01;10

Влияние бетатронных колебаний на магнитотормозное излучение

© О.Е. Шишанин

Московский государственный индустриальный университет,
109280 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 4 ноября 1997 г.)

Обсуждается описание движения электрона в ускорителях применительно к задаче о синхротронном излучении. Получены спектрально-угловые распределения интенсивности излучения, которые существенно зависят от вертикальных колебаний частицы.

Как было подчеркнуто в [1], в накопительных кольцах почти не меняются только интегральная интенсивность синхротронного излучения и спектральное распределение. Впервые влияние бетатронных колебаний на угловые свойства синхротронного излучения было отмечено для аксиально-симметричного магнитного поля в [2]. Затем этот вопрос был рассмотрен для сильнофокусирующих систем, а также для слабой фокусировки [3–5].

Как известно [6], вертикальные бетатронные колебания заряженной частицы в ускорителях можно описать функцией

$$z = \sqrt{\frac{\beta_z A}{\pi}} \cos\left(\int \frac{ds}{\beta_z} + \delta_0\right), \tag{1}$$

где A — эмиттанс; β_z — бетатронная функция, зависящая от длины орбиты s; δ_0 — начальная фаза.

Пусть $\varphi = s/R_0$ будет обобщенным азимутом, а R_0 в магнитных системах с прямолинейными промежутками будет средним радиусом (длина орбиты, деленная на 2π). Тогда соответствующая составляющая скорости из (1) определится как

$$v_z = c\sqrt{\frac{A}{\pi\beta_z}}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\frac{d\beta_z}{ds}\right)^2} \times \cos\left(\int \frac{ds}{\beta_z} + \delta_1 + \delta_0\right), \tag{2}$$

где $\sin\delta_1 = 1/\sqrt{1+(d\beta_z/ds)^2/4}$.

Поскольку радиальные колебания мало влияют на угловые распределения излучения, то можно считать, что частица движется по кругу с радиусом R_0, и можно допустить усреднение магнитного поля в поворотных магнитах на периоде. Таким образом, положение частицы будем определять радиус-вектором

$$\mathbf{r} = \Big\{(R_0+\rho)\cos\varphi,\ (R_0+\rho)\sin\varphi,\ z\Big\}.$$

Раскладывая поперечные составляющие магнитного поля в ряд Фурье, для угловой скорости найдем следующее выражение

$$\dot\varphi = \frac{\omega_0}{1+k}\left[1 - \frac{\rho}{R_0} + \frac{3}{2}\frac{\rho^2}{R_0^2} + \frac{1}{R^2}\int\big(z\dot z - \rho\dot\rho\big)n(\varphi)dt\right], \tag{3}$$

где $\omega_0 = eH/mc$, k — отношение длин свободных пробегов частицы к длинам поворотных магнитов, $R_0 = (1+k)R$, периодическая функция $n(\varphi)$ имеет определенный вид для конкретной магнитной структуры.

При изучении свойств синхронного излучения будем следовать операторному методу [2]. Пусть вектор излучения $\mathbf{k} = \omega\mathbf{n}/c$, где $\mathbf{n} = \{0,\ \sin\theta,\ \cos\theta\}$, а θ — сферический угол. Векторы линейной поляризации определим как

$$\mathbf{e}_\sigma = \{1,0,0\}, \qquad \mathbf{e}_\pi = \{0,\cos\theta,-\sin\theta\}.$$

Тогда компоненты интенсивности излучения в первом квантовом приближении можно записать в виде

$$\frac{dW_\sigma}{d^3k} = W_1\left|\int dt v_x \exp\left(i\frac{\nu'}{\nu}(\omega t - \mathbf{kr})\right)\right|^2,$$

$$\frac{dW_\pi}{d^3k} = W_1\left|\int dt(v_y\cos\theta - v_z\sin\theta) \times \exp\left(i\frac{\nu'}{\nu}(\omega t - \mathbf{kr})\right)\right|^2, \tag{4}$$

где

$$W_1 = \frac{ce^2}{(2\pi)^3 R_0}\frac{\nu'}{\nu}, \quad \omega = \nu\frac{\omega_0}{1+k}, \quad \nu' = \nu\left(1+\frac{h\omega}{E}\right).$$

Отсчет угла φ можно начать с любой точки орбиты. Тогда малыми параметрами будут $\varphi \sim m_0c^2/E$, $\tau = N\varphi$ (N — число магнитных периодов), а также $\cos\theta(\theta\sim\pi/2)$, ρ/R_0, z/R_0. С учетом этого в

$$\omega t - \mathbf{kr} = \nu\frac{\omega_0}{1+k}\left[t - \frac{1}{c}(R_0+\rho)\sin\varphi\sin\theta - \frac{z}{c}\cos\theta\right]$$

примем $\sin\varphi \approx \varphi - \varphi^3/6$, $\sin\theta \sim 1$.

Для нахождения φ в (3) надо выполнить интегрирование; в частности, в нулевом приближении $\varphi = \omega_0 t/(1+k)$. Из равенства $v^2 = \dot{\rho}^2 + \dot{z}^2 + r^2\dot{\varphi}^2$ найдем величину $R\omega_0/c$, а компоненты скорости определятся как $v_x \approx \dot{\rho} - c\varphi$, $v_y \approx c\beta$, $v_z = \dot{z}$.

Сделаем подстановку $\xi = -v_x/c = \varphi - \dot{\rho}/c$, а также проведем разложения типа

$$z = z\big|_{\tau=0} + \frac{dz}{d\tau}\Big|_{\tau=0} \cdot \tau + \ldots \approx z_0 + R_0 \frac{v_z}{c}\varphi.$$

В итоге, оставляя члены третьего порядка малости, получим для $\omega t - \mathbf{kr}$ выражение

$$\nu\xi \left[1 - \beta\sin\theta + \frac{\xi^2}{6} - \frac{v_z}{c}\cos\theta + \frac{1}{2}\left(\frac{v_z}{c}\right)^2\right] + \text{const}.$$

В ультрарелятивистском случае $1 - \beta\sin\theta \approx \varepsilon/2$, где $\varepsilon = 1 - \beta^2\sin^2\theta$.

Проводя в (4) интегрирование по новой переменной ξ, а также усреднение по начальным фазам, получим спектрально-угловые распределения в следующем виде:

$$\frac{dW_\sigma(\nu)}{d\Omega} = W_2 \int_0^{2\pi} d\delta\,\varepsilon_1^2 K_{2/3}^2\left(\frac{\nu'}{3}\varepsilon_1^{3/2}\right),$$

$$\frac{dW_\pi(\nu)}{d\Omega} = W_2 \int_0^{2\pi} d\delta\,\varepsilon_1\varepsilon_2 K_{1/3}^2\left(\frac{\nu'}{3}\varepsilon_1^{3/2}\right), \qquad (5)$$

где

$$W_2 = \frac{ce^2\nu\nu'}{12\pi^4 R_0^2}, \quad \varepsilon_1 = 1 - \beta^2 + \varepsilon_2,$$

$$\varepsilon_2 = (\cos\theta - \alpha\cos\delta)^2,$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{A}{\pi}}\left[\frac{1}{\sqrt{\beta_z}}\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\frac{d\beta_z}{ds}\right)^2}\,\right]_{\tau=0}.$$

Если ввести угол ψ, который отсчитывается от плоскости орбиты, тогда в (5) $\cos\theta$ можно заменить на ψ. Если в (5) провести суммирование по спектру, то угловые распределения выразятся через эллиптические интегралы [4] и также будут зависеть от вертикального движения электрона.

Формулы (5) пригодны и для накопительных колец. При их практическом использовании нужно иметь в виду, что обычно график β_z-функции для всей орбиты известен. Тогда ее значение нужно взять для той точки, откуда снимается излучение, а производную приближенно можно заменить отношением $\Delta\beta_z/\Delta s$. Для поворотных магнитов график β_z-функции приблизительно линейный (см., например, рис. 3 в [7]), поэтому здесь можно также использовать тангенс угла наклона этого участка прямой.

Алгоритм вычисления интегралов (5) описан, в частности, в [3]. В наиболее интересном случае (при малых амплитудах колебаний или при малых размерах пучка) можно провести разложение по параметру $q^2 = \alpha^2/2\varepsilon$, где $\varepsilon \approx 1 - \beta^2\sin^2\theta = (1 + \gamma^2\psi^2)/\gamma^2$.

Тогда в классическом случае правые части выражений (5) можно заменить соответственно на

$$W_3\Big[K_{2/3}^2 + q^2\varepsilon^2\psi^2\nu^2\left(K_{1/3}^2 + K_{2/3}^2\right) - q^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon}\nu\left(1 + 2\psi^2/\varepsilon\right)K_{1/3}K_{2/3}\Big],$$

$$W_3\Big[\left(\psi^2/\varepsilon + q^2\right)K_{1/3}^2 + q^2\varepsilon\psi^4\nu^2\left(K_{1/3}^2 + K_{2/3}^2\right) - 5q^2\sqrt{\varepsilon}\psi^2\nu K_{1/3}K_{2/3}\Big], \qquad (6)$$

где

$$W_3 = \frac{ce^2\nu^2\varepsilon^2}{6\pi^3 R_0^2}, \qquad K_i = K_i\left(\nu\varepsilon^{3/2}/3\right).$$

Переход к известным формулам для однородного магнитного поля здесь осуществляется при $q^2 = 0$ (вертикальные колебания отсутствуют) и заменой R_0 на R.

Если в (6) сохранить $\cos\theta$ вместо ψ и провести интегрирование по сферическому углу, то полученные спектральные формулы в соответствии с [1] совпадут с выражениями для однородного магнитного поля.

Графики, построенные по формулам (5), показывают, что максимумы обеих компонент будут ниже кривых для однородного магнитного поля (для тех же энергий E и радиуса R). Излучение в плоскости орбиты уже не будет полностью линейно поляризованным. У π-компоненты при $\theta = \pi/2$ появляется максимум вместо минимума в случае больших амплитуд; не исключено также, что при экстремальных амплитудах у σ-компоненты в орбитальной плоскости будет незначительный минимум, а у π-компоненты дополнительно появятся симметричные локальные впадины. Таким образом, наряду с теоретическими исследованиями данного эффекта представляется целесообразным проведение более точных опытов, чем раньше, на современных ускорителях. Поскольку излучение в основном некогерентно, то полученные результаты будут хорошо описывать свойства излучения, генерируемого и пучком электронов.

Список литературы

[1] *Кулипанов Г.Н., Скринский А.Н.* // УФН. 1977. Т. 122. С. 369–418.
[2] *Жуковский В.Ч., Шишанин О.Е.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 1371–1378.
[3] *Шишанин О.Е.* // ЖЭТФ. 1993. Т. 103. С. 1117–1126.
[4] *Шишанин О.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 1993. Т. 53. Вып. 12. С. 772–776.
[5] *Шишанин О.Е.* // ТМФ. 1996. Т. 106. С. 285–299.
[6] *Диканский Н.С., Пестриков Д.В.* Физика интенсивных пучков в накопителях. Новосибирск: Наука, 1989. 333 с.
[7] *Валентинов А.Г., Воблый П.Д.* и др. Препринт ИЯФ СО АН СССР. № 89-174. Новосибирск, 1989. 30 с.