01;05

Динамические уравнения ансамбля дефектов при наличии разориентированных субструктур

© Ю.В. Гриняев, Н.В. Чертова, В.Е. Панин

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,
634021 Томск, Россия

(Поступило в Редакцию 13 января 1998 г.)

Экспериментально установлено, что дефектная структура материалов в процессе деформирования эволюционирует от одиночного распределения дефектов к ансамблю взаимодействующих частиц, представляющему в зависимости от величины деформации неразориентированные или разориентированные субструктуры. В рамках полевого описания динамики ансамбля дефектов рассмотрены условия существования разориентированных дефектных субструктур и получено обобщение ранее известных динамических уравнений неразориентированных дефектных субструктур на случай разориентированных. Данные уравнения показывают, какие величины характеризуют поле дефектов при наличии разориентированых субструктур.

В основе физической мезомеханики, интенсивно развиваемой в последнее десятилетие, лежит концепция масштабных уровней деформации и разрушения [1,2]. Выбор рассматриваемого масштабного уровня определяется "фильтром" исследователя. Например, при электронномикроскопических исследованиях изучают явления, происходящие в процессе деформации на микромасштабном уровне [3], а при оптико-телевизионных исследованиях — на мезоуровне [4,5]. Сопоставление результатов, наблюдаемых в процессе деформации на разных масштабных уровнях, позволило прийти к заключению, что вблизи предела текучести возникают одиночные дефекты (дислокации на микроуровне, полосы сдвига на макроуровне и т.д.), а затем по мере увеличения деформации формируются ансамбли взаимодействующих дефектов, представляющие разнообразные субструктуры. Наблюдаемые субструктуры в некотором интервале деформаций независимо от способа нагружения и материала исследования можно разделить на два класса неразориентированных и разориентированных субструктур [3]. Явление масштабной инвариантности, предполагающее, что деформация на разных уровнях развивается подобным образом, позволяет ввести понятие дефекта произвольного масштабного уровня как источника "скачка" смещений разной величины и использовать изученные закономерности деформирования одного масштабного уровня для анализа поведения материала на другом. В работе [6] была получена система уравнений, описывающая континуум дефектов, представляющий ансамбль неразориентированных субструктур. В настоящей работе предложена система динамических уравнений ансамбля дефектов при наличии разориентированных субструктур. Поскольку полученная система уравнений является обобщением результатов [5], кратко изложим основные положения этой работы.

Согласно [6], континуум дефектов, представляющий ансамбль взаимодействующих дефектов, можно рассматривать как самостоятельную подсистему деформируемого твердого тела. Это дает основание предложить модель деформируемого тела, представляющего смесь двух континуумов, одним из которых является материальная среда–упругий континуум, другим — континуум дефектов. Упругий континуум, воспринимающий напряжения от внешних воздействий и дефектов материала, характеризуется эффективными напряжениями

$$\sigma = \sigma^{\text{ext}} + \sigma^{\text{int}} \tag{1}$$

и эффективным импульсом

$$\rho \mathbf{V} = \rho\left(\mathbf{V}^{\text{int}} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right), \tag{2}$$

где σ^{ext} — внешнее приложенное напряжение; σ^{int} — внутреннее напряжение, связанное с дефектами материала; $\mathbf{V}^{\text{int}}$, $\partial\mathbf{u}/\partial t$ — скорости смещений, обусловленные соответственно потоком дефектов и внешним воздействием; ρ — плотность среды.

Континуум дефектов представляет механическое поле с напряженностями α — тензор плотности дислокаций, I — тензор плотности потока дислокаций и характеризуется энергией ядер дефектов и их инерционными свойствами. Предложенная модель позволяет записать полевые уравнения динамики ансамбля дефектов

$$B\nabla \cdot I = -\rho\mathbf{V}, \quad \nabla\cdot\alpha = 0,$$
$$\nabla \times I = \frac{\partial \alpha}{\partial t}, \quad S\nabla\times\alpha = -B\frac{\partial}{\partial t}I - \sigma, \tag{3}$$

где B и S — неизвестные константы теории, характеризующие инерционные свойства дефектов и энергию единицы дислокации; знаки $(\cdot)$, $(\times)$ обозначают скалярное и векторное произведение величин.

Уравнение динамического равновесия

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\mathbf{V} = \nabla\cdot\sigma \tag{4}$$

представляет условие совместности (3).

При формировании разориентированных фрагментов в подсистеме дефектов любого масштабного уровня механические поля дефектов характеризуются сильной неоднородностью и наличием знакопеременных внутренних напряжений. Знакопеременные или неориентированные внутренние напряжения, обозначаемые в дальнейшем σ_d^{int}, можно учесть введением в поле дефектов дипольных конфигураций. Подобным образом в работе [7] была описана кривизна решетки, имеющая знакопеременный характер. Знакопеременный характер неориентированных внутренних напряжений позволяет считать, что

$$\int_s d\mathbf{s} \cdot \sigma_d^{\text{int}} = 0, \tag{5}$$

где интеграл берется по любому полному сечению деформируемого тела.

Ориентированные напряжения удовлетворяют равенству

$$\int_s ds \cdot \sigma_0^{\text{int}} = \mathbf{f},$$

где $\mathbf{f}$ — сила, с которой одна часть материала взаимодействует с другой по некоторому сечению S.

В общем случае

$$\sigma^{\text{int}} = \sigma_d^{\text{int}} + \sigma_0^{\text{int}}. \tag{6}$$

Поскольку условие (5) имеет место для произвольного сечения деформированного тела, то справедливо равенство

$$\sigma_d^{\text{int}} = \frac{1}{2}\nabla \times M. \tag{7}$$

Можно показать, что тензор M равен

$$M = r \times \sigma_d^{\text{int}}, \tag{8}$$

где r — радиус-вектор рассматриваемой точки.

Из (7) следует, что дипольные конфигурации дефектов, определяющие возникновение разориентированных субструктур в деформируемом теле, приводят к появлению моментов напряжений.

Перемещение дипольных ансамбей или связанных дефектов обусловит импульс знакопеременного характера $\rho\mathbf{V}_d^{\text{int}}$, который будет удовлетворять условию

$$\int_w \rho\mathbf{V}_d^{\text{int}} dw = 0, \tag{9}$$

где интегрирование проводится по всему объему w, занятому деформируемым телом.

В отличие от связанных дефектов свободные дефекты создают суммарное количество движения, не равное нулю,

$$\int_w \rho\mathbf{V}_s^{\text{int}} dw \neq 0.$$

Совокупность подынтегральных величин двух последних равенств $\rho\mathbf{V}^{\text{int}} = \rho(\mathbf{V}_d^{\text{int}} + \mathbf{V}_s^{\text{int}})$ определяет импульс материальной точки, обусловленный потоком дефектов (2). Поскольку условие (9) справедливо для любой формы тела, то имеет место равенство

$$\rho\mathbf{V}_d^{\text{int}} = -\nabla \cdot \rho, \tag{10}$$

согласно которому тензор второго ранга P может быть представлен как диадное произведение

$$P = \mathbf{r}\rho\mathbf{V}_d^{\text{int}}, \tag{11}$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор.

Величина P представляет диполь количества движения, антисимметричная часть которого есть плотность момента импульса или углового (вращательного) момента.

При отсутствии внешних нагрузок, свободных дефектов и ориентированных напряжений уравнение динамического равновесия (4) запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\mathbf{V}_d^{\text{int}} = \nabla \cdot \sigma_d^{\text{int}} \tag{12}$$

или, учитывая (9), таким образом,

$$-\nabla\frac{\partial}{\partial t}P = \nabla \cdot \sigma_d^{\text{int}}. \tag{13}$$

Отсюда неориентированные внутренние напряжения могут быть определены с точностью до ротора некоторого тензора в виде равенства

$$\sigma_d^{\text{int}} = -\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla \times M, \tag{14}$$

которое означает, что тензор неориентированных внутренних напряжений может быть обусловлен подвижными и статическими дипольными ансамблями дефектов. Учитывая (6), (9), (10), (14), полевые уравнения, описывающие динамику ансамбля дефектов при наличии разориентированных субструктур, запишутся в виде

$$\nabla \cdot (BI - P) = -\rho\left(\mathbf{V}_s^{\text{int}} - \frac{\partial u}{\partial t}\right), \quad \nabla \cdot \alpha = 0,$$

$$\nabla \times I = \frac{\partial \alpha}{\partial t},$$

$$\nabla \times \left(S\alpha + \frac{1}{2}M\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(BI - P) - \sigma_0^{\text{int}} - \sigma^{\text{ext}}. \tag{15}$$

Список литературы

[1] Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов / Под ред. В.Е. Панина. Новосибирск: Наука, 1995. Т. 1. 298 с.

[2] *Panin V.E.* // Abstracts of Intern. Conf. "Mesofracture 96". Tomsk: Institute Strangth Physics&Materials, 1996. С. 14–15.

[3] *Конева Н.А., Козлов Э.В.* // Изв. вузов. Физика. 1990. № 2. С. 89–106.

[4] *Панин В.Е., Панин С.В., Мамаев А.И.* // ДАН. 1996. Т. 350. № 1. С. 35–38.

[5] *Панин В.Е.* // Изв. вузов. Физика. 1995. № 11. С. 6–25.

[6] *Гриняев Ю.В., Панин В.Е.* // ДАН. 1997. Т. 353. № 1. С. 37–39.

[7] *Коротаев А.Д., Тюменцев А.Н., Гончиков В.Ч., Олемской А.И.* // Изв. вузов. Физика. 1991. № 3. С. 81–92.