01;03

Неустойчивость плоского течения Куэтта двухфазных жидкостей

© В.Я. Рудяк, Е.Б. Исаков, Е.Г. Борд

Новосибирская государственная академия строительства

Поступило в Редакцию 12 июня 1997 г.

Исследуется устойчивость плоского течения Куэтта дисперсной жидкости (газовзвеси или суспензии). Показано, что такое течение, в отличие от течения чистой жидкости (газа), начиная с некоторого порогового значения массовой концентрации частиц, неустойчиво относительно бесконечно малых возмущений.

Хорошо известно, что плоское течение Куэтта однофазной жидкости устойчиво относительно бесконечно малых возмущений [1]. В наших работах [2–5] систематически изучалась устойчивость течений дисперсных жидкостей. Было установлено, что наличие твердых частиц в потоке радикально меняет характер развития возмущений как в ограниченных, так и в свободных течениях. В частности, при неоднородном распределении частиц имеет место новое необходимое условие неустойчивости течения духфазных жидкостей в невязком приближении [2]: $(\rho U')' = 0$, где $\rho(y)$ — профиль массовой плотности среды, а $U(y)$ — стационарный профиль скорости течения; штрих здесь и далее означает дифференцирование по y.

В соответствии с этим условием течение Куэтта с любым немонотонным распределением плотности $\rho(y)$ должно быть неустойчиво. Вывод важный, достаточно неожиданный и требует проверки. Изучению устойчивости плоского течения Куэтта относительно малых возмущений и посвящена данная заметка.

Рассмотрим течение дисперсной среды, представляющей собой смесь несжимаемой несущей жидкости (газа) и твердых сферических частиц радиуса a. Объемная плотность дисперсной фазы предполагается малой, так что взаимодействием частиц можно пренебречь. Динамика такой среды описывается уравнениями двухжидкостной гидродинамики [2–5].

В [2] показано, что при произвольном распределении дисперсной фазы выполняется теорема Сквайра, поэтому анализ можно ограничить изучением эволюции двумерных возмущений. В этом случае задача сводится к решению уравнения [2,5]

$$(W-c)\Delta\psi - W''\psi + (\psi J f')' = \frac{1}{i\alpha\mathrm{Re}}\Delta^2\psi, \tag{1}$$

$$W(y) = U + fJ, \quad J = \frac{U-c}{1+i\alpha\mathrm{SRe}(U-c)}, \quad \Delta = \frac{d^2}{dy^2} - \alpha^2$$

для функции тока малых возмущений несущей жидкости

$$\varphi(x,y,t) = \psi(y)\exp[i(\alpha x - \omega t)] \quad (u_x = \varphi', \quad u_y = -i\alpha\varphi)$$

с волновым числом α, частотой ω и фазовой скоростью $c = \omega/\alpha$. Здесь $U = U(y)$ — профиль скорости невозмущенного течения, $f = f(y)$ — профиль массовой концентрации частиц дисперсной фазы в невозмущенном течении. $\mathrm{Re} = U_0 L\rho_f/\mu$ — Число Рейнольдса, а параметр $\mathrm{S} = \rho_p\mu/\rho_f KL^2$ называется временем релаксации среды и характеризует физические свойства двухфазной жидкости; L — характерный линейный масштаб течения (для плоского течения Куэтта это полуширина канала), U_0 — характерное значение скорости течения, ρ_f — плотность несущей жидкости, ρ_p — плотность континуума частиц, μ — коэффициент вязкости несущей жидкости, K — коэффициент гидродинамического сопротивления дисперсных частиц.

В настоящей работе рассматривается плоское течение Куэтта с безразмерным профилем скорости $U = y$ и границами при $y = \pm 1$. На границах течения для функции тока ставятся стандартные условия непротекания и прилипания. Уравнение (1) решалось численно с использованием методов дифференциальной прогонки и τ-метода. Профиль распределения дисперсной фазы был выбран в виде гауссовской функции с максимумом плотности f_0 на оси течения и характерной шириной σ: $f(y) = f_0\exp(-y^2/\sigma^2)$. Везде в данной работе $\sigma = 0.3$, что соответствует условию, когда практически все частицы находятся во внутренней области течения; время релаксации среды $\mathrm{S} = 10^{-7}$. Значение концентрации частиц f_0 варьировалось.

В однофазном течении Куэтта можно выделить четыре моды возмущений, обладающих наименьшими скоростями затухания (кривые *1–4* на рис. 1). Три из указанных мод (кривые *1–3*) являются пристенными

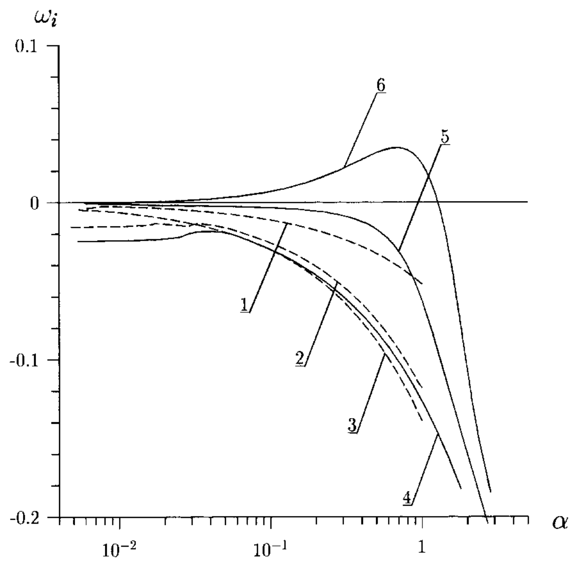

Рис. 1.

и поэтому слабо реагируют на наличие частиц в приосевой области, так что скорость затухания этих возмущений при увеличении концентрации частиц или не меняется, или даже несколько увеличивается. Четвертая мода (кривая *4*) — приосевая, ее поведение в двухфазном течении существенно изменяется (кривые *5*, *6*). Скорость затухания этой моды с ростом массовой концентрации частиц уменьшается и по достижении некоторой пороговой концентрации $f_0 \geqslant 0.2275$ возмущения данной моды начинают нарастать. Течение Куэтта становится неустойчивым по отношению к бесконечно малым возмущениям. Фазовая скорость приосевых возмущений — нулевая, частота также равна нулю $\omega_r = \alpha c_r = 0$, так что при $\omega_i > 0$ неустойчивое возмущение представляет собой монотонно растущую деформацию профиля скорости.

На плоскости (α, Re) можно выделить область неустойчивости дисперсного течения Куэтта, ограниченную нейтральной кривой и показанную на рис. 2. Кривая *1* здесь соответствует течению с концентрацией частиц $f_0 = 0.2275$, которая близка к пороговому значению. При таких

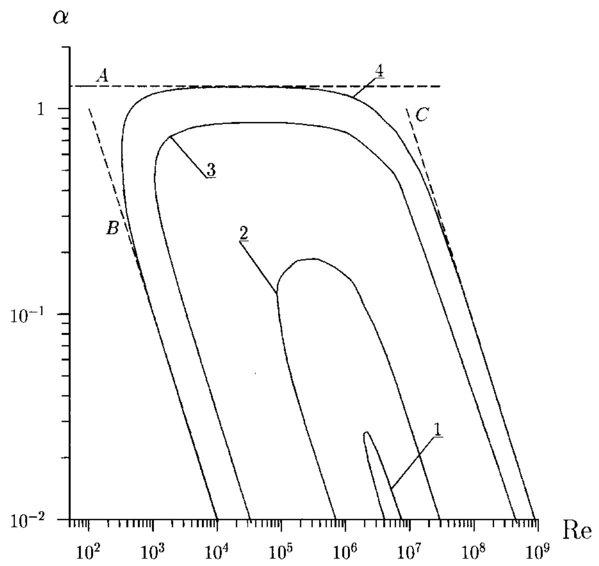

Рис. 2.

значениях концентрации частиц течение неустойчиво лишь к длинноволновым возмущениям ($\alpha < 0.03$), и характеризуется большими числами Рейнольдса Re $> 10^6$. При увеличении концентрации дисперсной фазы область неустойчивости быстро растет (кривая *2* соответствует значению массовой концентрации $f_0 = 0.23$, 3 — $f_0 = 0,3,4$ — $f_0 = 0,4$) и приобретает характерный вид, который ясно показывает наличие трех асимптотических ветвей (прямые *A*, *B* и *C* на рис. 2). Можно показать, что асимптотика *A* отвечает невязкому пределу Re $\to \infty$ и одновременно — пределу мелких частиц SRe $\to 0$, а асимптоты *B* и *C* — пределу малых волновых чисел.

Подводя итог, можно констатировать, что при достаточно больших массовых концентрациях частиц плоское течение Куэтта становится неустойчивым относительно бесконечно малых возмущений. С ростом времени релаксации частиц силы межфазного взаимодействия уменьшаются, что приводит к снижению дестабилизирующего влияния дисперсной фазы.

Список литературы

[1] *Монин А.С., Яглом А.М.* Статическая гидромеханика. Ч. I. М., 1965. 639 с.
[2] *Исаков Е.Б., Рудяк В.Я.* // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 5. С. 79–85.
[3] *Рудяк В.Я., Исаков Е.Б.* // ПМТФ. 1996. Т. 37. N 1. С. 95–105.
[4] *Rudyak V.Ya., Isakov E.B., Bord E.G.* // Thermophysics and Aeromechanics. 1996. V. 3. N 1. P. 51–56.
[5] *Rudyak V.Ya., Isakov E.B., Bord E.G.* // J. Aerosol. Sci. V. 28. N 1. P. 53–66.