

04:09

## Азимутальные поверхностные волны в замагниченной плазме

© И.А. Гирка, П.К. Ковтун

Харьковский государственный университет,  
310077 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 7 апреля 1997 г.)

Теоретически исследованы дисперсионные свойства поверхностных волн, распространяющихся по азимуту в замагниченных цилиндрических плазменных волноводах. Показана возможность распространения в таких волноводах поверхностных колебаний ионной компоненты.

### Введение

За необыкновенными электромагнитными волнами, распространяющимися по азимуту вдоль границы плазмы в цилиндрических волноводах, закрепилось название азимутальных поверхностных волн (АПВ) [1–4]. Эти волны активно исследуются в последние годы главным образом в связи с их возможным использованием при создании приборов плазменной [5] и полупроводниковой [4] электроники. В отмеченных работах рассматривался случай плотной плазмы ( $\omega_{pe}^2 \gg \omega_{ce}^2$ , здесь  $\omega_{p\alpha}$  и  $\omega_{c\alpha}$  — плазменная и циклотронная частоты частиц сорта  $\alpha$ ,  $\alpha = e$  для электронов,  $\alpha = i$  для ионов), частота исследованных колебаний лежит в области выше электронной циклотронной, поэтому движением ионной компоненты плазмы можно было пренебречь. Указанное соотношение между плазменной и циклотронной частотами легко может быть выполнено в плазме полупроводников, для которой характерна высокая концентрация  $n_e$  свободных электронов. Однако в лабораторной газовой плазме оно часто бывает невыполненным (в лучших экспериментах по управляемому термоядерному синтезу достигаются концентрации порядка  $n_e \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , тем не менее использование сильного магнитного поля для удержания плазмы приводит к неравенству  $\omega_{pe}^2 \lesssim \omega_{ce}^2$ ). В настоящей работе исследованы дисперсионные свойства АПВ именно в замагниченных  $\omega_{pe}^2 \lesssim \omega_{ce}^2$  плазменных волноводах, показана возможность существования в таких волноводах поверхностных колебаний, обусловленных движением ионной компоненты.

### Постановка задачи

Исследуем распространение электромагнитных волн вблизи границы однородного плазменного цилиндра радиуса  $a$ , отделенного от коаксиальной идеально проводящей металлической камеры радиуса  $b$  слоем диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ . Волновод считаем однородным вдоль оси  $\partial/\partial z \equiv 0$ . Внешнее постоянное магнитное поле полагаем ориентированным вдоль оси волновода  $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{e}_z$ . Компоненты векторов электрической индукции и напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ -волны считаем связанными тензором диэлектрической проницаемости холодной слабостолкновительной плазмы.

В этом случае система уравнений Максвелла распадается на две независимые системы, описывающие  $E$ -волну с компонентами поля  $E_r, E_\varphi, H_z$ , и  $H$ -волну с компонентами  $H_r, H_\varphi, E_z$ . Свойства  $H$ -волны не зависят от величины внешнего магнитного поля. В волноводах с узким диэлектрическим зазором ( $b-a \ll a, b-a \ll c/\omega$ ) поверхностная  $H$ -волна не распространяется [2]. Поэтому мы ограничимся здесь исследованием волн  $E$ -типа. Поскольку АПВ с различными азимутальными номерами моды  $m$  распространяются независимо, то, исходя из симметрии задачи, решение уравнений Максвелла ищем для аксиальной компоненты магнитного поля АПВ в виде  $H_z = H_z^{(m)}(r) \exp(im\varphi - i\omega t)$ .

Компоненты электрического поля АПВ выражаются через  $H_z$  следующим образом:

$$E_r = \frac{k}{k_0^2} \left( \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{m}{r} H_z \right), \quad (1)$$

$$E_\varphi = i \frac{k}{k_0^2} \left( \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{m}{r} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} H_z \right), \quad (2)$$

где  $k = \omega/c$ , величина  $k_0^{-1}$  определяет глубину проникновения поля в плазму,  $k_0^2 = (\omega/c)^2 (\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)/\epsilon_1$ ,  $\epsilon_{1,2}$  — компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы.

### Вывод дисперсионного уравнения

Для компонент поля АПВ потребуем выполнения следующих граничных условий: равенство нулю тангенциальной компоненты электрического поля волны на металлической поверхности

$$E_\varphi(r=b) = 0; \quad (3)$$

непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей волны на границе плазма-вакуум

$$E_\varphi(r=a+0) = E_\varphi(r=a-0), \quad (4)$$

$$H_z(r=a+0) = H_z(r=a-0); \quad (5)$$

ограниченность полей волны во всем объеме волновода и, в частности, на оси

$$H_z(r=0) < \infty. \quad (6)$$

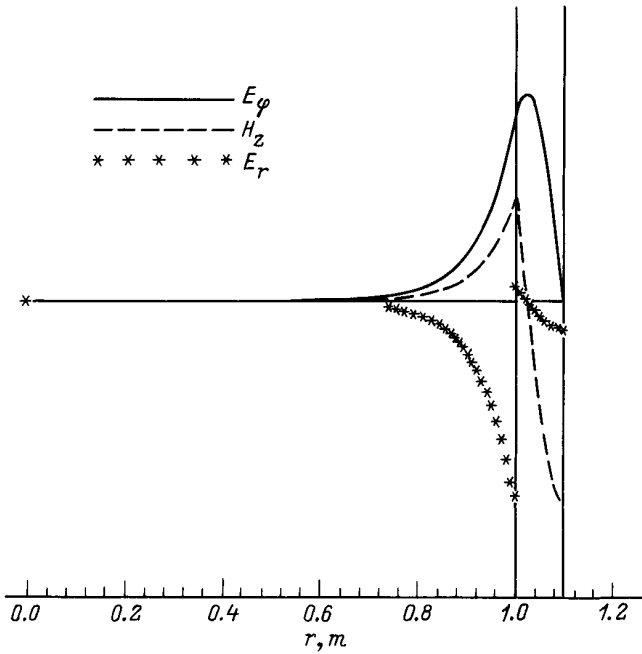


Рис. 1.

Из уравнений Максвелла получаем для амплитуды магнитного поля  $H_z^{(m)}$  в области плазмы уравнение Бесселя, решение которого, удовлетворяющее условию (6), выражается через модифицированную функцию Бесселя  $I_m(k_0 r)$  порядка  $m$

$$H_z^{(m)} = C_1 \cdot I_m(k_0 r), \quad (7)$$

где  $C_1$  — нормировочный множитель.

Решение (7) имеет вид поверхностной волны при  $k_0^2 > 0$ . Отсюда следует, что АПВ могут существовать в следующих частотных диапазонах:

$$\omega_{lh} < \omega < \omega_1 \quad \text{и} \quad \omega_{hh} < \omega < \omega_2, \quad (8)$$

которые будем называть соответственно низкочастотным (НЧ) и высокочастотным (ВЧ). Здесь  $\omega_{lh}$ ,  $\omega_{hh}$  — нижняя и верхняя гибридные частоты:  $\omega_{1,2} = \pm 0.5\omega_{ce} + \sqrt{0.25\omega_{ce}^2 - \omega_{ci}\omega_{ce} + \omega_{pe}^2}$  — частоты отсечки объемных волн [6]. В разреженной  $\omega_{pe} < |\omega_{ce}|$  плазме ВЧ диапазон становится очень узким и находится вблизи электронной циклотронной частоты, величины частот АПВ в нем слабо зависят от параметров плазмы. При этом нижняя гибридная частота оказывается порядка ионной циклотронной частоты и возникают условия для существования поверхностных колебаний ионной компоненты плазмы.

В области диэлектрика магнитное поле волны выражается через линейную комбинацию функций Бесселя  $J_m(\kappa r)$  и Неймана  $N_m(\kappa r)$  порядка  $m$ , т. е. АПВ являются поверхностными только в плазме, в диэлектрике они

объемные

$$H_z^{(m)} = C_2 \cdot (J_m(\kappa r)N'_m(\kappa b) + J'_m(\kappa b)N_m(\kappa r)), \quad (9)$$

где  $\kappa(\omega/c)\sqrt{\varepsilon}$ ,  $C_2$  — нормировочный множитель.

На рис. 1 представлены зависимости полей АПВ от радиуса волновода. При вычислениях были выбраны следующие значения параметров волновода:  $n_e = 2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $B_0 = 50 \text{ kGs}$ ,  $a = 1 \text{ m}$ ,  $b = 1.1 \text{ m}$ ,  $m = -3$ . Подчеркнем, что азимутальный компонент электрического поля отличен от нуля в объеме волновода, хотя и зануляется на металлической камере. Этим топология полей в цилиндрической плазме отличается от случая распространения поверхностных волн поперек постоянного магнитного поля вдоль плоской границы плазмы [3]. Для выбранных значений параметров волновода АПВ существенно непотенциальны: электромагнитная энергия, запасенная в магнитной компоненте, немала по сравнению с энергией электрического поля волны.

Потребовав удовлетворения граничных условий (4), (5), получаем дисперсионное уравнение АПВ в виде

$$D^{(pl)} = D^{(vac)}, \quad (10)$$

где

$$D^{(pl)} = \frac{1}{k_0} \frac{I_m(k_0 a)}{I_m(k_0 a)} + \frac{m \cdot \varepsilon_2}{k_0^2 a \cdot \varepsilon_1}, \quad (11)$$

$$D^{(vac)} = \frac{1}{\kappa} \frac{J'_m(\kappa a) \cdot N'_m(\kappa b) - J'_m(\kappa b) \cdot N'_m(\kappa a)}{J'_m(\kappa b) \cdot N_m(\kappa a) - J_m(\kappa a) \cdot N_m(\kappa b)}. \quad (12)$$

## Анализ дисперсионного уравнения

В случае узкого дисперсионного зазора ( $m\Lambda \ll 1$ ,  $\kappa(b-a) \ll |m|$ , где  $\Lambda \equiv (b-a)/a$ ), когда влияние параметров плазмы на дисперсионные свойства АПВ наиболее сильно, правая часть дисперсионного уравнения упрощается

$$D^{(vac)} \approx (b-a) \left( \frac{m^2}{\kappa a^2} - 1 \right). \quad (13)$$

Отсюда видно, что в широких волноводах с узким зазором АПВ не распространяются, так как левая часть (10) положительна в силу неравенства ( $k_0 a \gg |m|$ ), а правая отрицательна при  $\omega_{lh} > (|m|c)/(a\sqrt{\varepsilon})$ , в результате чего дисперсионное уравнение не имеет решения (см. также численный расчет на рис. 5).

Простое аналитическое решение уравнения (10) для АПВ в НЧ диапазоне может быть получено в случае тонкого цилиндра  $\kappa b \ll 1$ ,  $k_0 a \ll 1$

$$\frac{\omega}{\omega_{ci}} \approx 1 + \frac{|\gamma|}{|\gamma| + \varepsilon} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2}, \quad (14)$$

где

$$\gamma = \frac{(a/b)^{2m} - 1}{(a/b)^{2m} + 1}.$$

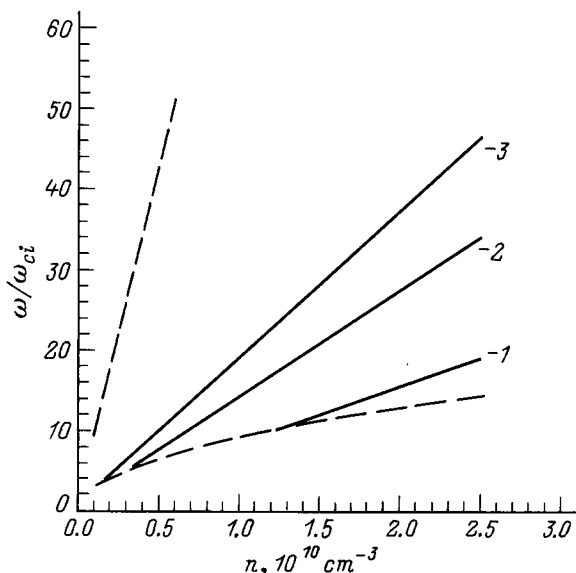


Рис. 2.

Для узкого зазора  $\gamma \approx m \cdot \Lambda \ll 1$ . При этом, как видно из (14), собственная частота волновода определяется не абсолютной величиной ширины диэлектрического зазора  $(b - a)$ , а относительной  $\Lambda$ . В данном случае волны являются однонаправленными: знак азимутального волнового числа может быть только отрицательным ( $m < 0$ ). Направление распространения АПВ совпадает с направлением циклотронного вращения ионов, и их частота может быть порядка ионной циклотронной. АПВ распространяются в тонком цилиндре (дисперсионное уравнение (10) имеет решение в виде поверхностной волны  $\omega > \omega_{ih}$ ), если плазма не слишком разрежена или внешнее магнитное поле не слишком велико  $m_i/m_e > \omega_{pi}^2/\omega_{ci}^2 \gtrsim \{1 + (\varepsilon/|\gamma|)^2\}$ .

Для существования АПВ вблизи границы плотная плазма-металл ( $b = a$ ) необходимым условием является наличие внешнего магнитного поля [3], однако в случае тонкого замагниченного плазменного цилиндра дисперсионное уравнение не имеет решения.

В случае тонкого плазменного цилиндра ( $k_0 a \ll |m|$ ) АПВ можно считать потенциальными, магнитное поле волны много меньше электрического. Амплитуда электрических полей АПВ с азимутальным номером  $m = -1$  остается практически постоянной даже в области плазмы.

Результаты численного решения дисперсионного уравнения (10) представлены на рис. 2–4. Графически показана зависимость частоты АПВ от параметров волноведущей структуры: концентрации на рис. 2, величины внешнего магнитного поля  $B_0$  на рис. 3 и проницаемости диэлектрического зазора  $\varepsilon$  на рис. 4. При этом были выбраны следующие значения параметров волновода: для всех рисунков  $a = 10$  см,  $\Lambda = 0.1$ , для рис. 2  $B_0 = 3000$  Гс, концентрация плазмы нормирована на  $10^{10}$  см $^{-3}$ , для рис. 3 и 4  $n_e = 10^8$  см $^{-3}$  и для рис. 4

$B_0 = 50$  Гс. Цифрами на рисунках обозначены номера мод  $m$ , штриховыми линиями показаны границы НЧ диапазона.

В волноводах с широким диэлектрическим зазором свойства АПВ слабо зависят от параметров плазмы и определяются в основном свойствами зазора. При этом для данного азимутального номера возможно существование высших радиальных гармоник АПВ и решение уравнения (10) существует при

$$(2n + 1) \frac{\pi}{2} < \frac{\omega}{c}(b - a) < (2n + 2) \frac{\pi}{2},$$

$$n = 1, 2, 3 \dots, \quad \kappa a \gg |m|.$$

В этом случае АПВ являются существенно непотенциальными. В широких волноводах, помещенных в сильное магнитное поле  $k_0 a \gg |m|$ , глубина проникновения поля

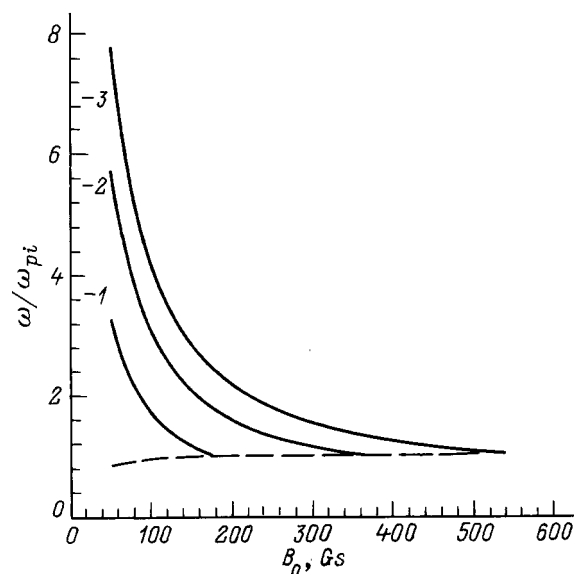


Рис. 3.

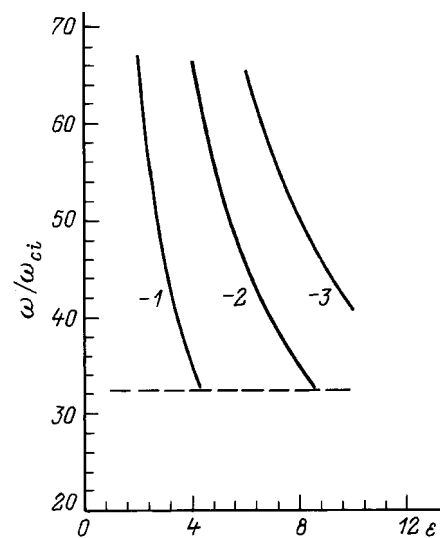


Рис. 4.

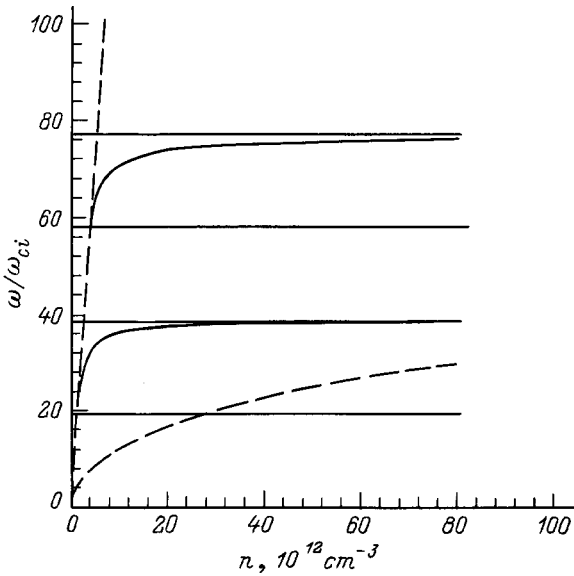


Рис. 5.

в плазму мала и аналитическое выражение для частоты  $n$ -й радиальной моды имеет вид  $\omega = \omega_{0n} + \delta\omega$ , где

$$\omega_{0n} = \frac{\pi n}{2} \frac{c}{b-a},$$

$$\delta\omega = \frac{k_0}{\kappa} \frac{c}{b-a} \left( 1 - \frac{m\varepsilon_2}{k_0 a \varepsilon_1} \right)_{\omega=\omega_{0n}}. \quad (15)$$

Для волн с малой глубиной проникновения зависимость частоты от  $m$  выражена слабо и еще сильнее спадает с увеличением концентрации плазмы. Из (15) видно, что  $\delta\omega$  для положительных  $m$  больше, чем для отрицательных, и различие в частоте волн с противоположными азимутальными номерами максимально вблизи верхней границы НЧ диапазона, где  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$ .

Результаты численного решения дисперсионного уравнения в случае широкого диэлектрического зазора приведены на рис. 5. При этом были выбраны следующие значения параметров:  $a = 1$  м,  $\Lambda = 0.1$ ,  $B_0 = 50$  кГс,  $m = 3$ .

## Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследованы дисперсионные свойства необыкновенных электромагнитных колебаний, распространяющихся по азимуту вблизи границы замагниченной плазмы, частично заполняющей цилиндрический волновод. Изучены распределение полей (см. (7), (9) и рис. 1) и зависимость собственной частоты АПВ (см. (14), (15) и рис. 2–5) от параметров волноведущей структуры.

В качестве примера приведем расчет собственной частоты АПВ с  $m = -3$ , распространяющейся в полностью ионизованной гелиевой плазме при  $a = 10$  см,  $B_0 = 3000$  Гс,  $T = 1$  эВ,  $n_e = 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $\Lambda = 0.1$ .

При этом частота АПВ  $\omega = 19\omega_{ci} = 140 \cdot 10^6$  с $^{-1}$ , что много больше частоты столкновений  $\nu \approx 30n_e T^{-3/2}$  с $^{-1}$  в холодной плазме.

Полученные результаты могут найти применение при проектировании приборов плазменной электроники, использующих замагниченную плазму в качестве элемента волноведущей структуры (см., например [7,8]).

Авторы признательны В.А. Гирка за полезное обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при поддержке Научного физико-технологического центра НАН и Минобразования Украины.

## Список литературы

- [1] Гирка В.А., Гирка И.А., Кондратенко А.Н., Ткаченко В.И. // РЭ. 1988. Т. 33. № 5. С. 1031–1035.
- [2] Гирка В.А., Гирка И.А. // РЭ. 1991. Т. 36. № 10. С. 1997–2004.
- [3] Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н., Остриков К.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1993. Т. 36. № 5. С. 335–389.
- [4] Гирка В.А., Гирка И.А., Ткаченко В.И. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 114–120.
- [5] Гирка В.А., Гирка И.А., Олефир В.П., Ткаченко В.И. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 1. С. 87–91.
- [6] Кролл Н., Трайвеллис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975.
- [7] Karbushev N.I. // Book of Abstracts. 11<sup>th</sup> Intern. Conf. on High Power Particle Beams. Prague, 1996. P. 1–55.
- [8] Onishchenko I.N., Balakirev V.A., Korostelev A.M. et al. // Ibid. P. 1–61.