01;07;12

Трехмерный диффузор и трехмерные спеклы

© А.П. Владимиров

Институт машиноведения УрО РАН,
620219 Екатеринбург, Россия

(Поступило в Редакцию 24 сентября 1997 г.)

Известная модель диффузно рассеивающей поверхности в виде совокупности хаотически расположенных точечных рассеивателей обобщена на случай объемного диффузора. В предположении, что координаты источника когерентного излучения, наблюдателя, а также форма диффузора произвольные, получена формула для пространственной функции корреляции интенсивности рассеянного излучения в свободном поле. Для диффузоров в виде прямоугольного параллелепипеда и цилиндра получены выражения, определяющие поперечные и продольные размеры спеклов.

Введение

Для описания ряда явлений в оптике спеклов, спекл-фотографии, спекл- и голографической интерферометрии оказалась применимой модель диффузно рассеивающего объекта в виде совокупности точечных рассеивающих центров, расположенных на некоторой поверхности и испускающих когерентные волны со случайными амплитудами и фазами [1–3]. Данная модель была использована для изучения перемещений и декорреляции спеклов, вызванных перемещениями и деформациями [4,5], а также изменениями микрорельефа поверхности [6]. На основе полученных данных были разработаны бесконтактные методы для определения в реальном времени перемещений [7], деформаций [8] и повреждений [9] поверхности.

Представляется логичным распространить вышеуказанные методы [7–9] для определения перемещений, поворотов, деформаций и повреждений в объеме трехмерного объекта. В настоящей работе в качестве первого шага к разработке таких методов вышеуказанная модель плоского диффузора обобщена на случай трехмерного диффузора.

Модель трехмерного диффузора

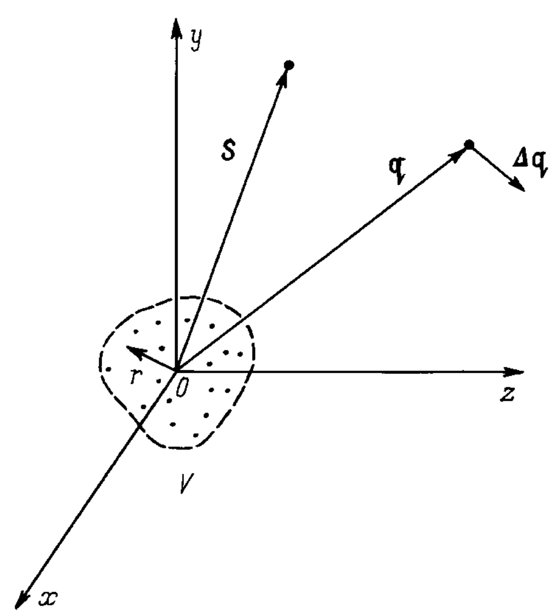
Рассмотрим точечный источник когерентного излучения с длиной волны λ, имеющий координату $\mathbf{s}$ и освещающий точечные рассеиватели, хаотично расположенные в некотором объеме V вблизи начала координат, как показано на рисунке. Будем полагать, что точечные рассеиватели расположены достаточно редко, так что затенение, экранирование, многократное рассеивание отсутствуют и в произвольную точку пространства приходят волны от всех рассеивателей со случайными амплитудами и фазами. Будем полагать, что фазы волн однородно распределены в интервале от $-\pi$ до $+\pi$, рассеиватели однородно распределены в области V, а плотность вероятности для числа рассеивателей N определяется распределением Пуассона. Примем также, что показатели преломления среды в пределах объема V и вне объема одинаковы и равны единице, а случайные координаты рассеивателей, величина N, амплитуды и фазы как отдельной волны, так и разных волн статистически независимы.

Функция корреляции интенсивности

Задачей нашего анализа на первом этапе является вычисление функции пространственной корреляции интенсивности рассеянного излучения в двух произвольных точках пространства $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q}$

$$B_{1,2}(\mathbf{q},\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q}) = \Big\langle [I_1(\mathbf{q}) - \langle I_1(\mathbf{q})\rangle] \times [I_2(\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q}) - \langle I_2(\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q})\rangle]\Big\rangle, \quad (1)$$

где $I_1(\mathbf{q})$ и $I_2(\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q})$ — интенсивности рассеянного излучения в точках $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q}$ соответственно, угловые скобки означают усреднение по ансамблю рассеивателей.



Значение интенсивности I в произвольной точке $\mathbf{q}$ равно

$$I(\mathbf{q}) = A(\mathbf{q})A^*(\mathbf{q}),$$

где

$$A(\mathbf{q}) = \sum_{j=1}^{N} a_j(\mathbf{q})$$

— комплексная амплитуда излучения в точке $\mathbf{q}$; $A^*(\mathbf{q})$ — величина, комплексно сопряженная величине $A(\mathbf{q})$; $a_j(\mathbf{q})$ — комплексная амплитуда волны, пришедшей в точку $\mathbf{q}$ от j-го рассеивателя.

В работе [2] было показано, что при $N \to \infty$, вышеуказанных предположениях о свойствах амплитуд и фаз волн совместная плотность вероятности $\rho(A^r, A^i)$ реальной A^r и мнимой A^i частей комплексной амплитуды является круговой функцией Гаусса со средними нулевыми значениями $\langle A^r\rangle = \langle A^i\rangle = 0$. Отметим также, что $\langle A^r A^i\rangle = 0$. Для комплексных амплитуд, подчиняющихся гауссовой статистике, функция корреляции интенсивности равна квадрату модуля взаимной интенсивности [10]. Таким образом, вместо правой части выражения (1) имеем

$$|\langle A(\mathbf{q}) \cdot A^*(\mathbf{q} + \Delta\mathbf{q})\rangle|^2. \tag{2}$$

Далее величину $a_j(\mathbf{q})$ представим в следующем виде:

$$a_j(\mathbf{q}) = [I_0(\mathbf{r}_j)]^{1/2}\xi_q(\mathbf{r}_j)\exp[i\varphi(\mathbf{r}_j)]\exp\{ik[|\mathbf{L}_s(\mathbf{r}_j)| + |\mathbf{L}_q(\mathbf{r}_j)|]\} = u_j \exp\{ik[|\mathbf{L}_s(\mathbf{r}_j)| + |\mathbf{L}_q(\mathbf{r}_j)|]\},$$

где $\mathbf{r}_j$ — координата j-го рассеивателя; $k = 2\pi/\lambda$; $I_0(\mathbf{r}_j)$ — интенсивность освещающего объект излучения в точке $\mathbf{r}_j$; $\xi_q(\mathbf{r}_j)$ — коэффициент, определяющий долю излучения, идущего от j-го рассеивателя в точку $\mathbf{q}$; $|\mathbf{L}_s(\mathbf{r}_j)|$ и $|\mathbf{L}_q(\mathbf{r}_j)|$ — расстояния от точки $\mathbf{s}$ до точки $\mathbf{r}_j$ и от точки $\mathbf{r}_j$ до точки $\mathbf{q}$ соответственно; u_j и $\varphi(\mathbf{r}_j)$ — соответственно комплексная амплитуда и фаза рассеянной волны в непосредственной близости от j-го рассеивателя.

Для комплексной амплитуды $A(\mathbf{q})$ имеем

$$A(\mathbf{q}) = \sum_{j=1}^{N} u_j \exp\{ik[|\mathbf{L}_s(\mathbf{r}_j)| + |\mathbf{L}_q(\mathbf{r}_j)|]\}. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), имеем

$$B_{1,2}(\mathbf{q}, \mathbf{q}+\Delta\mathbf{q}) = \Bigg|\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int \sum_{j=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} u_j u_m^* \exp\{ik[|\mathbf{L}_s(\mathbf{r}_j)| - |\mathbf{L}_s(\mathbf{r}_m)|]\}\exp\{ik[|\mathbf{L}_q(\mathbf{r}_j)| - |\mathbf{L}_{q+\Delta q}(\mathbf{r}_m)|]\} \times \rho(\underset{\substack{j=1,\ldots,N\\ m=1,\ldots,N}}{x_j, y_j, z_j, u_j, x_m, y_m, z_m, u_m^*, N})dx_1\ldots dN\Bigg|^2, \tag{4}$$

где $\rho(\underset{\substack{j=1,\ldots,N\\ m=1,\ldots,N}}{x_j,\ldots,N})$ — совместная плотность вероятности случайных величин x_j, y_j, z_j, u_j, x_m, y_m, z_m, u_m^*, N; $j = 1, 2, \ldots, N$; $m = 1, 2, \ldots, N$.

Для дальнейших вычислений предположим, что комплексные амплитуды $u(\mathbf{r})$ волн, распространяющихся от различных рассеивателей, не коррелированы, а величина $\xi_q(\mathbf{r})$ постоянна для всех рассеивателей. Тогда, как и в работе [2], имеем

$$\langle u(\mathbf{r}_j)u^*(\mathbf{r}_m)\rangle = k_1[I_0(\mathbf{r}_j)I_0(\mathbf{r}_m)]^{1/2}\cdot\delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_m), \tag{5}$$

где k_1 — коэффициент $\delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_m)$ — трехмерная дельта-функция.

Учитывая статистическую независимость случайных величин, входящих в формулу (4) и выражение (5), вместо правой части (4) имеем

$$\Bigg|k_1\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int\sum_{j=1}^{N} I_0(\mathbf{r}_j)\exp\{ik[|\mathbf{L}_q(\mathbf{r}_j)| - |\mathbf{L}_{q+\Delta q}(\mathbf{r}_j)|]\} \times \rho(\underset{j=1,\ldots,N}{x_j, y_j, z_j})\rho(N)dx_1\ldots dN\Bigg|^2. \tag{6}$$

Полагая, что размер области V и величина $|\Delta\mathbf{q}|$ малы по сравнению с расстоянием от рассеивателей до точки $\mathbf{q}$, разложим $|\mathbf{L}_q(\mathbf{r}_j)|$ и $|\mathbf{L}_{q+\Delta q}(\mathbf{r}_j)|$ в ряд Тейлора в окрестности точек $\mathbf{r}_j = 0$ и $\mathbf{q}$, учитывая производные до третьего порядка включительно. Опуская индекс j, имеем

$$\begin{aligned}
|\mathbf{L}_q(\mathbf{r})| &= [(x-q_x)^2 + (y-q_y)^2 + (z-q_z)^2]^{1/2} \\
&= [(x_1-q_x)^2 + (x_2-q_y)^2 + (x_3-q_z)^2]^{1/2} \\
&= f(x_1,x_2,x_3,q_x,q_y,q_z) = f(0,0,0,q_x,q_y,q_z) \\
&+ \frac{1}{1!}\sum_{i=1}^{3} f'_{x_i}(x_1,x_2,x_3,q_x,q_y,q_z)\Big|_{(0,0,0,q_x,q_y,q_z)} x_i \\
&+ \frac{1}{2!}\sum_{i=1}^{3}\sum_{m=1}^{3} f''_{x_ix_m}(x_1,x_2,x_3,q_x,q_y,q_z)\Big|_{(0,0,0,q_x,q_y,q_z)} x_ix_m \\
&+ \frac{1}{3!}\sum_{i=1}^{3}\sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f'''_{x_ix_mx_n}(x_1,x_2,x_3,q_x,q_y,q_z)\Big|_{(0,0,0,q_x,q_y,q_z)} x_ix_mx_n \\
&= C_0 + \sum_{i=1}^{3} C_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{m=1}^{3} C_{im} \\
&+ \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{3}\sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} C_{imn},
\end{aligned} \tag{7}$$

$$
\begin{aligned}
|\mathbf{L}_{q+\Delta q}(\mathbf{r})| &= [(x-q_x-\Delta q_x)^2+(y-q_y-\Delta q_y)^2 \\
&+(z-q_z-\Delta q_z)^2]^{1/2} = [(x_1-x_4)^2 \\
&+(x_2-x_5)^2+(x_3-x_6)^2]^{1/2} = Q(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6) \\
&= Q(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6) \\
&+ \frac{1}{1!}\sum_{i=1}^{6} Q'_{x_i}(x_1,\ldots,x_6)\Big|_{(a_1,\ldots,a_6)}(x_i-a_i) \\
&+ \frac{1}{2!}\sum_{i=1}^{6}\sum_{m=1}^{6} Q''_{x_ix_m}(x_1,\ldots,x_6)\Big|_{(a_1,\ldots,a_6)}(x_i-a_i)(x_m-a_m) \\
&+ \frac{1}{3!}\sum_{i=1}^{6}\sum_{m=1}^{6}\sum_{n=1}^{6} Q'''_{x_ix_mx_n}(x_1,\ldots,x_6)\Big|_{(a_1,\ldots,a_6)} \\
&\times (x_i-a_i)(x_m-a_m)(x_n-a_n) \\
&= C_0+\sum_{i=1}^{6}C_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{6}\sum_{m=1}^{6}C_{im}+\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\sum_{m=1}^{6}\sum_{n=1}^{6}C_{imn}, \quad (8)
\end{aligned}
$$

где $(a_1,\ldots,a_6)=(0,0,0,q_x,q_y,q_z)$; q_x, q_y, q_z — компоненты вектора $\mathbf{q}$; Δq_x, Δq_y, Δq_z — компоненты вектора $\Delta\mathbf{q}$; введен также обозначения $x=x_1$, $y=x_2$, $z=x_3$, $q_x+\Delta q_x=x_4$, $q_y+\Delta q_y=x_5$, $q_z+\Delta q_z=x_6$.

Введем далее обозначения

$$\rho_q=(q_x^2+q_y^2+q_z^2)^{1/2},$$

$$l_x=\frac{q_x}{\rho_q},\quad l_y=\frac{q_y}{\rho_q},\quad l_z=\frac{q_z}{\rho_q}, \qquad (9)$$

где ρ_q — расстояние от начала координат до точки $\mathbf{q}$; l_x, l_y, l_z — компоненты единичного вектора $\mathbf{l}$, направленного от точки $\mathbf{r}=0$ до точки $\mathbf{q}$.

С учетом явного вида функций $f(x_1,\ldots,q_z)$ и $Q(x_1,\ldots,x_6)$ в работе [11] проведен расчет величин C_0, C_i, C_{im} и C_{imn}. Данные величины содержат переменные x, y, z различной степени, их произведения, величину ρ_q, а также компоненты векторов $\mathbf{l}$ и $\Delta\mathbf{q}$. Подставляя выражения (7) и (8) в (6) и объединяя члены при одинаковых степенях переменных x_j, y_j и z_j, имеем:

$$
\begin{aligned}
&\Big|k_1\int_{-\infty}^{+\infty}\!\!\cdots\!\int\sum_{j=1}^{N}I_0(\mathbf{r}_j)\exp[-ik(a_{11}x_j^2+a_{22}y_j^2+a_{33}z_j^2 \\
&+2a_{12}x_jy_j+2a_{13}x_jz_j+2a_{23}y_jz_j+2a_{14}x_j+2a_{24}y_j \\
&+2a_{34}z_j+a_{44})]\rho(x_j,y_j,z_j)\rho(N)dx_1\ldots dN\Big|^2 \\
&=\Big|k_1\int_{-\infty}^{+\infty}\!\!\cdots\!\int\sum_{j=1}^{N}I_0(x_j,y_j,z_j)\exp[-ikF_0(x_j,y_j,z_j)] \\
&\times\rho(x_j,y_j,z_j)_{j=1,\ldots,N}\rho(N)dx_1\ldots dN\Big|^2, \qquad (10)
\end{aligned}
$$

где $F_0(x_j,y_j,z_j)$ — квадратичная форма уравнения $F_0(x_j,y_j,z_j)=0$, значения коэффициентов a_{ij} также приведены в работе [11], данные коэффициенты содержат величину ρ_q, а также компоненты векторов $\mathbf{l}$ и $\Delta\mathbf{q}$.

Введем в (10) интегрирование под знак суммы. Учитывая соотношение для плотности вероятности

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(x,y,z)dxdydz=1$$

и однородное распределение случайных величин x_j, y_j, z_j в области V, вместо выражения (10) имеем

$$
\begin{aligned}
&\Big|k_1\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{j=1}^{N}\Big[\frac{1}{V}\iiint_V I_0(x_j,y_j,z_j) \\
&\times\exp\{-ikF_0(x_j,y_j,z_j)\}dx_jdy_jdz_j\Big]\rho(N)dN\Big|^2. \qquad (11)
\end{aligned}
$$

Поскольку областью интегрирования для всех интегралов является область V, то все интегралы под знаком суммы будут равны. Вместо выражения (11) окончательно имеем

$$\Big|k_1\langle N\rangle\frac{1}{V}\iiint_V I_0(x,y,z)\exp[-ikF_0(x,y,z)]dxdydz\Big|^2, \quad (12)$$

где $\langle N\rangle$ — среднее число рассеивателей в объеме V.

В общем случае, когда функция $I_0(x,y,z)$ задана и точка $\mathbf{q}$ выбрана произвольно, выражение (12) можно вычислить либо численным интегрированием интеграла, входящего в (12), либо приведением квадратичной формы $F_0(x,y,z)$ к каноническому виду, т. е. к виду, не содержащему переменные x, y, z в первой степени и произведение x, y и z. Такое преобразование осуществляется путем последовательного переноса начала координат и поворота осей относительно начала координат. Очевидно, что данное преобразование оправдано, если после него область V преобразится в новую область, удобную для интегрирования.

Частные случаи

Рассмотрим несколько частных случаев, в которых возможны простые вычисления. Для дальнейших преобразований предположим, что область V освещена однородно, т. е.

$$I_0(x,y,z)=\begin{cases}I_0, & \text{если } x,y,z \text{ принадлежат } V,\\ 0, & \text{если иначе.}\end{cases} \qquad (13)$$

Пусть область V освещается в произвольном направлении и наблюдение рассеянного излучения ведется вдоль оси z. Тогда

$$l_x=0,\quad l_y=0,\quad l_z=1,\quad a_{11}=\frac{\Delta q_z}{2\rho_q^2},$$

$$a_{22}=\frac{\Delta q_z}{2\rho_q^2},\quad a_{33}=a_{12}=0,$$

$$a_{13}=\frac{\Delta q_x}{\rho_q^2},\quad a_{23}=\frac{\Delta q_y}{\rho_q^2},$$

$$a_{14}=-\frac{\Delta q_x}{2\rho_q}+\frac{\Delta q_x\Delta q_z}{2\rho_q^2},\quad a_{24}=-\frac{\Delta q_y}{2\rho_q}+\frac{\Delta q_y\Delta q_z}{2\rho_q^2},$$

$$a_{34}=\frac{\Delta q_x^2+\Delta q_y^2}{4\rho_q^2},\quad a_{44}=\Delta q_z. \tag{14}$$

Пусть точки $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q}$ расположены в плоскости, параллельной плоскости $x0y$. Тогда $\Delta q_z=0$ и

$$F_0(x,y,z)=\frac{2\Delta q_x}{\rho_q^2}xz+\frac{2\Delta q_y}{\rho_q^2}yz-\frac{\Delta q_x}{\rho_q}x-\frac{\Delta q_y}{\rho_q}y+\frac{\Delta q_x^2+\Delta q_y^2}{2\rho_q^2}z=\left(\frac{2z}{\rho_q}-1\right)\times\left[\frac{\Delta q_x x+\Delta q_y y+(\Delta q_x^2+\Delta q_y^2)/4}{\rho_q}\right]+\frac{\Delta q_x^2+\Delta q_y^2}{4\rho_q}. \tag{15}$$

Полагая, что областью V является параллелепипед размером $2X_0\times 2Y_0\times 2Z_0$ с центром, совпадающим с началом координат, и учитывая соотношения (13) и (15), вместо (12) имеем

$$\left|k_1\langle N\rangle I_0\exp\left[-ik\frac{\Delta q_x^2+\Delta q_y^2}{4\rho_q}\right]\frac{1}{2X_0 2Y_0 2Z_0}\times\int\limits_{-X_0}^{+X_0}\int\limits_{-Y_0}^{+Y_0}\int\limits_{-Z_0}^{+Z_0}\exp\left\{-ik\left(\frac{2z}{\rho_q}-1\right)\times\left[\frac{\Delta q_x x+\Delta q_y y+(\Delta q_x^2+\Delta q_y^2)/4}{\rho_q}\right]\right\}dxdydz\right|^2. \tag{16}$$

В общем случае трехмерный интеграл в (16) берется только численно. Однако если размер диффузора $2Z_0$ и величина ρ_q таковы, что $2z/\rho_q\ll 1$, то данный интеграл легко берется. Тогда для нормированной функции корреляции интенсивности $\eta(\Delta q_x,\Delta q_y)$ имеем

$$\eta(\Delta q_x,\Delta q_y)=\frac{\sin^2(\Delta q_x kX_0/\rho_q)}{(\Delta q_x kX_0/\rho_q)^2}\,\frac{\sin^2(\Delta q_y kY_0/\rho_q)}{(\Delta q_y kY_0/\rho_q)^2}. \tag{17}$$

Если областью V является цилиндр радиусом R и длиной $2Z_0$ с центром в начале координат, то, учитывая выражения (12), (13), условие $2z/\rho_q\ll 1$ и переходя к полярным координатам, получаем выражение для нормированной функции корреляции интенсивности

$$\eta(\Delta r)=\frac{J_1^2(\pi\Delta rD/(\lambda\rho_q))}{(\pi\Delta rD/(\lambda\rho_q))^2}, \tag{18}$$

где $D=2R$, $\Delta r=(\Delta q_x^2+\Delta q_y^2)^{1/2}$, $J_1(a)$ — функция Бесселя 1-го рода аргумента a.

Определяя интервалы корреляции интенсивности $\Delta\tilde q_x$, $\Delta\tilde q_y$ и $\Delta\tilde r$ из условий уменьшения функции (17) и (18) до нуля первый раз, имеем

$$\Delta\tilde q_x=\frac{\lambda\rho_q}{X_0},\quad \Delta\tilde q_y=\frac{\lambda\rho_q}{Y_0},\quad \Delta\tilde r=1.07\frac{\lambda\rho_q}{D}.$$

Вернемся вновь к соотношениям (14) и выберем точки $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}+\Delta\mathbf{q}$ вдоль оси z. Тогда Δq_x, $\Delta q_y=0$ и для $F_0(x,y,z)$ имеем

$$F_0(x,y,z)=\frac{\Delta q_z(x^2+y^2)}{2\rho_q^2}+\Delta q_z. \tag{19}$$

Пусть вновь область V — прямоугольный параллелепипед размером $2X_0\times 2Y_0\times 2Z_0$ с центром в начале координат. Подставим выражение (19) в (12). С учетом выражения (13), переходя к переменным $s=x/X_0$ и $t=y/Y_0$, вместо (12) имеем:

$$\left|k_1I_0\langle N\rangle\exp(-ik\Delta q_z)\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\int\limits_0^{\sqrt{\alpha}}\exp(-is^2)ds\times\frac{1}{\sqrt{\beta}}\int\limits_0^{\sqrt{\beta}}\exp(-it^2)dt\right|^2=k_1^2\langle N\rangle^2I_0^2|f(\alpha)f(\beta)|^2,$$

где

$$\alpha=\frac{\pi\Delta q_zX_0^2}{\lambda\rho_q^2},\quad \beta=\frac{\pi\Delta q_zY_0^2}{\lambda\rho_q^2}.$$

Расчеты, проведенные автором, показали, что функция $g(\alpha,\beta)=|f(\alpha)f(\beta)|^2$ имеет максимум в начале координат, а линии равных уровней для выражения $g(\alpha,\beta)$ имеют вид окружностей практически до уровня, равного 0.1. Функция достигает первого минимума приблизительно при $g(\alpha,\beta)$, равном 0.08. Определим интервал корреляции интенсивности из условия уменьшения $g(\alpha,\beta)$ до уровня, равного 0.1. Это имеет место при $(\alpha^2+\beta^2)^{1/2}$, равном с хорошей точностью, пяти. Таким образом, имеем

$$\Delta\tilde q_z=\frac{5\lambda\rho_q^2}{\pi(X_0^4+Y_0^4)^{1/2}}. \tag{20}$$

Выражение (20) определяет характерный продольный размер неоднородности рассеянного излучения для диффузора прямоугольного сечения размером $2X_0\times 2Y_0$. В частности, для диффузора квадратного сечения при $X_0=Y_0=L_0$ имеем

$$\Delta\tilde q_z=1.13\frac{\lambda\rho_q^2}{L_0^2}.$$

Оценим продольный размер спеклов для диффузора в виде цилиндра радиуса R и длиной $2Z_0$ с центром в начале координат. Пусть ось цилиндра совпадает с осью Z. Перейдя к полярным координатам, с учетом (19),

(13) и (12) для нормированной функции корреляции интенсивности получаем

$$\eta(\Delta q_z) = \frac{\sin^2(k\Delta q_z R^2/(2\rho_q^2))}{[k\Delta q_z R^2/(2\rho_q^2)]^2}.$$

Определяя интервал корреляции интенсивности $\Delta\tilde{q}_z$ из условия уменьшения функции $\sin x/x$ до нуля первый раз, имеем

$$\Delta\tilde{q}_z = \frac{\lambda\rho_q^2}{R^2}. \tag{21}$$

Формула (21) определяет характерный продольный размер спеклов в свободном поле для диффузора с поперечным сечением в виде круга радиуса R.

Следует отметить, что для выбранных нами диффузоров формулы для характерных поперечных и продольных размеров спеклов не изменяются при $2Z_0 \to 0$, т.е. при переходе в пределе к плоским диффузорам. Данные формулы совпадают с аналогичными формулами, известными из литературы [2,4,12] и полученными для соответствующих плоских диффузоров.

Заключение

В данной работе известная модель диффузно рассеивающей поверхности обобщена на случай объемного диффузора. Предполагалось, что размеры диффузора малы по сравнению с расстояниями до источника когерентного излучения и до точек наблюдения. Для произвольных направлений освещения и наблюдения, распределения интенсивности освещающего излучения и формы диффузора получена формула для пространственной функции корреляции интенсивности рассеянного излучения в свободном поле. Для трехмерных диффузоров в виде прямоугольного параллелепипеда и цилиндра получены формулы для поперечных и продольных размеров спеклов. Показано, что в пределе при переходе к двумерным рассеивателям указанные формулы совпадают с формулами, известными из литературы.

Список литературы

[1] *Goldfisher L.J.* // J. Opt. Soc. Amer. 1965. Vol. 55. N 3. P. 247–253.
[2] *Goodman J.W.* // Laser Speckle and Related Phenomena / Ed. J.C. Dainty. Berlin; Heidelberg; New York: Springer Verlag, 1975. P. 10–75.
[3] *Джоунс Р., Уайкс К.* Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 328 с.
[4] *Анисимов В.В., Козел С.М., Локшин Г.Р.* // Опт. и спектр. 1969. Т. 27. № 3. С. 483–491.
[5] *Yamaguchi I.* // Optica Acta. 1981. Vol. 28. N 10. P. 1358–1376.
[6] *Владимиров А.П.* // Голография: теоретические и прикладные вопросы. Сб. науч. тр. Л.: ФТИ АН СССР, 1988. С. 100–106.
[7] *Yamaguchi I., Fujita T.* // Proc. SPIE. 1989. Vol. 1162. P. 213–226.
[8] *Yamaguchi I.* // Opt. Eng. 1982. Vol. 21. N 3. P. 436–440.
[9] *Владимиров А.П.* Канд. дис. Свердловск, 1989. 106 с.
[10] *Wolf E.* // Phil. Mag. 1957. Vol. 2. Ser. 8. N 15. P. 351–354.
[11] *Владимиров А.П.* Деп. в ВИНИТИ. № 1856-В96. М., 1996. 19 с.
[12] *Франсон М.* Оптика спеклов. М.: Мир, 1978. 171 с.