

01;03

Влияние толщины слоя жидкости на соотношение размеров ячейки конвекции

© Е.Д. Эйдельман

Санкт-Петербургский химико-фармацевтический институт,
Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 12 мая 1996 г.)

Излагается теория нового типа перехода — изменение соотношения продольного и поперечного размеров ячейки конвекции при плавном изменении толщины жидкого слоя. Резкое изменение соотношения размеров ячейки происходит из-за смены преобладающего механизма возбуждения конвекции. Действие сил плавучести сменяется действием термокапиллярных сил, а те при еще меньшей толщине слоя сменяются термоэлектрическими силами. При постепенном уменьшении толщины слоя при одинаковом внешнем нагреве соотношение размеров будет соответственно 07, 0.65 и 1.

Введение

В настоящее время известны три механизма возбуждения термической конвекции при подогреве снизу. Во-первых, рэлеевский механизм. Этот механизм приводится в действие силой плавучести — разностью архимедовой силы и силы тяжести [1]. Во-вторых, механизм, открытый Пирсоном [2]. Этот механизм приводится в действие разностью сил поверхностного натяжения, возникающей из-за зависимости сил поверхностного натяжения от температуры — термокапиллярного эффекта [3]. Наконец, третий механизм [4] связан с возбуждением движения электрической силой. Такой механизм является преобладающим в тонких слоях жидких полупроводников (полуметаллов), электролитов и некоторых других сред. Под действием нагрева в таких средах возникает термоэлектрическое поле. Это поле действует на возникающие по той же причине флуктуации заряда, и в результате возникает кулоновская сила, приводящая жидкость в движение [5].

Все три перечисленных выше механизма возбуждения хорошо изучены как по отдельности (см. [1] о рэлеевском, [6] — о термокапиллярном и [7] — о термоэлектрическом механизмах), так и попарно (см. [8] — о совместном действии сил плавучести и термокапиллярности, [9] — сил плавучести и термоэлектричества, [10] — о совместном действии сил, порожденных как термокапиллярностью, так и термоэлектричеством), и даже при действии всех трех механизмов вместе [9]. Оказалось, что каждый механизм возбуждения оказывает преобладающее воздействие на жидкость в некотором диапазоне параметров. Важно, что в заданной жидкости и при заданном достаточном внешнем нагреве единственным параметром, определяющим, какой же именно механизм возбуждения вносит основной вклад в создание движения жидкости, является толщина слоя жидкости.

В данной работе внимание будет сосредоточено именно на особенностях перехода от одного механизма возбуждения к другому, тогда как ранее задачи решались в условиях, когда один из механизмов преобладает, а другой (другие) вносят лишь малые изменения в его действие.

1. Условия сохранения соотношения размеров конвективной ячейки

Каждый из указанных выше механизмов возбуждения может действительно привести жидкую среду в движение, лишь если действующая сила превышает силу диссипации $\rho\nu\kappa$, где ρ — плотность жидкости, ν и κ — диссипативные коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности соответственно.

Если действует нагрев $A = (T_h - T_c)/h$ — разность температур T_h горячей (нижней) и T_c холодной (верхней) поверхностей поля, деленных на его толщину h , то действующие на жидкость силы можно записать так.

1. Сила плавучести — $\rho\beta gAh^4$ [1]. Эта сила порождена объемным расширением жидкости из-за нагрева (β — коэффициент теплового расширения, g — ускорение силы тяжести).

2. Термокапиллярная сила — σAh^2 [3]. Эта сила порождена эффектом термокапиллярности (σ — коэффициент термокапиллярности).

3. Термоэлектрическая сила — $\varepsilon\gamma^2 A^2 h^2$ [5]. Эта сила порождена термоэлектрическим эффектом (γ — коэффициент термоэдс) в жидкости с достаточной диэлектрической проницаемостью ε , такой что возникающий в жидкости объемный заряд не успевает рассасываться.

Действие каждого механизма характеризуется безразмерным числом, соответственно это — числа Рэлея \mathcal{R} , Марангони \mathcal{M} и "термоэлектрическое число" $\mathcal{E} = I^2$. Имеем

$$\mathcal{R} = \frac{\beta g A h^4}{\nu \kappa}, \quad \mathcal{M} = \frac{\sigma A h^2}{\rho \nu \kappa}, \quad \mathcal{E} = I^2 = \frac{\varepsilon \gamma^2 A^2 h^2}{\rho \nu \kappa}. \quad (1)$$

Эти числа показывают, во сколько раз сила, возбуждающая движение, превосходит силу диссипации. При достижении хоть одним из безразмерных чисел критических значений ($\mathcal{R}^* > 660$, $\mathcal{M}^* > 80$, $I^* > 6.3$) в жидкости возникает движение, даже если действие других возбуждающих сил отсутствует. Конкретные значения числа \mathcal{R}^* , \mathcal{M}^* или I^* , необходимые для наступления

неустойчивости, зависят от граничных условий, например от условий теплоотдачи. Наименьшие значения 660, 80 и 6.3 соответственно достаточны для возбуждения в условиях, когда границы находятся при строго постоянных температурах.

Движение возникает при минимально возможном при данных граничных условиях значениях безразмерного числа. Условие минимальности определяет соотношение размеров ячейки конвекции, которая возникает в момент возбуждения. Обозначая размер ячейки вдоль слоя l (размер поперек всегда равен толщине слоя h), имеем, что при возбуждении силой плавучести, термокапиллярностью или термоэлектричеством соотношение l^2/h^2 будет равно 0.5, 0.45, 1 соответственно. Оказывается [1,3,9], что значение соотношения l/h для данного механизма возбуждения не зависит от граничных условий. Таким образом, соотношение размеров ячейки конвекции вдоль и поперек слоя может служить индикатором механизма возбуждения.

Известно [1], что соотношение размеров возникающей ячейки сохраняется и в развитом конвективном движении. Во всяком случае это верно, пока амплитуды скорости и других конвективных величин пропорциональны "корню из надкритичности" $(T_h - T_h^*)^{1/2}$ [11] (T_h — реальная температура нагреваемой нижней поверхности; T_h^* — та ее температура, которая достаточна для возбуждения неустойчивости $T_h > T_h^*$).

Для различных механизмов возбуждения амплитуды пропорциональны $(\mathcal{R} - \mathcal{R}^*)^{1/2}$, $(\mathcal{M} - \mathcal{M}^*)^{1/2}$, $(I - I^*)^{1/2}$ соответственно.

2. Качественное исследование условий смены соотношения размеров ячейки конвекции

Диапазон изменений толщины слоя, в котором преобладает тот или другой механизм возбуждения, можно получить, анализируя зависимость безразмерных чисел \mathcal{R} , \mathcal{M} и \mathcal{E} от h . Очевидно, что $\mathcal{R} \sim h^3$, $\mathcal{M} \sim h$, \mathcal{E} (и I) от h не зависит. Отсюда сразу следует, что в слоях наибольшей толщины должен преобладать рэлеевский механизм возбуждения, в слоях промежуточной толщины главным является действие термокапиллярности, а в самых тонких слоях возбуждение происходит под действием термоэлектрического поля. Более точные оценки можно получить, сравнивая числа \mathcal{R} , \mathcal{M} и I между собой.

Сравнение механизмов возбуждения силой плавучести и термокапиллярностью показывает, что термокапиллярный механизм преобладает в тонких слоях толщиной

$$h < h_{RM} \simeq \left(\frac{\sigma}{\rho g \beta} \right)^{1/2}. \quad (2)$$

Проводя сравнение условий возбуждения силой плавучести и термоэлектричеством, видим, что термоэлектри-

ческий механизм преобладает в тонких слоях толщиной

$$h < h_{RI} \simeq \left(\frac{\kappa \nu \varepsilon \gamma^2}{\rho \beta^2 g^2} \right)^{1/6}. \quad (3)$$

Наконец, сравнивая условия возбуждения термокапиллярным и термоэлектрическим механизмами, найдем, что термоэлектрический механизм преобладает в тонких слоях толщиной

$$h < h_{MI} \simeq h_c \simeq \left(\frac{\rho \kappa \nu \varepsilon \gamma^2}{\sigma^2} \right)^{1/2}. \quad (4)$$

Все три эффекта имеют место в жидких полупроводниках (полуметаллах). Для них можно принять типичные значения параметров жидкости [12,13]: $\rho = 1-10 \text{ g/cm}^3$, $\beta = 9 - 6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $\nu \simeq \kappa \simeq 5 \cdot 10^{-2} - 1 \text{ mm}^2/\text{s}$, $\sigma = 1 - 3 \cdot 10^{-5} \text{ N/mK}$. Для оценок можно принять разность температур $T_h - T_c \simeq Ah \simeq 10^3 - 10^4 \text{ K}$. Для оценок требуется знать значение коэффициента термоэдс γ . Значений γ при температурах плавления и выше в литературе найти не удалось. Однако известно [14], что электропроводность и термоэлектрические коэффициенты существенно не изменяются в точке плавления. В твердотельных полупроводниках при температуре выше дебаевской температуры T_D термоэдс определяется эффектом увлечения и записывается как

$$\gamma \simeq f \frac{k_B}{e} \frac{T_D}{T}, \quad (5)$$

где k_B — постоянная Больцмана, e — заряд носителя.

Постоянная f такова, что γ имеет значения $\simeq 100 \mu\text{V/K}$ [15].

Подставляя числовые значения в формулы (2)–(4), найдем, что

$$10 < h_c < 100 \mu\text{m}, \quad 1 < h_{RM} < 10 \text{ mm}. \quad (6)$$

Таким образом, в слоях толщиной до $10 \mu\text{m}$ (а возможно, и до $100 \mu\text{m}$) преобладает возбуждение термоэлектрической силой и возникает ячейка с $l \simeq h$. В слоях толщиной от $10 \mu\text{m}$ (возможно $100 \mu\text{m}$) и до 1 mm (возможно 10 mm) главным механизмом возбуждения является механизм, приводимый в действие термокапиллярной силой. При этом возникает ячейка с $l \simeq 0.65h$. Наконец, в еще более толстых слоях ячейчатое движение возникает с соотношением размеров $l \simeq 0.7h$ под действием силы плавучести.

3. Постановка задачи о вычислении соотношения размеров ячейки конвекции. Численные решения

Для нахождения достаточных условий возникновения неустойчивости нарастания малых возмущений наиболее простым приемом является поиск нетривиальных решений, линеаризованных по малым возмущениям систем

однородных дифференциальных уравнений с однородными граничными условиями. Существование области значений параметров, при которых такие решения имеются, означает возможность самопроизвольного перехода среды в новое состояние; если эти значения параметров физически возможны, то происходит возникновение неустойчивости. Такой прием весьма успешно применялся [1] для анализа силы плавучести.

В общем случае ставится задача разыскания условий существования нетривиальных решений линеаризованной системы из уравнений движения, неразрывности и переноса тепла несжимаемой жидкости, а также уравнения неразрывности для тока и уравнения электростатики

$$-\nu \Delta \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \nabla p_1 + \beta T_1 \mathbf{g} + \frac{e\gamma}{\rho} n_1 \nabla T_0 = 0, \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (8)$$

$$-\kappa \Delta T_1 + (\mathbf{v} \nabla) T_0 = 0, \quad (9)$$

$$\operatorname{div} (\mathbf{E}_1 - \gamma \nabla T_1) = 0, \quad (10)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_1 = \frac{e}{\varepsilon} n_1, \quad (11)$$

\mathbf{v} — скорость жидкости, причем в равновесном состоянии жидкость покоится; $p_1 = p - p_0$, $T_1 = T - T_0$ — отклонения давления и температуры от их равновесных значений; характеристика электрического поля — напряженность $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E} - \gamma \nabla T_0$; n_1 — концентрация носителей с зарядом e .

В записи уравнений уже использовано, что конвекция возникает априорически, поэтому частота возникающих движений $\omega = 0$. Действительно, условие возбуждения математически записывается как условие отсутствия мнимой части частоты $\operatorname{Im}(\omega) = 0$, а априодичность возбуждения означает, что нет и действительной части частоты $\operatorname{Re}(\omega) = 0$.

В обычном принимаемом приближении Буссинеска (см., например, [1,3,6,11]) система (7)–(11) представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Такая система может быть преобразована в систему алгебраических уравнений, если решение искать в виде Фурье-разложения с гармониками, пропорциональными

$$\exp \left(ik_x \frac{x}{h} + ik_y \frac{y}{h} + ik_z \frac{z}{h} \right). \quad (12)$$

Далее решение определяет зависимость внешних параметров (например, нагрева A) от волнового вектора $\mathbf{k}(k_x, k_y, k_z)$. Продольная часть волнового вектора $\mathbf{k}_\perp(k_x, k_y)$ вещественна в силу трансляционной симметрии, присущей геометрии слоя, если положить, что оси x и y лежат в плоскости слоя. Очевидно, что $k_\perp \sim h/l$ определяется размером ячейки вдоль слоя l . Значение k_z определяется однородными граничными условиями на плоскостях $z = 0$ ("дно") и $z = h$ ("поверхность").

В этой работе рассматривается слой постоянной величины и не рассматриваются поверхностные волны,

которые могут возникать на поверхности слоя. Учет как изменения толщины, так и возбуждения поверхностных волн возможен (см. соответственно [16,17]), но для поставленной задачи анализа изменения соотношения размеров ячейки конвекции несуществен.

В данном разделе сформулируем граничные условия, наиболее близкие к тем, которые могут быть реализованы на опыте (см. описание опытов, например, в [1,3,6]). Дно — плоскость соприкосновения жидкости с твердым массивом, поэтому

$$v_z = v_x = v_y = T_1 = 0. \quad (13)$$

Условие $v_z = 0$ соответствует условию "невытекания", жидкость не проникает в массив подложки. Условия $v_x = v_y = 0$ соответствуют условиям "прилипания" вязкой жидкости к твердой плоскости массива снизу. Условие $T_1 = 0$ означает, что дно жидкости находится при постоянной температуре. Такое условие соответствует условию "абсолютно" легкой теплопередачи через эту плоскость. Число Био (B), характеризующее теплоотдачу со дна жидкости, здесь очень велико ($B \rightarrow \infty$).

Поверхность — плоскость соприкосновения жидкости с газом — воздухом. Так как слой имеет постоянную толщину, то выполняется условие невытекания

$$v_z = 0. \quad (14)$$

На поверхности проявляется действие сил поверхностного натяжения, а именно термокапиллярные силы создают силы вдоль поверхности, т. е. уравниваются тангенциальными компонентами тензора напряжений

$$\begin{aligned} \rho\nu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) &= -\sigma \frac{\partial T_1}{\partial x}; \\ \rho\nu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) &= -\sigma \frac{\partial T_1}{\partial y}. \end{aligned} \quad (15)$$

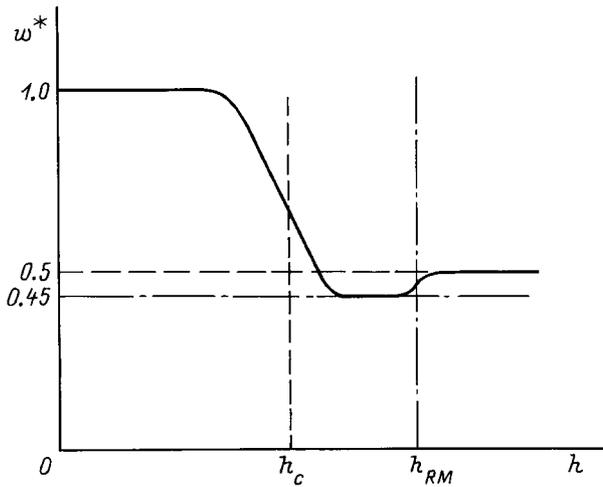
Отметим, что если бы и верхняя поверхность поддерживалась при постоянной температуре, то термокапиллярных сил на такой поверхности бы не было.

Можно представить себе различные условия теплоотдачи с поверхности [3,6], но наиболее близкими к эксперименту будут условия теплоизолированности, условия отсутствия отдачи тепла с такой поверхности, $B = 0$,

$$\frac{\partial T_1}{\partial z} = 0. \quad (16)$$

Численные исследования проводились и при $\operatorname{Re}(\omega) \neq 0$, и с различными значениями числа B , и с многими другими осложнениями поставленной задачи. Обзор возможных случаев имеется в [5].

Система уравнений (7)–(11) или соответствующая система алгебраических уравнений позволяет выразить переменные друг через друга, а затем условие существования нетривиального решения, удовлетворяющего однородным граничным условиям, позволяет определить k_z



Изменение соотношения квадрата отношения размеров конвективной ячейки вдоль и поперек слоя w^* от толщины слоя жидкости h .

как функцию k_{\perp} и M . Знание этих значений позволяет рассматривать условие существования нетривиального решения системы (7)–(11) (это условие $\text{Im}(\omega) = 0$) как условие возбуждения, т.е. условие, выражающее значение "внешнего" параметра — нагрева A (а следовательно, и \mathcal{R} , \mathcal{M} и \mathcal{E} для заданного слоя заданной жидкости) как функцию l/h . Далее минимизация $\partial A / \partial k_{\perp} = 0$ и даст значение l/h ячейки, возникающей в момент возбуждения.

Зависимость величины $w = k_{\perp}^2 / k_z^2$ от толщины слоя h входит в расчеты через связи

$$\mathcal{R} = \left(\frac{h}{h_{RI}}\right)^3 I; \quad \mathcal{R} = \left(\frac{h}{h_{RM}}\right)^2 M; \quad M = \frac{h}{h_c} I. \quad (17)$$

Типичные результаты численного решения приведены на рисунке. В момент возбуждения $w = w^*$. В областях $h \simeq h_c$ и $h \simeq h_{RM}$ зависимость соотношения размеров ячейки, возникающей в момент возбуждения, имеет вид, типичный для фазовых переходов второго рода [18]. Перестройка всей зоны конвекции при изменении толщины слоя подобна аллотропному изменению кристаллической решетки.

4. Точное решение задачи для случая двух свободных границ, поддерживаемых при постоянной температуре

В [1] для механизма, приводимого в действие силой плавучести, и в [9] для механизма, приводимого в действие термоэлектрическим полем, показано, что в случае наличия у слоя двух свободных, поддерживаемых при постоянной температуре граничных поверхностей решение двойной задачи на собственные значения можно обойти и найти $k_z = \pi$ единственно возможное значение k_z в момент возбуждения.

Тогда условие существования нетривиального решения системы (7)–(11) превращается в обозримое условие возбуждения

$$-(1+w)^3 + \left(\frac{h}{\pi h_{RI}}\right)^3 \frac{I}{\pi} w + \frac{I^2}{\pi^2} (1+w)w = 0 \quad (18)$$

или в эквивалентной форме

$$-(1+w)^3 + \frac{\mathcal{R}}{\pi^4} w + \left(\frac{\pi h_{RI}}{h}\right)^6 \frac{\mathcal{R}^2}{\pi^8} (1+w)w = 0. \quad (19)$$

Очевидно, что формула (18) удобна для исследования возбуждения в слоях толщиной $h \ll h_{RI}$, а формула (19) удобна для исследования условий возбуждения движения в слоях с $h \gg h_{RI}$. Напомним, что так как граничные поверхности слоя поддерживаются при постоянных температурах $T_1 = 0$ при $z = 0, h$, то поверхностное натяжение (термокапиллярность) на условия возбуждения не влияет (см. условия (15)).

Минимизируя значения безразмерного числа I (или \mathcal{R} соответственно), найдем

$$-3(1+w)^2 + \left(\frac{h}{\pi h_{RI}}\right)^3 \frac{I}{\pi} + \frac{I^2}{\pi^2} (1+2w) = 0 \quad (20)$$

или

$$-3(1+w)^2 + \frac{\mathcal{R}}{\pi^4} + \left(\frac{\pi h_{RI}}{h}\right)^6 \frac{\mathcal{R}^6}{\pi^8} (1+2w) = 0. \quad (21)$$

Исключая I из уравнений (18) и (20) (или \mathcal{R} из (19) и (21)), найдем, что w^* — это корень уравнения

$$(1+w)^4 (1-w)^2 - \left(\frac{h}{\pi h_{RI}}\right)^6 w^2 (2w-1) = 0. \quad (22)$$

При изменении h/h_{RI} от 0 до ∞ величина w^* меняется от 1 до 1/2. При $h_{RI}/h = 1$ найдем $w^* = 0.81$ при $I^* \simeq 1.6\pi$. Точное решение при других значениях h/h_{RI} показывает, что зависимость w^* от h фактически повторяет результаты численного решения (см. рисунок), конечно, с заменой h_c на h_{RI} и без участка от h_c до h_{RM} . Результаты также подтверждают, что при подогреве снизу условия возбуждения облегчаются за счет совместного действия механизмов возбуждения [9].

5. Анализ опытных данных

Единственные известные до сих пор эксперименты с достаточно тонким слоем жидкости, подогреваемым снизу, являются классические опыты Бенара [19] (см. также подробное изложение в [1]). Бенар проводил свои эксперименты со слоем кашалотового воска "спермацета". Воск слоем толщиной до 1 мм помещался на ровный металлический поддон, подогреваемый паром снизу: таким образом реализовалась модель бесконечного плоского слоя, подогреваемого снизу. Нижняя граница — твердая,

изотермическая. Верхняя граница — граница с воздухом, т.е. свободная и теплоизолированная. Именно в таких условиях проводились расчеты в разделе 3.

Данные о спермаците можно найти в [20–22]. Оценки показывают, что толщина слоя в эксперименте h лежит в интервале $h_c < h < h_{RM}$ при $h_c \simeq 10 \mu\text{m}$ (см. (4)) и $h_{RM} \simeq 2 \text{mm}$ (см. (2)). Отсюда следует, что главным механизмом, приводящим к образованию ячеек Бенара, является термокапиллярный механизм [2].

Величиной, которую удобнее всего измерять в таких экспериментах, являются размеры ячейки вдоль l и поперек слоя h . Успех теории Рэлея объясняется тем, что соотношение l/h ячеек, возбуждаемых силой плавучести и термокапиллярностью, близки ($\simeq 0.7$ и 0.65 соответственно). Выявить преобладающий механизм удалось, лишь проанализировав разности температур $T_h - T_c$ (об истории вопроса см. в [1]).

Учет влияния термоэлектрического механизма в самых тонких экспериментально наблюдавшихся слоях с толщиной $h \simeq 10h_c \simeq 0.1 \text{mm}$ можно провести на основе задачи, поставленной в разделе 3. В условиях такого опыта можно найти $M \simeq M(1 - 0.4I^2)$, а $I \simeq 0.33$. Малое изменение соотношения l/h ячейки, возникающей в момент возбуждения. Однако направленность изменений как разности температур, так и, главное, изменения соотношения размеров ячейки, вносимых термоэлектрическим механизмом, верная. В самых тонких слоях наблюдались ячейки с большим l/h и меньшей $T_h - T_c$, чем предсказываемые по теории термокапиллярного механизма.

Возможно, влиянием термоэлектрического механизма нужно объяснять явления, вызывающие "старение" жидкокристаллических индикаторов [23]. Однако подробный анализ старения требует учета особых свойств жидкокристаллического состояния (см. [24]) и конструктивных особенностей прибора. Все остальные многочисленные опыты по подогреву снизу проводились со слоями такой толщины, что ни термокапиллярность, ни термоэлектрические явления в них значения не имеют.

Заключение

Ячейки конвекции, их возбуждение, переход от изотропной среды к среде с пространственно-временной структурой — классический пример синергетического явления [25]. Перестройка пространственно-временной структуры, изучавшаяся в этой работе, — еще одна деталь этого явления. Возбуждение движения приводит к резкому возрастанию теплопереноса, поэтому жидкость все время находится в условиях, близких к условиям возбуждения при малых "надкритичностях" [11].

Взаимодействие различных механизмов возбуждения, или на языке синергетики различных подсистем, приводит к перестройке всей зоны конвекции из-за изменения соотношения размеров отдельно взятой ячейки при изменении толщины слоя. Если толщина подогреваемого

слоя близка к критической, то даже небольшое ее изменение, например, из-за испарения может привести к существенной перестройке конвективной зоны при том же внешнем нагреве.

Список литературы

- [1] Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford: University Press, 1960.
- [2] Pearson J.K.A. // J. Fluid Mech. 1958. Vol. 4. N 5. P. 489–503.
- [3] Levich V.G., Krylov V.S. // Ann. Rev. Fluid Mech. 1969. Vol. 1. P. 293–343.
- [4] Июффе И.В., Калинин Н.В., Эйдельман Е.Д. // Письма ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 9. С. 395–396.
- [5] Эйдельман Е.Д. // УФН. 1995. Т. 149. № 11. С. 1279–1294.
- [6] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
- [7] Эйдельман Е.Д. ЖЭТФ. 1993. Т. 103. Вып. 5. С.1633–1643.
- [8] Nield D.A. // Fluid Mech. 1964. Vol. 19. N 1. P. 341–352.
- [9] Эйдельман Е.Д. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 4. С. 29–45.
- [10] Эйдельман Е.Д. // ФТП. 1994. Т. 28. № 9. С. 1535–1543.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
- [12] Физические постоянные. Справочник. М., 1990.
- [13] Нежелко В.И., Флока Л.И. Поверхностное натяжение жидких металлов и сплавов. Справочник. М., 1991.
- [14] Кастлер М. Жидкие полупроводники. М.: Мир, 1980.
- [15] Бункин Ф.В., Лукьянчук Б.С. и др. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. № 4. С. 1848–1854.
- [16] Эйдельман Е.Д. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 5. С. 1–7.
- [17] Эйдельман Е.Д. // Поверхность. 1995. № 3. С. 29–32.
- [18] Браун Р. Фазовые переходы. М.: Мир, 1967.
- [19] Benard H. // Ann. Chim. Phys. 1901. Vol. 23. P. 62.
- [20] Warth A.N. The Chemistry and Technology of Waxes. 1956.
- [21] Высокомолекулярные непредельные спирты из кашалотового жира. Деп. в ВИНТИ. М., 1966.
- [22] Мусаев Т. Автореф. канд. дис. Грозный, 1982.
- [23] Винокур К.Д., Сихарулидзе Д.Г., Чилая Г.С., Элашвили З.М. Жидкие кристаллы со спиральной структурой и их использование для систем отображения информации. Тбилиси, 1988.
- [24] Эйдельман Е.Д. // ФТТ. 1995. Т. 37. Вып. 1. С. 160.
- [25] Хакен Г. Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1980.