05

Доменная неустойчивость в ансамбле дислокаций при пластической деформации кристаллов

© *Г.Ф. Сарафанов*

Нижегородский государственный педагогический университет

Поступило в Редакцию 2 сентября 1997 г.

Рассмотрена нелинейная динамика возмущений плотности дислокаций и упругого поля в рамках предложенной эволюционной модели, учитывающей отрицательную скоростную чувствительность деформирующих напряжений. В результате развития доменной неустойчивости обнаружено существование периодических и уединенных решений (солитонов) для исходных переменных.

Несмотря на успехи, достигнутые в области экспериментальных исследований деформируемых твердых тел [1,2], в теоретическом плане остаются во многом неясными многие явления, сопровождающие процесс пластической деформации. В частности, это относится к нестабильности пластического течения кристалла [3–5]. Механизм данного явления, начиная с работ Коттрелла [6], обычно связывают с нелинейной N-образной зависимостью силы торможения дислокаций от их скорости, обусловленной образованием примесных атмосфер (Коттрелла, Снука и др.) на дислокациях [7–9]. Между тем возможна ситуация, когда в некотором интервале напряжений уже средняя скорость дислокаций N-образно зависит от напряжения течения σ. Например, в твердых растворах при пластической деформации кристалла движущиеся дислокации в определенных случаях (при $\sigma > \sigma_c = \left[Gn_0T/\rho_0 d^2\right]^{1/2}$ [10], где G — модуль сдвига, T — температура, n_0 и d — концентрация и характерный размер растворенных атомов, ρ_0 — средняя плотность дислокаций) способны обеспечивать режим стимулированной нелинейной диффузии атомов примеси, в результате чего возникает эффективное взаимодействие примесных атомов и их кластеризация. Последнее приводит к резкому упрочнению кристалла и уменьшению средней скорости дислокаций V. Дальнейшее увеличение нагрузки восстанавливает монотонность кривой $V(\sigma)$ (рис. 1). Область $\sigma_c < \sigma < \sigma_m$ характеризует отрицательную ско-

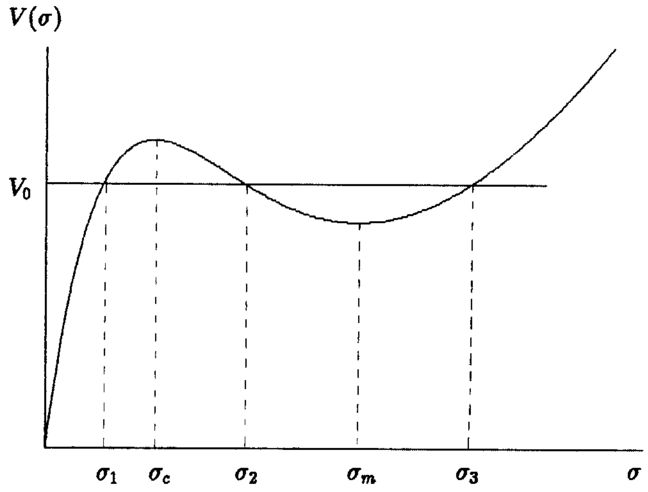

Рис. 1.

ростную чувствительность деформирующих напряжений и обусловлена сменой механизма упрочнения кристалла.

В связи с возможностью реализации такой зависимости $V(\sigma)$ в настоящей работе рассмотрена задача, связанная с проблемой скачкообразной пластической деформации в кристаллических сплавах.

Для определенности рассмотрим деформируемый в режиме активного нагружения кристалл, ориентированный для одиночного скольжения. Будем считать, что в эволюции дислокационного ансамбля участвуют краевые дислокации, характеризуемые плотностями $\rho_+(x,t)$ и $\rho_-(x,t)$, которые движутся навстречу друг другу в параллельных плоскостях скольжения вдоль направления Ox со скоростями $V_+ = V(\sigma)$, $V_- = -V(\sigma)$ и формируют полосу скольжения ширины L.

С учетом процессов генерации и аннигиляции дислокаций система эволюционных уравнений для скалярной плотности $\rho_\pm(x,t)$ запишется в виде [5,11]

$$\frac{\partial\rho_\pm}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(V_\pm\rho_\pm) = A - \kappa\rho_+\rho_-. \tag{1}$$

Здесь A — источник дислокаций типа Франка–Рида, κ — коэффициент аннигиляции.

В режиме активного нагружения, когда средняя скорость пластической деформации $\dot{\varepsilon}_0$ поддерживается постоянной, уравнение (1) необходимо дополнить уравнением Гилмана–Джонсона [12]

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{KL}{S\zeta}(\dot{\varepsilon}_p - bV_+\rho_+ + bV_-\rho_-), \tag{2}$$

где $\dot{\varepsilon}_p = \eta L_0 \dot{\varepsilon}_0 / L$ — скорость пластической деформации в полосе скольжения, K — жесткость системы "образец-машина", L_0 и S — высота и площадь поперечного сечения образца, η и ζ — геометрические факторы порядка единицы.

В переменных $\rho = \rho_+ + \rho_-$ и $I = \rho_+ - \rho_-$, характеризующих суммарную и избыточную плотность дислокаций, система (1), (2) принимает вид

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(V\rho) = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(VI) = 2A - \frac{\kappa}{2}(\rho^2 - I^2), \tag{4}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = G^*(\dot{\varepsilon}_p - bV\rho). \tag{5}$$

Равенство нулю правой части (3) отражает факт сохранения вектора Бюргерса при различных дислокационных реакциях и размножении [5,11]. Уравнения (3), (5) можно проинтегрировать, в результате имеем

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = G^* b(I - I_c), \tag{6}$$

где $G^* = KL/S\zeta$ — эффективный модуль упругости, I_c — константа интегрирования, имеющая смысл избыточной плотности дислокаций субструктуры, сформированной к моменту деформирования материала (пусть для определенности $I_c = \rho_c^+ - \rho_c^- > 0$).

Исследуем на устойчивость стационарное состояние

$$I = I_c, \quad \rho = \rho_c\sqrt{1 + I_c^2/\rho_c^2} = \rho_0, \quad V = V_0(\sigma_0) = \eta L_0 \dot{\varepsilon}_0 / b\rho_0 L \tag{7}$$

системы (4)–(6). Здесь $\rho_c = 2(A/\kappa)^{1/2}$, а значение $V_0(\sigma_0)$ трехкратно вырождено, так как прямая $V = V_0$ по предположению пересекает кривую $V(\sigma)$ в трех точках ($\sigma_0 = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$) (рис. 1).

Для возмущений вида $\sim \exp(-i\omega t + ikx)$ дисперсионное уравнение принимает вид

$$\omega^2 + i\omega\frac{1-\alpha}{\tau} - V_0^2 k^2 - ik\frac{\beta V_0(1+\alpha)}{\tau} + \frac{\alpha}{\tau^2} = 0, \qquad (8)$$

где $\tau = 1/\kappa\rho_0$ — характерное время междислокационного взаимодействия; $\alpha = -G^* b\tau\rho_0 V'_\sigma(\sigma_0)$ — безразмерный параметр, характеризующий скоростную чувствительность деформирующих напряжений; $\beta = I_c/\rho_0 = (1+\rho_c^2/I_c^2)^{-1/2} < 1$.

Из (8) следует, что неустойчивость ($\mathrm{Im}\omega > 0$) возможна при отрицательной скоростной чувствительности напряжения течения ($V'_\sigma < 0$, $\alpha > 0$). Рассмотрим более подробно случай $0 < \alpha \ll 1$, соответствующий возникновению неустойчивости в области деформирующих напряжений $\sigma \sim \sigma_c$. В этом случае, как показывает анализ дисперсионного уравнения (8), эволюция системы при $t > \tau$ определяется ветвью

$$\omega_1 \simeq \beta V_0 k + i\alpha/\tau - iV_0^2\tau k^2, \qquad (9)$$

тип которой характеризует так называемую доменную неустойчивость Ганна [13], широко известную в физике полупроводников. Согласно (9), длинноволновые возмущения, движущиеся вправо с фазовой скоростью $c_0 = \beta V_0 < V_0$, медленно нарастают с инкрементом $\mathrm{Im}\omega_1 = \alpha/\tau > 0$.

Нелинейные решения системы уравнений (4)–(6) будем искать в классе автомодельных решений, полагая σ, I и ρ зависящими от бегущей координаты $\xi = x - ct$. Исключая из этих уравнений $I(\xi)$ и $\rho(\xi)$, в рассматриваемом приближении ($\alpha \ll 1$) получаем одно нелинейное уравнение второго порядка для $\sigma(\xi)$

$$\tau\left(V_0^2 - c^2\right)\frac{\partial^2\sigma}{\partial\xi^2} + (c_0 - c)\frac{\partial\sigma}{\partial\xi} - \frac{V_0}{2G^* b\rho_0}\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\xi}\right)^2 + G^*[\dot{\varepsilon}_p - b\rho_0 V(\sigma)] = 0. \qquad (10)$$

Уравнение (10) описывает стационарную бегущую волну. По форме оно совпадает с уравнением сосредоточенного нелинейного осциллятора с затуханием $\sigma = c_0 - c$. Поэтому интересующие нас стационарные решения существуют при $c = c_0 < V_0$. Анализ решений целесообразно проводить на фазовой плоскости переменных σ и σ'_ξ. В интересующем

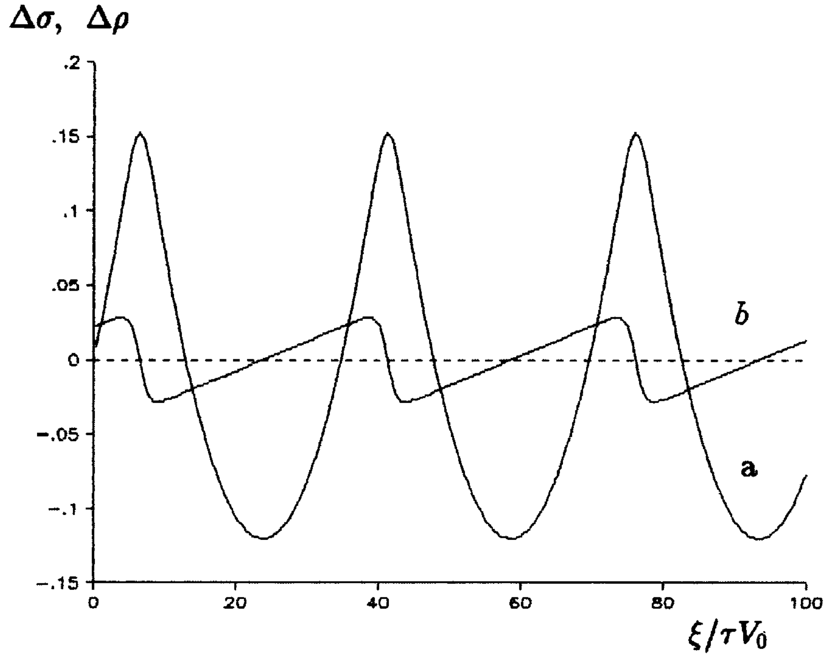

Рис. 2. Нормированные периодические импульсы упругого поля $\Delta\sigma = (\sigma - \sigma_2)/G^*$ (a) и избыточной плотности дислокаций $\Delta\rho = (I - I_c)/\dot{\varepsilon}_p\tau\rho_0$ (b) как численное решение уравнения (10) при заданных значениях параметров $(\dot{\varepsilon}_p > \dot{\varepsilon}_{pc})$: $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.1$, $\dot{\varepsilon}_p\tau = 0.02$, $V_c/V_0 = 0.5$, $\sigma_2/G^* = 1$, $(\sigma_2 - \sigma_1)/G^* = 0.2$. При вычислениях использована аппроксимация $V = V_c + V'_\sigma(\sigma - \sigma_2) + V'''_\sigma(\sigma - \sigma_2)^3$, где $V'''_\sigma = -6V'_\sigma(\sigma_2 - \sigma_1)^{-2}$. Импульсы распространяются со скоростью $c = \beta V_0$.

нас случае $\delta = 0$ уравнение (10) имеет на фазовой плоскости (σ, σ'_ξ) три неподвижные точки $(\sigma_1, 0)$, $(\sigma_2, 0)$ и $(\sigma_3, 0)$. Состояние $(\sigma_2, 0)$ является центром, а особые точки $(\sigma_1, 0)$ и $(\sigma_3, 0)$ — седла, через которые проходят по две траектории (сепаратрисы). В зависимости от значения величины $\dot{\varepsilon}_p$ возможны три сепаратрисных решения в виде замкнутых траекторий. При некотором критическом значении $\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_{pc}$ существует траектория, соединяющая особые точки $(\sigma_1, 0)$ и $(\sigma_3, 0)$. Этой траектории соответствует уединенная волна типа широкого солитона. При $\dot{\varepsilon}_p > \dot{\varepsilon}_{pc}$ источником и стоком замкнутой траектории является состояние $(\sigma_1, 0)$, а при $\dot{\varepsilon} < \dot{\varepsilon}_{pc}$ — состояние $(\sigma_3, 0)$. Соответствующие солитонные решения обусловливают развитие (если воспользоваться терминологией [13]) доменов сильного $(\dot{\varepsilon}_p > \dot{\varepsilon}_{pc})$ и слабого $(\dot{\varepsilon}_p < \dot{\varepsilon}_{pc})$ упругого поля. На фазовой плоскости существует также континуум замкнутых траекторий вокруг особой точки $(\sigma_2, 0)$, которые отвечают распространению периодически повторяющихся импульсов поля σ и дислокационного заряда $bI \sim \sigma'_\xi$ (рис. 2).

Таким образом, доменная неустойчивость, обусловленная сменой механизма упрочнения кристалла, приводит к импульсному режиму пластического течения. Нестабильность течения, как правило, сопровождается локализацией скольжения [3,4]. В рассматриваемой модели ширина локализованной полосы скольжения определяется заданными параметрами $(L = \eta L_0 \dot{\varepsilon}_0 / b\rho_0 V_0)$. Следует, однако, иметь в виду, что полосы скольжения являются двумерными образованиями, следовательно строгое описание динамики роста и формы локализованной полосы скольжения должно быть достигнуто в последовательной двумерной постановке задачи. Последнее выходит за рамки данного сообщения и будет опубликовано отдельно.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96–02–18185).

Список литературы

[1] *Смирнов Б.И.* Дислокационная структура и упрочнение кристалов. Л.: Наука, 1981. 275 с.
[2] *Трефилов В.И., Моисеев В.Ф., Печковский Э.П.* и др. Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических материалов. Киев.: Наук. думка, 1987. 245 с.
[3] *Luft A.* // Progress in Material Science. 1991. V. 35. N 2. P. 97–203.
[4] *Смирнов Б.И., Николаев В.И.* // ФТТ. 1993. Т. 35. В. 7. С. 1881–1889.
[5] *Малыгин Г.А.* // ФТТ. 1995. Т. 37. В. 1. С. 3–42.
[6] *Коттрелл А.Х.* Дислокации и пластическое течение в кристаллах. М.: Металлургиздат, 1958. 267 с.
[7] *Penning P.* // Acta Metall. 1972. V. 20. P. 1169–1174.
[8] *Kubin L.P.* // Material Science and Technology / Ed. H. Mughrabi. 1993. V. 6. P. 137–187.

[9] *Нагорных С.Н., Сарафанов Г.Ф.* // Изв. АН. Металлы. 1993. В. 3. С. 199–204.
[10] *Худик Б.И.* // Металлофизика. 1988. Т. 10. № 5. С. 41–46.
[11] *Максимов И.Л., Сарафанов Г.Ф.* // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 61. В. 5. С. 405–411.
[12] *Халл Д.* Введение в дислокации. М.: Атомиздат, 1968. 280 с.
[13] *Ганн Дж.* // УФН. 1966. Т. 89. С. 147–170.