсвязных идеально-диамагнитных тел при циркулирующих по ним токам с учетом наведенных плотностей токов на отдельных телах из-за влияния их взаимного экранирования.

При рассмотрении задач взаимодействия идеально-диамагнитных тел [1,2], задач диагностики сред заданной системой контуров [3] в задачах формирования излучения возникает необходимость определения индуктивностей системы двухсвязных идеально-диамагнитных тел произвольных форм. В настоящем сообщении находятся общие соотношения для взаимных индуктивностей системы n двухсвязных идеально-диамагнитных тел с циркулирующими по ним токами I_i $(i = 1, 2, \dots, n)$. Кроме этих тел в системе могут присутствовать также и другие односвязные идеально-диамагнитные тела.

Для более отчетливого понимания повторим вывод [4] для магнитной энергии тел для данного конкретного случая. С учетом $\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$, $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j}$, $\operatorname{div}\mathbf{H} = 0$ интеграл для магнитной энергии $w = \int\limits_v \mathbf{BH}dv/2$ разбивается на поверхностный и объемный. Так как поле внутрь идеально-диамагнитного проводника не проникает, то объемный интеграл $\int\limits_v \mathbf{jA}dv = 0$, а поверхностный вследствие стремления к нулю интеграла по бесконечно удаленной поверхности сводится к интегрированию только по поверхностям присутствующих тел $w = \int\limits_s \mathbf{AJ}dS/2$, где $\mathbf{J} = [\mathbf{Hn}]$ — поверхностная плотность тока, $\mathbf{n}$ — внутренняя нормаль к поверхности тела. Пусть $\mathbf{A}^{(i)}$, $\mathbf{J}^{(i)}$ представляют решение для системы, удовлетворяющее идеальным граничным условиям, при значении полного тока в i-м двухсвязном теле I_i и $I_k = 0$ при $k \neq i$. Обозначим соответствующее значение плотности тока на m-м теле при полном токе I_i в i-м теле и $I_k = 0$ при $k \neq i$ через $\mathbf{J}_m^{(i)}$. Вследствие линейности уравнений электродинамики и соответствующих граничных условий для тел с токами I_i $(i = 1, 2, \dots, n)$ в них $\mathbf{A} = \sum\limits_i \mathbf{A}^{(i)}$, $\mathbf{J} = \sum\limits_i \mathbf{J}^{(i)}$. С учетом $\mathbf{A}^{(i)}$, $\mathbf{J}^{(i)} \sim I_i$ полную магнитную энергию можно представить соотношением $w = \sum\limits_{i,k} L_{ik} I_i I_k/2$, где

$$L_{ik} = \frac{1}{I_i I_k} \int\limits_s \mathbf{A}^{(i)} \mathbf{J}^{(k)} ds. \qquad (1)$$

Из равенства $\int\limits_v \mathbf{B}^{(i)} \mathbf{H}^{(k)} dv = \int\limits_v \mathbf{H}^{(i)} \mathbf{B}^{(k)} dv$ следует $L_{ik} = L_{ki}$. Так как $s = \sum\limits_m s_m$, то, переходя в (1) к суммированию по поверхностям S_m отдельных тел, найдем $L_{ik} = 1/(I_i I_k) \sum \int\limits_{sm} \mathbf{A}_m \mathbf{J}_m ds$.

Справедливо следующее. Если по двухсвязному идеально-диамагнитному телу произвольной формы через поперечное сечение течет поверхностный ток $I = \int\limits_C \mathbf{J} d\mathbf{l}_n$, где C — контур, окаймляющий произвольное поперечное сечение в любом месте проводника, $d\mathbf{l}_n = \mathbf{n}_0 dl$, а $\mathbf{n}_0$ — единичный вектор на поверхности проводника, нормальный к элементу dl контура C, и $\Phi = \int\limits_L \mathbf{A}d\mathbf{l}$ для любого контура L, окружающего полость и лежащего полностью на поверхности тела, то поверхностный интеграл по всей поверхности тела s $\int\limits_s \mathbf{AJ}ds = \Phi I$. Данное утверждение доказывается при разбиении поверхности тела s на сетку, представляющую линии тока по поверхности тела, и линии, им ортогональные, и взятии интеграла $\int\limits_s \mathbf{AJ}ds$. На основе этого соотношения из суммы по m остается только один член с $m = k$

$$L_{ik} = \frac{1}{I_i I_k} \int\limits_{s_k} \mathbf{A}_k^{(i)} \mathbf{J}_k^{(k)} ds = \frac{\Phi_{ki}}{I_i}, \qquad (2)$$

так как полный наведенный ток на k-м теле при $i \neq k$ равен нулю, а величина Φ_{ki} представляет магнитный поток, обусловленный током I_i через полость k-го. Величина L_{ik} при $i = k$ зависит от взаимного расположения тел. Общее соотношение для магнитной энергии системы тел можно представить в общепринятом виде $w = 1/2 \sum\limits_k \Phi_k I_k$, где $\Phi_k = \sum\limits_i \Phi_{ki}$. Из закона сохранения энергии для потенциальной энергии системы следует общее соотношение $U = \sum\limits_k s_k I_k \Phi_k$ [1], где величина $s_k = 1$, если в k-м идеально-диамагнитном теле сохраняется поток $\Phi_k = \mathrm{const}$, и $s_k = -1$, если созданы условия протекания постоянного тока $I_k = \mathrm{const}$ через него.

Список литературы

[1] *Спицын А.И.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 4. С. 145–154.
[2] *Спицын А.И.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 12. С. 1–11.
[3] *Gavil S., Mor A., Weinstein M.* // J. Francl. Inst. 1988. Vol. 325. N 5. P. 595–607.
[4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959. 531 с.