01;04

Стохастический нагрев в плазменно-пучковой системе

© О.В. Климов, А.А. Тельнихин

Алтайский государственный университет,
656058 Барнаул, Россия

(Поступило в Редакцию 11 марта 1997 г.)

В рамках гидродинамического описания плазмы исследован процесс возбуждения ленгмюровской плазменной волны моноэнергетическим электронным пучком, для которого выполняются резонансные условия взаимодействия. Показано, что параметрические и модуляционные эффекты приводят к формированию в плазме нелинейных стационарных волн с низкочастотной огибающей солитонного типа. Исследовано поведение электронов в поле волнового пакета, образованного ленгмюровскими волнами с различными фазовыми скоростями. Определен уровень стохастичности в системе и относительный уровень плазменных флуктуаций.

Введение

В работах [1–3] описаны результаты экспериментов по исследованию эволюции параметров плазменно-пучковой системы. Обнаружено, что в плазме генерируются короткие вспышки электромагнитного излучения на частоте, близкой к электронной плазменной Ω_e. Показано, что источники излучения локализованы в пространстве, и определен их характерный размер. Экспериментально зарегистрирован процесс формирования функции распределения электронов [2], проведены измерения спектров излучения в низкочастотной области, зондовым методом исследован спектр флуктуаций.

Полученные опытные данные авторами работы [2] были интерпретированы как результат формирования в плазменно-пучковой системе сильной ленгмюровской турбулентности, картина которой описывается феноменологической теорией ансамбля коллапсирующих ленгмюровских каверн.

В настоящей работе показывается, что некоторые основные черты эволюции плазменно-пучковой системы могут быть описаны как результат генерации нелинейных ленгмюровских волн в процессе индуцированного рассеяния электронов пучка. Возникающая при этом пучковая неустойчивость, сопровождающаяся автомодуляцией и бунчировкой электронов пучка, стабилизируется захватом частиц пучка волной, что и приводит к формированию стационарных нелинейных волн [4]. Динамика электронов в поле такой волны становится сложной, и при определенных параметрах в системе возникает динамический хаос.

Динамика плазменных волн

Пусть в изотропной плазме распространяется достаточно интенсивный нерелятивистский пучок электронов. В равновесном состоянии плотность плазмы n_0, пучка — n_b, $n_b/n_0 \ll 1$, скорость пучка $V_0 \gg V_T$, V_T — тепловая скорость электронов. В результате того, что волны плотности заряда, существующие в плазме на тепловом уровне, приводят к модуляции пучка и тем самым усиливают модулирующую волну, параметры пучка и плазмы флуктуируют около равновесных. Обозначим через n_j, v_j ($j = 1, 2$; индексы 1, 2 относятся соответственно к параметрам плазмы и пучка) параметры плазмы (n_1/n_0, n_2/n_b, $v_2/V_0 \ll 1$).

Эволюцию n_j, v_j плазменно-пучковой системы будем описывать гидродинамическими уравнениями и уравнением Пуассона для электрического поля E

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_j v_j) = 0,$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_j}{\partial x} = -\frac{eE}{m_e}, \qquad \frac{\partial E}{\partial x} = -4\pi e \sum_j n_j. \tag{1}$$

Из (1) следуют уравнения, описывающие динамику нелинейных волн плотности,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Omega_e^2\right) n_1 + \frac{\partial^2 n_1 v_1}{\partial x \partial t} - \frac{n_0}{2}\frac{\partial^2 v_1^2}{\partial x^2} + \Omega_e^2 n_2 = 0,$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2V_0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + V_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \Omega_b^2\right) n_2 + V_0 \frac{\partial^2 n_2 v_2}{\partial x^2}$$

$$+ \frac{\partial^2 n_2 v_2}{\partial x \partial t} - \frac{n_b}{2}\frac{\partial^2 v_2^2}{\partial x^2} + \Omega_b^2 n_1 = 0. \tag{2}$$

Системе уравнений (2) соответствует обычное дисперсионное соотношение

$$1 = \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} + \frac{\Omega_b^2}{(\omega - kV_0)^2}, \quad \Omega_b^2 = \frac{4\pi e^2 n_b}{m_e}.$$

Из анализа этого уравнения вытекает, что при взаимодействии электронного пучка с плазмой неустойчивыми оказываются те волны, для которых выполняются условия

$$\omega \leqslant kV_0, \qquad \omega = \Omega_e. \tag{3}$$

Считая, что в процессе нелинейного взаимодействия могут генерироваться высшие гармоники, подставим в (2) разложение величин n_j, v_j в виде рядов. Используя условия (3) и проводя усреднение по высокочастотным осцилляциям, находим уравнения, описывающие медленную эволюцию комплексных амплитуд a_j $(n_j = a_j \exp(ikx - i\omega t))$ волн плотности заряда,

$$i\dot{a}_1 = \alpha_1|a_1|^2 a_1 + \beta_1|a_2|^2 a_1 + \lambda_1 a_2,$$
$$-i\dot{a}_2 = \alpha_2|a_2|^2 a_2 + \beta_2|a_1|^2 a_2 + \lambda_2 a_1. \qquad (4)$$

Здесь точка обозначает дифференцирование по "новому" времени $t' = t - x/V_0$. Переход к новой переменной t' означает, собственно, что из всего возможного множества решений для a_j выбираются решения в виде стационарных волн, движущихся со скоростью V_0. Именно такие волны неоднократно регистрировались в экспериментах (см., например, [1,3]). α_1, β_2 отражают характер нелинейного взаимодействия, $(\lambda_1\lambda_2)^{1/2} = \gamma$ — линейный инкремент пучковой неустойчивости (при выводе (4) полагалось $\gamma \ll \Omega_e$). В (4) эти коэффициенты имеют следующий вид:

$$\alpha_1 = 2\,\frac{\Omega_e}{n_0^2}, \qquad \beta_1 = \frac{3}{4}\,\frac{\Omega_e}{n_0^2}\left(\frac{\Omega_e}{\Omega_b}\right)^2,$$

$$\alpha_2 = 3\,\frac{\Omega_e}{n_0^2}\left(\frac{\Omega_e}{\Omega_b}\right)^2, \qquad \beta_2 = -\frac{3}{8}\,\frac{\Omega_e}{n_0^2},$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\Omega_e, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2}\,\frac{\Omega_b^2}{\Omega_e}, \quad \gamma = \frac{\Omega_e}{2}\left(\frac{n_b}{n_0}\right)^{1/2}. \qquad (5)$$

Для моноэнергетического пучка максимальный инкремент неустойчивости $\gamma_{\max} \approx \Omega_e(n_b/n_0)^{1/3}$. В общем случае на инкремент неустойчивости налагаются условия $(\pi/2)^{1/2}(n_b/n_0)\Omega_e(\Omega_e/kV_{Tb})^2 < \gamma < \gamma_{\max}$, где V_{Tb} — тепловой разброс в пучке [5]. Даже для моноэнергетического пучка оказывается, что $\gamma < \gamma_{\max}$, поскольку в стационарной нелинейной волне флуктуации скорости пучка могут быть значительны. По порядку величины $\gamma \sim \Omega_e(n_b/n_0)(V_0/(\Delta V))^2$ [4]. При $(V_0/(\Delta V))^2 \sim (n_0/n_b)^{1/2}$ находим $\gamma \sim \Omega_e(n_b/n_0)^{1/2}$ (см. формулу (15)). Это значение соответствует минимальному инкременту неустойчивости, возбуждаемой моноэнергетическим пучком.

Для дальнейшего анализа эволюции системы перейдем в (4) к новым переменным — амплитуда–фаза, положив $a_j = A_j \exp(i\varphi_j)$. В новых переменных система (4) приобретает следующий вид:

$$\dot{A}_1 = +\lambda_1 A_2 \sin\Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1,$$
$$\dot{A}_2 = +\lambda_2 A_1 \sin\Delta\varphi,$$
$$\Delta\dot{\varphi} = -\left((\alpha_1+\beta_2)A_1^2 + (\alpha_2+\beta_1)A_2^2\right)$$
$$+ (\lambda_1 A_2/A_1 + \lambda_2 A_1/A_2)\cos\Delta\varphi. \qquad (6)$$

Из первых двух уравнений (6) находим интеграл движения

$$\lambda_1 A_2^2 - \lambda_2 A_1^2 = C. \qquad (7)$$

В дальнейшем считаем константу интегрирования равной нулю. Используя (7), из (6) получаем уравнение изменения разности фаз волн

$$\ddot{\psi} + \omega_0^2 \sin\psi = 0, \quad \psi = 2\Delta\varphi, \quad \omega_0^2 = 4\lambda_1\lambda_2 \qquad (8)$$

и уравнение, описывающее динамику энергии волн,

$$\dot{\psi} = -\alpha A_1^2 + \omega_0 \sin(\psi/2),$$
$$\alpha = (\alpha_1+\beta_2) + \lambda_2\lambda_1^{-1}(\alpha_2+\beta_1). \qquad (9)$$

Коэффициенты, входящие в уравнения (8), (9), определены ранее в (5).

Уравнение (8) имеет вид стационарного уравнения синус-Гордон, его решения известны и выражаются через эллиптические функции

$$\dot{\psi}(t') = 2\varkappa\omega_0 \begin{cases} \mathrm{cn}\,(t', \varkappa), & \varkappa \leqslant 1, \\ \mathrm{dn}\,(t', 1/\varkappa), & \varkappa \geqslant 1, \end{cases} \qquad (10)$$

где введены обозначения

$$H = \frac{1}{2}\dot{\psi}^2 - \omega_0^2\cos\psi, \qquad H_s = \omega_0^2,$$
$$\varkappa^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{H}{H_s}\right), \qquad N = \frac{\omega_0}{\omega(H)}. \qquad (11)$$

Здесь $\omega(H)$ — частота нелинейных колебаний, ω_0 — частота малых колебаний (отметим, что ω_0 определяется линейным инкрементом задачи). При $\varkappa = 1$ выражение (10) переходит в определение ψ на сепаратрисе. Считая, что к моменту $t' = 0$ в системе имеется развитый режим турбулентности, и полагая при этом $\psi = 0$ при $t' = 0$ или $(\partial\psi/\partial t') = 2\omega_0$, $\psi = 0$, получаем

$$\dot{\psi} = 2\omega_0\,\mathrm{ch}^{-1}(\omega_0 t'). \qquad (12)$$

При выборе других условий на $(\partial\psi/\partial t')$, ψ просто смещается момент начала отсчета "времени" t' и в (12) необходимо добавить некоторую константу t_0 (например, при $(\partial\psi/\partial t') = 0$, $\psi = \pi$, $t_0 = \infty$).

Подставляя (10), (12) в (9), получаем выражения для динамики A_1

$$A_1^2 = \frac{\omega_0}{\alpha} \begin{cases} \mathrm{dn}\,(t', \varkappa) + \varkappa\,\mathrm{cn}\,(t', \varkappa), & \varkappa \leqslant 1, \\ \varkappa\,\mathrm{dn}\,(t', 1/\varkappa) + \mathrm{cn}\,(t', 1/\varkappa), & \varkappa \geqslant 1, \end{cases} \qquad (13)$$

$$A_1^2 = \frac{2\omega_0}{\alpha}\,\mathrm{ch}^{-1}(\omega_0 t - k_0 x), \qquad \varkappa = 1. \qquad (14)$$

Используя определения (5), (8), (9), вычисляем амплитудное значение A_1

$$(A_1^2) = A_0^2 = 0.4\left(\frac{n_b}{n_0}\right). \qquad (15)$$

Уравнения (13), (14) описывают эволюцию энергии нелинейных ленгмюровских волн. В частности, уравнение (14) соответствует двум типам волн: солитонам

$$A_1 = +\left(\frac{2\omega_0}{\alpha}\right)^{1/2} \mathrm{ch}^{-1/2}\left(\omega_0\left(t - \frac{x}{V_0}\right)\right)$$

и антисолитонам (кавитонам)

$$A_1 = -\left(\frac{2\omega_0}{\alpha}\right)^{1/2} \mathrm{ch}^{-1/2}\left(\omega_0\left(t - \frac{x}{V_0}\right)\right).$$

Интересную информацию о динамике волн можно получить, если рассмотреть выражение для разности фаз при $H = H_s$. При начальном условии $t' = 0$, $\Delta\varphi = 0$ из уравнения (8) находим

$$\Delta\varphi = 2\,\mathrm{arctg}\left[\exp(\omega_0\, t') - \pi/2\right]. \quad (16)$$

При $t' \to \infty$ фазы волн выходят из резонанса и $\Delta\varphi \to \pi/2$.

Стохастическая динамика частиц

Обратимся к спектральным свойствам системы. В [6] показано, что вблизи сепаратрисы ($\varkappa^2 \to 1$, $H \to H_s$) параметр N, определенный в (11), имеет вид

$$N \sim \frac{1}{\pi} \ln \frac{32H_s}{H_s - H}. \quad (17)$$

Вблизи сепаратрисы $\omega(H) \to 0$, а период колебаний логарифмически расходится. Скорость фаз волн $\partial\psi/\partial t'$ и энергия волн $A^2(t')$ приближаются к периодической последовательности солитоноподобных импульсов с расстоянием между горбами по времени $2\pi/\omega(H)$ и шириной горба, близкой к $2\pi/\omega_0$. Спектр этих колебаний становится широким с амплитудами гармоник [6]

$$b_n \sim 8\omega \begin{cases} 1, & N \geqslant n > 1, \\ \exp(-n/N), & n > N, \end{cases} \quad (18)$$

т. е. все гармоники приблизительно равны вплоть до $n \sim N$ и экспоненциально малы при $n > N$. Число N определяет "скважность" функций $\partial\psi/\partial t'$, A^2 и характерное число гармоник в спектре. По мере приближения к сепаратрисе $N \to \infty$, а сам спектр стремится к непрерывному.

Определим корреляционные свойства системы на сепаратрисе. Для этого введем коррелятор $q_1(\tau) = \langle A_1(t')A_1(t' + \tau)\rangle$, где $\langle \ldots \rangle$ обозначают усреднение по ансамблю (времени) [6]. Спектральная плотность мощности $q_1(\omega)$ связана с коррелятором $q_1(\tau)$ соотношением

$$q_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} q_1(\tau).$$

Подставляя в эти определения значения $A_1(t')$ из (14), находим

$$q_1(\tau) = \frac{2\pi}{\alpha}\,\mathrm{ch}^{-1}(\omega_0\tau),$$

$$q_1(\omega) = \frac{\pi^2}{\alpha\omega_0}\,\mathrm{ch}^{-1}(\pi\omega/2\omega_0). \quad (19)$$

Из (2), (4) видно, что спектр волн непрерывный (характерная ширина спектра $\Delta\omega \approx \omega_0$), время расцепления корреляций $\tau_c = (\omega_0)^{-1}$ и при $\tau \to \infty$ коррелятор $q(\tau)$ ведет себя как $\exp(-\omega_0\tau)$.

Исследуем динамику электронов в плазменном поле. Как следует из вышеизложенного, в плазме возникает высокочастотная волна с медленно меняющейся амплитудой, или, иными словами, широкий пакет волн. Покажем, что траектории частиц в поле такого пакета при определенных условиях становятся стохастическими. Фазовые скорости пакета достаточно плотно заполняют некоторый интервал $(\omega/k)_{\max} > V_0 > (\omega/k)_{\min}$, так что в этой области происходит эффективное взаимодействие (резонанс Ландау) волн с частицами. За счет перекрытия резонансов траектории резонансных частиц становятся сложными и на фазовой плоскости $(\dot{x}, x)$ появляются области стохастической динамики частицы. Поскольку основной нелинейный эффект связан с обратным воздействием плазменных колебаний на распределение резонансных частиц [4], уравнение динамики частиц будет иметь следующий вид:

$$\ddot{x} = -\frac{e}{m_e}\sum_k E_k \exp(ikx - i\omega_0 t). \quad (20)$$

Здесь фурье-гармоника E_k электрического поля определяется из уравнения Пуассона и уравнений (14), (15). Из (17)–(19) следует, что волновой спектр состоит из четного числа гармоник с волновыми числами k_n и частотами ω_n, лежащими, вообще говоря, от $-\infty$ до $+\infty$. Выше было показано, что амплитуды гармоник вплоть до некоторого приблизительно равны. Тогда относительно структуры пакета можно сделать следующие упрощающие предположения:

$$k_n = k_0 + n\Delta k, \qquad \omega_n = \Omega_e + n\Delta\omega,$$
$$k_0 = \Omega_e V_0^{-1}, \quad A_n = \mathrm{const}, \quad A_n^2 N = A_0^2, \quad (21)$$

где A_0 — нормированная на n_0 амплитуда волны плотности, N — эффективное число гармоник.

Далее отметим, что большая часть электронов плазмы имеет скорости $v < V_0$. При этом уравнение (20) сводится к задаче о движении частицы в поле времениподобного пакета [6]. Используя условия (15), (21) и усредняя по высокочастотным осцилляциям, получаем уравнение, описывающее медленную эволюцию частицы в поле волнового пакета,

$$\ddot{x} = \varepsilon\frac{\Omega_e^2}{k_0}\cos(k_0x - \Omega_e t)\sum_n A_n\cos(n\Delta\omega t)$$
$$= \frac{\Omega_0^2}{k_0} T\cos\Theta(x,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t - nT). \quad (22)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\Theta(x,t) = k_0x - \Omega_e t, \qquad \Omega_0^2 = \varepsilon\Omega_e^2 A_0 N^{-1/2},$$
$$\omega_0 = \Omega_e\left(\frac{n_b}{n_0}\right)^{1/2}, \quad T = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\omega_0}N, \quad \varepsilon = N^{-1}, \quad (23)$$

где T — характерный временной период поля; $\tau_c = \omega_0^{-1}$ — время расцепления корреляций; ε — малый параметр усреднения; Ω_0 — частота малых колебаний частицы в потенциальной яме, создаваемой центральной гармоникой волнового пакета.

Легко записать отображение ($\hat{T}$ — отображение [6]), эквивалентное уравнению (22),

$$\bar{v} = v + \frac{K}{k_0 T}\cos\Theta, \qquad K = \Omega_0^2 T^2,$$
$$\bar{\Theta} = \Theta + \omega(\bar{v})T, \qquad \omega(v) = k_0 v - \Omega_e, \tag{24}$$

где $v, \Theta, \bar{v}, \bar{\Theta}$ — скорости и фазы частицы соответственно в моменты времени nT и $(n+1)T$.

Отображение (24) является стандартным отображением, и при $K \geqslant 1$ траектории частиц становятся стохастическими, а соответствующая кинетика описывается уравнением типа уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК). При малых скоростях частиц, когда пакет времениподобный, уравнение ФПК можно записать в дивергентной форме

$$\frac{\partial f(v,t)}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial v} D \frac{\partial f(v,t)}{\partial v}. \tag{25}$$

Здесь $f(v,t)$ — функция распределения частиц; D — коэффициент диффузии, который вычисляется обычным образом,

$$D = \left\langle\left\langle \frac{(\Delta v)^2}{T} \right\rangle\right\rangle, \quad \Delta v = \bar{v} - v = \frac{K}{k_0 T}\cos\Theta,$$
$$D = \frac{1}{2}\frac{K^2}{k_0^2 T^3}, \tag{26}$$

а скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по фазе.

Из формул (25), (26) видно, что

$$\langle v^2 \rangle = u_0^2 + Dt \tag{27}$$

и имеет место стохастический нагрев.

Если бы задача (25) решалась в некоторой ограниченной области скоростей при отсутствии потока частиц из этой области, то за характерное время $t \geqslant \tau_d$, где

$$\tau_d = V_0^2 D^{-1}, \tag{28}$$

в этой области установилось бы равновесное распределение

$$f(v) = \text{const}. \tag{29}$$

Распределение (29) имеет вид плато в пространстве скоростей.

Вычислим по формулам (24), (26), (28) параметр K, характеризующий степень стохастичности системы, коэффициент диффузии D и характерное время релаксации функции распределения τ_d. Пользуясь при вычислениях формулами (23), находим следующие зависимости:

$$K = \left(\frac{n_0}{n_b}\right)^{3/4} N^{1/2},$$
$$D = \frac{1}{2\pi} V_0^2 \Omega_e N^{-2}, \qquad \tau_d = 2\pi\Omega_e N^2. \tag{30}$$

В формулы (30) входит N — эффективное число гармоник волнового пакета. Для грубых оценок величин K, D можно положить $N \approx n_0/n_b$. При этом условии выражения (30) приобретают следующую форму:

$$K = \left(\frac{n_0}{n_b}\right)^{5/4},$$
$$D = \frac{1}{2\pi} V_0^2 \Omega_e \left(\frac{n_b}{n_0}\right)^2, \quad \tau_d = 2\pi\Omega_e^{-1}\left(\frac{n_0}{n_b}\right)^2. \tag{31}$$

Укажем на ряд эффектов, которые не учитывались при описании стохастической динамики электронов. Во-первых, если в уравнении ФПК учесть конечное время расщепления корреляций τ_c, то уравнение (25) может содержать описание стохастического ускорения частиц [6]. Поскольку в плазменно-пучковой системе функция распределения неравновесная, то возможно, что частицы не ускоряются, а замедляются, отдавая энергию волновому пакету. В результате это приводит к модификации функции распределения по скоростям и установлению стационарного распределения (29). Другой эффект связан с влиянием трения на механизм стохастического нагрева (время диффузии по стохастическим траекториям порядка времени затухания γ^{-1}). В этом случае легко показать, что максимальная энергия, которую могут набрать частицы,

$$\left\langle \frac{m_e v^2}{2} \right\rangle_\infty = \frac{m_e V_0^2 K^2}{8\gamma\Omega_e^2 T^3}.$$

Подставляя в последнюю формулу значения K, T из (23), (31), находим $(m_e v^2)_\infty / m_e V_0^2 \sim \gamma\tau_d$.

Для электронов, движущихся со скоростями $v > V_0$ (на "хвосте" функции распределения), механизм ограничения энергии связан с особенностями хаотического поведения частиц. Динамика частиц в этом случае описывается уравнением

$$\ddot{x} = \frac{\Omega_0^2}{k_0} L \cos\Theta(x,t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nL), \tag{32}$$

где $L = 2\pi V_0 N \omega_0^{-1}$ — пространственный период поля.

Хаотическое поведение частиц происходит только в ограниченной области скоростей $(V_0, V_{\max})$, где

$$V_{\max} = (V_0 L^2 \Omega_0^2)^{1/3}. \tag{33}$$

Усредненная эволюция системы выводится из уравнения ФПК, из которого следует, что хаотизация движения частиц вызывает образование плато в пространстве энергий на хвосте функции распределения, а энергия частиц меняется в среднем по закону

$$\left\langle \frac{m_e v^2}{2} \right\rangle \sim \frac{m_e V_0^2}{2} + \text{const}\ t^{2/3}. \tag{34}$$

Так происходит до тех пор, пока энергия частиц не достигнет значения $\langle m_e V_{\max}^2/2 \rangle$. Используя определения для Ω_0, $V_{\max}$, из (23), (33) находим

$$\left\langle \frac{m_e V_{\max}^2}{2} \right\rangle = \frac{m_e V_0^2}{2} \left(\frac{n_0}{n_b}\right)^{5/6}. \tag{35}$$

Оценим влияние ионов на динамику системы. В экспериментах [1,2] уровень флуктуаций ионов $\delta n_i/n_i \sim 10^{-2}$, т.е. $\delta n_i/n_i \ll \delta n_e/n_e$. Если совсем пренебречь полем ионных флуктуаций, тогда движение тяжелых частиц можно описывать как результат их взаимодействия с огибающей электрического поля ленгмюровских волн. Рассуждая аналогично вышеизложенному, уравнение динамики ионов можно записать в виде

$$\ddot{x} = \varepsilon \frac{\Omega_i^2}{k_0} A_0 T \cos\Theta(x,t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \tag{36}$$

где Ω_i — ионная плазменная частота.

Легко показать, что за счет слабой стохастизации движения ионов (параметр стохастизации $K \sim 2\pi(m_e/m_i)(n_0/n_b)^{5/4} \sim 1$) в поле (36) в системе возможен лишь медленный рост энергии

$$\left\langle \frac{m_i v_i^2}{T_i} \right\rangle = 1 + \frac{m_e}{m_i} \frac{T_e}{T_i} \frac{m_e V_0^2}{T_e} \frac{\Omega_e}{2\pi} \left(\frac{n_b}{n_0}\right)^2, \tag{37}$$

где T_e, T_i — температура электронов и ионов; m_i — масса иона.

Обсуждение результатов. Заключение

Сопоставим опытные данные с вычисленными. В экспериментах [1,2] типичные параметры плазмы и пучка следующие: $T_e = 3\,\mathrm{eV}$, $T_i/T_e = 0.1$, $n_0 = 5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\nu_e = \Omega_e/2\pi = 5 \cdot 10^9\,\mathrm{GHz}$, $m_e V_0^2/2T_e = 100$, $n_b/n_0 \sim 10^{-2}$, длительность импульса пучка $\tau \sim 10^{-6}$ s.

Определим вначале характерные временны́е и пространственные масштабы задачи. По формулам (8), (14), (19), (23), (31) находим время импульса поля $\tau_c = \omega_0^{-1} = \Omega_e^{-1}(n_o/n_b) \sim 10^{-8}$ s; период повторения импульсов $T \sim \omega_0^{-1}(n_0/n_b) \leqslant 10^{-6}$ s; частоту модуляции $\omega \sim T^{-1} \geqslant 10^6\,\mathrm{s}^{-1}$; время релаксации функции распределения $\tau_d \sim \nu_e^{-1}(n_0/n_b)^2 \sim 10^{-6}$ s; характерный размер потенциальной ямы, создаваемой центральной гармоникой, $l_0 \sim k_0^{-1} = V_0\Omega_e^{-1} = (V_0/V_T)r_d$ (r_d — радиус Дебая), масштаб взаимодействия гармоник (ширина солитонообразного импульса) $l \sim V_0\omega_0^{-1} \approx l_0(n_0/n_b)^{1/2}$. Из (16) следует, что уровень энергии турбулентности $(\delta n_e/n_0)^2 \approx 0.4$, $(n_b/n_0)^{1/2} \approx 4 \cdot 10^{-2}$, $|E|^2/4\pi n_0 T_e \sim 10$. По формулам (27), (31), (34) вычислим прирост энергии электронов за время импульса пучка $(m_e V_0^2/2)(n_b/n_0)^2 \nu_e \tau \sim 10^{-1}, (m_e V_0^2/2)$, максимальная энергия электронов на хвосте функции распределения $(m_e V_0^2/2)(n_0/n_b)^{5/6}$. Оценка для ионов (37) показывает, что относительный прирост энергии ионов $(m_i v_i^2/T_i) \sim$ $\sim (m_e/m_i)(T_e/T_i)(m_e V_0^2/T_e)(n_b/n_0)^2 \nu_e \tau \sim 0.1$.

Подведем итоги. В работе показано, что индуцированное рассеяние электронов пучка возбуждает в плазме нелинейные ленгмюровские волны. Огибающая электрического поля ленгмюровских колебаний имеет форму кноидальной волны. Динамика электронов в поле волны становится хаотической, а стохастичность проявляется в ряде макроскопических эффектов. Результаты, полученные в рамках этой модели, позволяют объяснить некоторые особенности эволюции плазменно-пучковой системы, наблюдаемые в экспериментах.

Список литературы

[1] *Whelan D.A., Stenzel R.L.* // Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 47. N 2. P. 95.

[2] *Карфидов Д.М., Рубенчик А.М., Сергейчев Н.Ф., Сычев И.А.* // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. Вып. 5(11). С. 1592.

[3] *Neubert T., Banks P.M.* // Planet. Space Sci. 1991. Vol. 39. P. 1.

[4] *Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З.* Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979.

[5] *Гинзбург В.Л.* Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1987.

[6] *Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.* Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.