

01;03

## **Эффект отрицательной турбулентной теплопроводности и его роль в образовании крупномасштабных структур**

© Г.В. Левина, С.С. Моисеев

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь  
Институт космических исследований РАН, Москва*Поступило в Редакцию 23 октября 1997 г.*

Предложен механизм возникновения эффекта отрицательной теплопроводности в условиях развитой турбулентной конвекции, который приводит к образованию крупномасштабных структур. На основе полуэмпирической модели турбулентной конвекции и экспериментальных результатов даны некоторые количественные оценки.

Крупномасштабные движения, вызываемые неоднородным нагревом среды, существуют в конвективных зонах Солнца и звезд, атмосферах планет, атмосфере и океанах Земли. Яркой иллюстрацией подобных явлений могут служить тропические циклоны — крупномасштабные долгоживущие спиральные вихри огромной интенсивности, десятки раз в году возникающие в тропической атмосфере Земли.

Особую роль в генерации структур такого типа, по нашему мнению, играют два физических механизма. Один из них, спиральный, проявляется в условиях существования мелкомасштабной спиральной турбулентности и порождает тенденцию к слиянию мелких вихрей [1,2]. Второй, тепловой, действует в случае квазитеплоизолированной поверхности, ограничивающей область с развитой турбулентной конвекцией [3,4]. Если спиральность поля скорости особенно влияет на характер переноса импульса [5] (падение давления и вязкости в условиях, когда имеется спиральная составляющая движения, может, например, существенно изменить подъемную силу и сопротивление трения), то теплоизоляция границы приводит, как будет показано ниже, к анизотропии (и даже изменению знака) коэффициента теплопроводности.

Обсудим обнаруженный нами эффект, рассматривая конвективное движение несжимаемой жидкости в плоском бесконечном горизонтальном слое, подогреваемом снизу. При высокой теплопроводности границ развитие неустойчивости механического равновесия приводит к установлению конвективного движения в виде системы ячеек, каждая из которых имеет горизонтальный масштаб порядка толщины слоя. Увеличение горизонтального размера структур в ламинарных режимах отмечено при уменьшении теплопроводности границ слоя [6]. Действительно, в этом случае должна возникать тенденция к расширению ячеек в горизонтальном направлении, чтобы увеличить эффективность теплоотдачи в окружающую среду за счет более длительного соприкосновения поднимающейся нагретой жидкости с поверхностью теплообмена. В предельном случае теплоизолированных границ горизонтальный размер структур стремится к бесконечности (критическое волновое число обращается в ноль).

При турбулентной конвекции улучшение теплоизоляции границ области в сочетании с высокой интенсивностью конвективного движения приводит, как показано в [3], к качественно новому физическому эффекту, вызывающему генерацию крупномасштабных структур и обеспечивающему их длительное устойчивое существование за счет передачи энергии от мелкомасштабной конвекции. Авторы [3] предложили физический механизм образования крупномасштабных структур и построили для его описания полуэмпирическую модель турбулентной конвекции. Анализ и обобщение результатов проведенных в последующие годы теоретических исследований [4], лабораторного моделирования [4] и натуральных экспериментов [7] в экспедициях "Тайфун-89" и "Тайфун-90" углубляют понимание процессов, вызываемых действием этого механизма (названного авторами механизмом аномального переноса тепла), и позволяют интерпретировать его как проявление анизотропии коэффициента турбулентной теплопроводности.

Механизм аномального переноса тепла действует при выполнении двух условий. Во-первых, необходимо наличие в жидкости мелкомасштабных носителей тепла. Режимы турбулентной конвекции с такими носителями хорошо известны по экспериментальным работам [8–10] и реализуются при числах Рэлея  $Ra = 10^6 - 10^{10}$ , когда в пограничных слоях с неустойчивой температурной стратификацией генерируются так называемые термики. Вторым условием является высокая тепло-

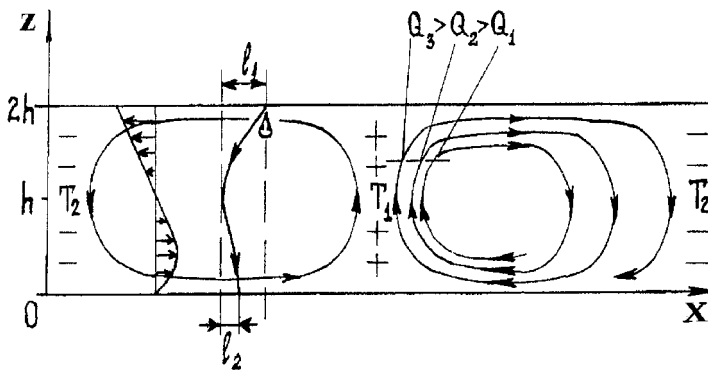


Схема действия механизма аномального переноса тепла.

изоляция горизонтальных границ области течения. Схема, поясняющая принцип действия механизма, приведена на рисунке.

Обсуждаемый эффект основан на длинноволновой неустойчивости, обусловленной развитием случайных тепловых возмущений, создающих горизонтальные градиенты температуры. Такие неоднородности температуры порождают конвективную циркуляцию со всплыванием жидкости в более нагретом центре теплового пятна (см. рисунок) и опусканием ее на периферии, генерируя при этом сдвиговые течения, антисимметричные относительно середины слоя. Термики, оторвавшиеся от пограничных слоев в ускоренно движущиеся по вертикали (всплывающие теплые и тонущие холодные), попадают в сдвиговые течения и сносятся ими. При этом, как легко видеть, результирующее смещение холодных термик из верхнего пограничного слоя происходит в периферийные области с более низкой температурой, а теплых — от нижней границы к нагретому центру пятна.

Таким образом, возникает некоторый дополнительный, создаваемый движением термик в сдвиговых течениях, адвективный поток тепла, направленный вдоль горизонтального градиента осредненной температуры, т.е. в сторону более высоких температур — "аномальный" перенос тепла в отличие от потока тепла за счет молекулярной теплопроводности, направленного, естественно, в сторону убывания

температуры. В результате начальная разность температур возмущения увеличивается, а всплывающие теплые элементы соответственно приобретают большой запас тепла на единицу массы, и теперь движущейся вдоль верхней границы тепловой жидкости необходимо пройти большой путь, чтобы охлаждаясь за счет теплоотдачи в окружающую среду, достичь температуры, при которой начнется опускание. Это означает, что с ростом интенсивности увеличивается и горизонтальный масштаб возникшего возмущения. Важнейшую роль в развитии всего процесса неустойчивости играет теплоизоляция границы, не позволяя возникшему температурному возмущению быстро рассосаться. Результатом действия механизма является формирование конвективных структур с крупномасштабной циркуляцией, устойчиво существующих на фоне мелкомасштабной турбулентной конвекции.

Процессы турбулентного переноса тепла при этом осуществляются конвективными потоками, распространяющимися по всем трем пространственным направлениям, что естественно интерпретировать как проявление анизотропии коэффициента турбулентной теплопроводности. Действительно, этот коэффициент теперь можно представить в виде тензора  $\kappa^{ij}$ , диагональные компоненты которого определяются потоками тепла вдоль соответствующих пространственных направлений. Причем коэффициент турбулентной теплопроводности положителен в вертикальном направлении и может становиться отрицательным в горизонтальных. Количественные оценки для рассматриваемого эффекта могут быть получены с помощью полуэмпирической модели, описывающей турбулентную конвекцию в плоском бесконечном горизонтальном слое несжимаемой жидкости.

Процедура вывода осредненных уравнений турбулентной конвекции из уравнений Буссинеска, основанная на методе моментов, подробно описана в [3,4]. Согласно этому подходу, позволяющему выделить крупномасштабные движения из общей структуры турбулентных полей, физическое поле представляется в виде разложения

$$F(x, y, z, t) = F_0(x, y, t) + (lz - 1)F_1(x, y, t) + \dots + F'(x, y, z, t), \quad (1)$$

где  $l = h^{-1}$  (толщина слоя выбрана равной  $2h$ );  $F_0, F_1$  — поперечные пространственные моменты нулевого и первого порядка, определяемые

выражениями

$$F_0 = \frac{1}{2} l \int_0^{2h} F dz, \quad F_1 = \frac{3}{2} l \int_0^{2h} F(lz - 1) dz;$$

величина  $F'$  имеет смысл турбулентных пульсаций, которые в данном случае отсчитываются от мгновенных крупномасштабных полей, определяемых совокупностью низших моментов.

Применение метода моментов к уравнениям Буссинеска и использование ряда упрощающих предположений [4], главным из которых является приближение "мелкой воды", позволяет после исключения давления получить следующую математическую модель, в которой, согласно [3], для описания эффекта аномального переноса тепла достаточно учесть в разложениях (1) только два низших момента:

$$\begin{aligned} \Omega_t + \left( \Omega V^i + \frac{1}{3} \omega v^i \right)_i + e^{3ij} (\gamma v^j)_i &= -e^{3ij} \left( M_k^{jk} - \Sigma^j \right)_i, \\ \Theta_t + \left( \Theta V^i + \frac{1}{3} \vartheta v^i \right)_i &= -N_i^i + \Lambda, \\ \omega_t + (\omega V^i + \Omega v^i)_i &= -e^{3ij} \left( m_k^{jk} - 3l M^{j3} - \sigma^j \right)_i, \\ \gamma_t + (\gamma V^i)_i + 2V_j^i v_j^i + g\beta h \Theta_{ii} &= - \left( m_j^i - 3l M^{i3} - \sigma^i \right)_i, \\ \vartheta_t + (\vartheta V^i + \Theta v^i)_i - \Theta \gamma &= -n_i^i + 3l N^3 + \lambda; \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Omega = V_x^y - V_y^x$ ,  $\omega = v_x^y - v_y^x$ ,  $V_x^x + V_y^y = 0$ ,  $v_x^x + v_y^y = \gamma$ .

Здесь характеристики крупномасштабных полей записаны в левых частях уравнений с использованием следующих обозначений:  $V^i$ ,  $v^i$ ;  $\Theta$ ,  $\vartheta$  — нулевые и первые моменты скорости и температуры,  $\Omega$  и  $\omega$  —  $z$ -компоненты ротора поля нулевого и первого моментов скорости,  $\gamma$  — дивергенция поля первых моментов скорости. Верхними индексами обозначены компоненты векторов и тензоров, а нижними — дифференцирование по соответствующим переменным:  $i, j, k = 1, 2$ . В правых частях уравнений системы записаны величины, характеризующие мелкомасштабную конвективную турбулентность:  $M^{ij}$ ,  $m^{ij}$  — тензор переноса импульса;  $N^i$ ,  $n^i$  — конвективный перенос тепла;  $\Sigma^i$ ,  $\sigma^i$  — сила трения

на границах;  $\Lambda$ ,  $\lambda$  — приток тепла с границ. Эти величины определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} M^{ij} &= \frac{1}{2} l \int_0^{2h} u^i u^j dz, & m^{ij} &= \frac{2}{3} l \int_0^{2h} u^i u^j (lz - 1) dz, \\ N^i &= \frac{1}{2} l \int_0^{2h} u^i T' dz, & n^i &= \frac{3}{2} l \int_0^{2h} u^i T' (lz - 1) dz, \\ \Sigma^i &= \frac{\nu}{2} l u_z^i \Big|_0^{2h}, & \sigma^i &= \frac{3\nu}{2} l [(lz - 1) u_z^i - l u^i] \Big|_0^{2h}, \\ \Lambda &= \frac{\chi}{2} l T_z' \Big|_0^{2h}, & \lambda &= \frac{3\chi}{2} l [(lz - 1) T_z' - l T'] \Big|_0^{2h}, \end{aligned}$$

где  $u^i$ ,  $u^j$ ,  $T'$  — пульсации скорости и температуры,  $\nu$  и  $\chi$  — кинематическая вязкость и температуропроводность жидкости.

Замыкающие соотношения для уравнений системы (2), полученные и обоснованные в [3,11] с привлечением модели всплывающих термик, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} -e^{3ij} \left( M_k^{jk} - \Sigma^j \right)_i &= \mu \Delta \Omega - \sigma \Omega, & -N_i^i + \Lambda &= \mu \Delta \Theta + \delta \gamma - \alpha \Theta, \\ -e^{3ij} \left( m_k^{jk} - 3l M^{j3} - \sigma^j \right)_i &= \mu \Delta \omega - \frac{\mu}{4h^2} \omega - \sigma \omega, \\ - \left( m_j^{ij} - 3l M^{i3} - \sigma^i \right)_i &= \mu \Delta \gamma - \frac{\mu}{4h^2} \gamma - \sigma \gamma, \\ -n_i^i + 3l N^3 + \lambda &= \mu \Delta \vartheta - \frac{\mu}{4h^2} \vartheta - \alpha \vartheta. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь члены с лапласианами описывают турбулентную диффузию соответствующих характеристик течения, приводящую к выравниванию пространственных неоднородностей крупномасштабных полей и, в конечном счете, к их затуханию. Слагаемые  $\mu \omega / (4h^2)$ ,  $\mu \gamma / (4h^2)$ ,  $\mu \vartheta / (4h^2)$  описывают затухание крупномасштабных сдвиговых течений и неоднородностей вертикального градиента температуры за счет турбулентного обмена импульсом и теплом между нижней и верхней половинами слоя; через  $\mu$  обозначены положенные равными коэффициенты

турбулентной вязкости и теплопроводности. Граничные эффекты учтены членами: трение —  $\sigma\Omega$ ,  $\sigma\omega$ ,  $\sigma\gamma$ , теплоотдача —  $\alpha\Theta$ ,  $\alpha, \vartheta$ , где  $\alpha, \sigma$  — константы. Горизонтальный конвективный перенос тепла движущимися термиками описывается членом  $\delta\gamma$ .

Таким образом, в замыкающие соотношения входят 4 эмпирические константы:  $\alpha, \sigma, \mu, \delta$ , теоретические оценки для которых были получены в [3,11] с использованием экспериментальных данных из [8,9]:

$$\alpha = 10^{-2} \text{Bi} \frac{\sqrt{\nu\chi}}{h^2} \text{Ra}^{1/3}, \quad \delta = 10^{-3} \frac{\sqrt{\nu\chi^3}}{g\beta h^3} \text{Ra}^{5/6},$$

$$\mu = 10^{-1} \sqrt{\nu\chi} \text{Ra}^{1/3}, \quad \sigma = 10^{-2} \frac{\sqrt{\nu\chi}}{h^2} \text{Ra}^{1/3}; \quad (4)$$

здесь  $\text{Bi} = 2h\alpha_1/\chi$  — число Био, которое определено через коэффициент теплоотдачи слоя  $\alpha_1$  и теплопроводность жидкости  $\chi$ ;  $\text{Ra} = g\beta\Delta T(2h)^3/(\nu\chi)$  — число Рэлея;  $g, \beta$  — ускорение свободного падения и коэффициент теплового расширения жидкости.

Получим теперь количественные оценки для конвективных потоков тепла вдоль всех пространственных направлений.

Начнем с нахождения горизонтальных тепловых потоков, создаваемых только движением термик. Поле скорости в горизонтальных сдвиговых течениях, генерируемых случайным тепловым возмущением (см. рисунок), описывается распределением  $U^i = v^i(lz - 1)$ ,  $i = x, y$ . Допустим, что оторвавшиеся от пограничных слоев и попавшие в эти течения "горячие" и "холодные" термики полностью увлекаются ими, соответственно приобретая горизонтальные скорости, направленные в верхней и нижней половинах слоя противоположно друг другу. Это создает горизонтальный конвективный поток тепла, направленный в сторону, противоположную направлению соответствующей оси координат.

Некоторые приближенные количественные оценки для возникающих конвективных потоков могут быть получены из уравнений для нулевого момента температуры  $\Theta$  в (2) с учетом соответствующего замыкающего соотношения из (3). Действительно, скорость изменения средней температуры жидкости в вертикальном сечении слоя за счет аномального переноса тепла термиками равна дивергенции теплового потока  $N^i$  ( $i = x, y$ ), деленной на теплоемкость столбика жидкости

высотой  $2h$  с единичной площадью поперечного сечения:

$$\Theta_i + \left( \Theta V^i + \frac{1}{3} \vartheta v^i \right)_i = - \frac{N_i^i}{2h\rho c} = \delta\gamma,$$

где  $\rho, c$  — плотность и теплоемкость жидкости. Подставляя значения эмпирической константы  $\delta$  из (4) и учитывая, что  $\gamma = v_i^i$ , получаем оценку для величины отрицательного теплового потока, создаваемого термиками:

$$|N_T^i| = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\varkappa \sqrt{\nu \chi}}{g\beta h^2} \text{Ra}^{5/6} v^i. \quad (5)$$

Оценка для вертикального потока тепла, выраженного через параметры термиков, была получена в [11] в рамках общей процедуры, предложенной для определения эмпирических констант в замыкающих соотношениях (4). Закон теплопередачи для режима всплывающих термиков в [11] получился следующим:

$$Nu \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{Ra}^{1/3},$$

где  $Nu$  — число Нуссельта. Этот результат удовлетворительно согласуется с имеющимися к настоящему времени многочисленными экспериментальными данными по установлению закона теплопередачи при турбулентной конвекции в интересующем нас диапазоне чисел Рэлея  $10^6 - 10^{10}$ .

Величины горизонтальных потоков тепла, обусловленных молекулярной теплопроводностью, определяются

$$|N_\mu^i| = \varkappa (\text{grad } T)^i. \quad (6)$$

Учитывая, что молекулярные и конвективные потоки тепла в горизонтальной плоскости слоя направлены в противоположные стороны, из (5) и (6) получаем условие, при котором  $\varkappa^{xx}$  и  $\varkappa^{yy}$  — компоненты тензорного коэффициента турбулентной теплопроводности становятся отрицательными

$$|N_T^i| > |N_\mu^i|. \quad (7)$$

Это условие позволяет приближенно оценить порядок величины горизонтальной скорости, при которой возникает аномальный перенос тепла. Подставим, например, в (7) значения величин из рабочего диапазона параметров, при которых проводились лабораторные



эксперименты по моделированию крупномасштабных структур в [4]:  $\nu = 0.4674 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\chi = 0.157 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\beta = 0.51 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $h = 10^{-2} \text{ m}$ ,  $\text{Ra} = 6 \cdot 10^6$ , и для теплового возмущения выберем характерную разность температур 1 К на расстоянии 0.5 м. Тогда для возникновения эффекта отрицательной теплопроводности необходимы скорости сдвиговых течений  $u^i > 0.42 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ .

В натуральных экспериментах во время экспедиций "Тайфун-89", "Тайфун-90" было зарегистрировано появление дополнительного адвективного потока тепла [7], направленного в некоторых случаях под острым углом ( $\approx 20^\circ$ ) к направлению горизонтального градиента осредненной температуры в согласии с вышеприведенным рассмотрением.

Работа выполнена при поддержке РФФИ по грантам № 95-01-01094а и № 96-02-19506.

## Список литературы

- [1] Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В. и др. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. В. 6(12). С. 1979–1987.
- [2] Моисеев С.С., Руткевич П.Б., Тур А.В. и др. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. В. 2. С. 144–153.
- [3] Зимин В.Д., Левина Г.В., Моисеев С.С. и др. // ДАН СССР. 1989. Т. 309. № 1. С. 88–92.
- [4] Зимин В.Д., Левина Г.В., Моисеев С.С. и др. // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 5. С. 20–29.
- [5] Moiseev S.S., Branover H.H., Eidelman A.A. et al. // Phys. Chem. Earth. 1996. V. 21. N 5–6. P. 545–547.
- [6] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- [7] Zimin V.D., Levina G.V., Moiseev S.S. et al. // Nonlinear Dynamics of Structures. Singapore: World Scientific, 1991. 417 p.
- [8] Davenport I.F., Jadson King C. // Trans. ASME C. 1975. V. 97. N 3. P. 476–478.
- [9] Kutateladze S.S., Berdnikov V.S. // Int. J. Heat and Mass Trans. 1984. V. 27. N 9. P. 1595–1611.
- [10] Зимин В.Д., Фрик П.Г. // Турбулентная конвекция. М.: Наука, 1988. 173 с.
- [11] Левина Г.В., Старков М.В. // Механика и процессы управления. Нелинейные динамические системы. Пермь: ПГУ, 1997. 238 с.