

01;07

Топологическая фаза оптических вихрей в маломодовых волокнах

© А.В. Воляр, В.З. Жилайтис, Т.А. Фадеева, В.Г. Шведов

Симферопольский государственный университет

Поступило в Редакцию 4 ноября 1997 г.

Найдено, что собственные оптические вихри маломодового параболического волокна в процессе распространения приобретают топологическую фазу, дополнительную к динамической. Величина этой фазы численно равна поляризационной поправке к постоянной распространения CV и IV вихрей. Анализ показал, что эта фаза является новым типом оптического проявления топологической фазы Берри. Известные ранее фаза Панчаратнама и фаза Рытова–Владимирского связаны с изменением величины и направления потока момента импульса волны. В полях собственных вихрей маломодового волокна все явные параметры волны не меняются в процессе распространения. Однако циклическим изменениям подвержено направление вектора плотности импульса вихря вдоль траектории линии потока энергии. Именно эти циклические изменения неявного параметра вихря и определяют новый тип топологической фазы. В отличие от работы Ван-Энка (S.J. van Enk, Opt. Commun. 1993. V. 102. P. 59–64), где удалось связать топологическую фазу с моментом импульса только для гауссовых пучков низших порядков ($l = \pm 1$), данная топологическая фаза описывает направляемые вихри с любыми значениями l топологического заряда. Полученные результаты позволяют оценить устойчивость CV и IV вихрей к внешним возмущающим воздействиям на оптическое волокно.

В работе [1] было показано, что циклическое изменение параметров квантовой системы приводит к возникновению топологической фазы, дополнительной к динамической фазе у функции состояния. В оптике известны четыре проявления этой фазы, вызванные циклическими изменениями параметров системы: 1) состояния поляризации света — фаза Панчаратнама [2]; 2) направления волнового вектора — фаза Рытова–Владимирского [3,4]; 3) формы гауссового пучка [5,6]; 4) сжатого состояния света [6]. Все эти типы топологической фазы зависят от циклических изменений явных параметров системы. Кроме того, первые три типа фаз сопряжны с циклическими изменениями потока момента импульса светового поля [6]. В волоконной оптике многомодовых волокон такие

изменения вызывают деполяризацию света [7]. Однако в маломодовых волокнах часто приходится сталкиваться с ситуацией, когда видимых изменений параметров полей не наблюдается, но накопление топологической фазы все-таки имеет место. На это обстоятельство впервые обратили внимание авторы работы [8], качественно связав между собой поляризованную поправку к постоянным распространения собственных мод и топологическую фазу.

Целью данной работы явилось изучение процессов, вызывающих появление топологической фазы в полях устойчивых *CV* и неустойчивых *IV* вихрей маломодовых волокон.

Как уже отмечалось, одно из проявлений топологической фазы в волновом процессе известно в оптике как эффект Рыгова–Владимирского [3,4]. Этот эффект заключается в том, что в результате циклического изменения координат подвижного трехгранника Френе неплоской лучевой траектории волна приобретает дополнительный фазовый набег γ . Знак этой фазовой добавки определяется направлением кручения трехгранника и направлением циркуляции σ_z вектора состояния $\mathbf{e}(x, y, z)$, подверженного параллельному переносу вдоль лучевой траектории.

В маломодовых волокнах ($l = 1$) собственные моды могут существовать в форме оптических вихрей [8,9] с топологическим зарядом l и направлением циркуляции круговой поляризации (спиральностью) σ_z . Именно эта пара чисел (σ_z, l) характеризует две подгруппы вихрей: *CV* и *IV* вихри, различающиеся постоянными распространения β . Так, для *CV* вихрей имеем $(\sigma_z = +1, l = +1)$ или $(\sigma_z = -1, l = -1)$, а для *IV* вихрей — $(\sigma_z = +1, l = -1)$ или $(\sigma_z = -1, l = +1)$. Для слабонаправляющих волокон разность показателей преломления сердцевин и оболочки мала ($\Delta \rightarrow 0$), поэтому *CV* и *IV* вихри имеют одинаковые волновые числа $\tilde{\beta}$ [10].

Оптические вихри параболического маломодового волокна распространяются вдоль его оси z без изменения состояния поляризации и интенсивности. Поэтому не вполне очевидно, с какими циклическими изменениями параметров волны связан дополнительный набег фаз вихря, который характеризуется поляризационной поправкой к постоянной распространения $\tilde{\beta}$.

Рассмотрим эволюцию параметров *CV* и *IV* вихрей в волокне с параболическим профилем показателя преломления $n^2(R) = n_{co}^2(1 - 2\Delta R^2)$, где Δ — высота профиля показателя преломления, $R = r/\rho$ —

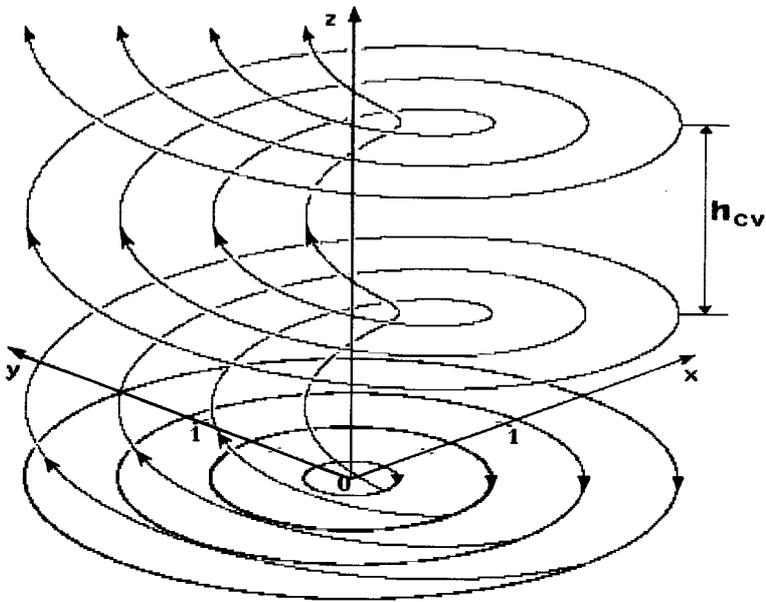


Рис. 1. Линии потока энергии \mathbf{P} для устойчивого CV вихря.

радиальная координата, нормированная на радиус сердцевины волокна ρ . Как было показано в работе [10], плотность компонентов вектора Пойнтинга для CV и IV вихрей можно представить в виде

$$P_r = 0, \quad P_\varphi = -2KF_l(R)G_l^\pm(R), \quad P_z = 2K \frac{V}{\sqrt{2\Delta}} F_l(R), \quad (1)$$

где $F_l(R) = R^l \exp(-VR^2/2)$, $G_l^\pm = \frac{dF_l}{dR} \pm \frac{l}{R}F_l$, $K = \frac{E_0^2}{2} n_{co} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{\sqrt{2\Delta}}{V}$,

V — волноводный параметр, знак “-” в функции G_l^\pm соответствует CV вихрю, а знак “+” — IV вихрю.

1. Из выражения (1) для CV вихря следует, что полный поток энергии P (а следовательно, и поток углового момента M_z) через сечение волокна не изменяется по длине волокна. Найдем линии потока энергии для устойчивого CV вихря. Можно показать, что эти линии

представляют собой семейство спиралей, навитых на ось z волокна (рис. 1). Все спирали лежат на поверхности прямого геликоида, имеющего постоянный шаг:

$$h_{CV} = \frac{2\pi\rho}{\sqrt{2\Delta}}, \quad (2)$$

Величина шага спиралей (2) не зависит от полевых характеристик CV вихря и определяется исключительно параметрами волокна: радиусом волокна ρ и высотой профиля Δ . Выражение (2) будет выполняться только для тех волокон, для которых верны приближения параксиальной оптики. Сравнение выражения (2) с выражением для шага лучевой траектории света в параболическом волокне (выражение (2.38) в работе [10]) показывает их точное совпадение. Вдоль данных спиральных траекторий направление вектора плотности импульса испытывает циклические изменения. Найдем топологическую фазу, связанную с этими циклическими изменениями неявного параметра поля вихря. Для этого осуществим параллельный перенос вектора состояния \mathbf{e} оптического вихря вдоль одной из винтовых линий плотности потока энергии. Пользуясь правилами построения сферического отображения при параллельном переносе [11], находим, что величина топологической фазы определяется выражением:

$$\gamma = \varphi \left(1 - \frac{P_z}{P} \right), \quad (3)$$

где $P^2 = P_\varphi^2 + P_z^2$, φ — азимутальный угол точки на линии потока энергии.

Удельную топологическую фазу (топологическую фазу на единицу длины) запишем как

$$\begin{aligned} \beta_{CV} &= \frac{\partial\gamma}{\partial z} = \left(1 - \frac{P_z}{P} \right) \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{2\pi}{h_{CV}} \left(1 - \frac{P_z}{P} \right) \\ &= \frac{\sqrt{2\Delta}}{\rho} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2\Delta R^2}} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

В многомодовых волокнах всегда можно выбрать выделенные направления распространения энергии, характеризующиеся лучевыми траекториями локальных плоских волн [10]. В маломодовых волокнах все линии

потока энергии равноправны. Используя выражения (1), найдем среднее по состоянию \mathbf{P} значение удельной топологической фазы β_{CV} , как

$$\langle \beta_{CV} \rangle = \frac{\int \beta_{CV} P d\beta_{CV}}{\int P d\beta_{CV}} = -\frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{2\rho V} (l+1). \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что величина средней по состоянию \mathbf{P} удельной топологической фазы CV вихря, характеризуемого квантовыми числами $(+l, +1)$ или $(-l, -1)$, численно равна величине поляризационной поправки $\delta\beta_l$ к постоянной распространения $\tilde{\beta}$, для четной и нечетной HE мод, из которых можно составить CV вихрь (таблица 14.1 в работе [10]).

2. Из выражения (1) для IV вихря можно показать, что поток углового момента через поперечное сечение волокна для любой координаты z равен нулю. Оценим величину удельной топологической фазы неустойчивого IV вихря. Линии потока энергии IV вихря также имеют вид винтовых (спиральных) кривых, навитых на ось z (рис. 2). Шаг спиральных линий теперь уже зависит от радиуса R спирали:

$$h_{IV} = \frac{2\pi\rho}{\sqrt{2\Delta}} \frac{1}{1 - \frac{R_0^2}{R^2}}, \quad R_0 = \sqrt{\frac{2l}{V}}. \quad (6)$$

Это означает, что для малых радиусов ($R \rightarrow 0$) шаг спиралей $h_{IV} \rightarrow 0$, т.е. в отличие от CV вихря точка $R = 0$ является особой точкой потока энергии IV вихрей, в которой шаг навивки спиралей стремится к нулю, а удельная топологическая фаза $\beta_{IV} \rightarrow \infty$. Линия R_0 также является особой линией поля IV вихрей, поскольку в ней величина β_{IV} меняет знак. Из рис. 2 видно, что радиусу R_0 соответствует семейство линий потока энергии, кручение которых равно нулю, шаг спиралей бесконечно возрастает ($h_{IV} \rightarrow \infty$ при $R \rightarrow R_0$), а z — компонента плотности момента импульса m_z IV вихря равна нулю. Такая физическая ситуация возникает в связи с особенностями структуры IV вихря. Тот факт, что знак спиральности σ_z противоположен знаку топологического заряда l , формально соответствует тому, что знак поляризационной части момента импульса IV вихря противоположен орбитальной части момента импульса m_z . Геометрическая структура IV вихря топологически неоднородна. Поэтому определить величину средней по состоянию

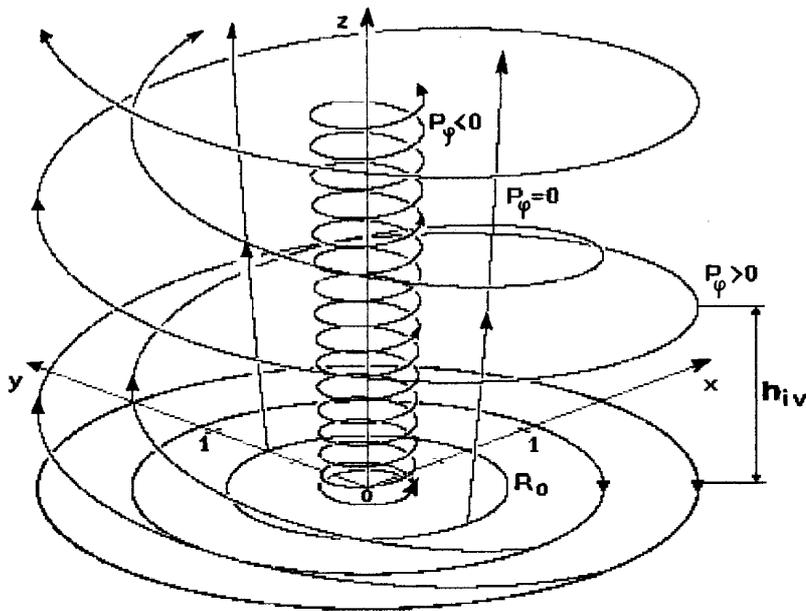


Рис. 2. Линии потока энергии P для неустойчивого IV вихря.

топологической фазы вышеуказанным методом оказывается затруднительным. Возникшие сложности можно исключить, если рассмотреть многомодовое волокно с достаточно большим волноводным параметром V . В этом случае радиус нулевой линии потока энергии $R_0 \rightarrow 0$, т. е. две особые точки с различными типами сингулярности накладываются друг на друга. Такое уничтожение сингулярностей соответствует существенному уменьшению вклада поляризационной части углового момента по сравнению с орбитальной частью. Тогда шаг всех спиралей потока энергии $h_{IV} \rightarrow h_{CV}$ и удельная топологическая фаза $\beta_{IV} \rightarrow \beta_{CV}$. CV вихрь можно представить суперпозицией четной и нечетной $HE_{l+1,m}$ мод с азимутальным индексом $l_{CV}=l+1$, а IV вихрь представляет суперпозицию четной и нечетной $EH_{l-1,m}$ мод с азимутальным индексом $l_{IV}=l-1$ [9]. Поэтому, делая замену $l_{CV} \rightarrow l_{IV}$, получим значение средней удельной

топологической фазы IV вихря в виде

$$\langle \beta_{IV} \rangle = \frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{1\rho V} (l - 1). \quad (7)$$

Различие знаков топологических фаз для CV и IV вихрей в выражениях (5) и (7) связано с тем, что для IV вихря при параллельном переносе вектора состояния направление закрутки спиралей и направление циркуляции поляризации имеют разные знаки [1,3].

Из выражения (7) следует, что величина средней по состоянию \mathbf{P} удельной топологической фазы $\langle \beta_{IV} \rangle$, характеризуемой состояниями $(+l, -1)$ или $(-l, +1)$, численно равна величине поляризационной поправки $\delta\beta_2$ к постоянной распространения для четной и нечетной EH мод (таблица 14.1 в работе [10]).

Для маломодового волокна ($l = 1$) из выражения (7) имеем $\langle \beta_{IV} \rangle = \delta\beta_2 = 0$, что связано с равенством нулю потока момента импульса IV вихря. Таким образом, поле IV вихря имеет постоянную распространения $\tilde{\beta}$. Выражения (5) и (7) отражают взаимосвязь топологической фазы и плотности момента импульса для любых величин топологического заряда l волноводных вихрей. Различие скоростей распространения вихрей, выраженное через топологическую фазу поля, является следствием спин-орбитального взаимодействия в поле CV и IV вихрей.

Список литературы

- [1] *Berry M.* // Proc. R. Soc. Lond. A. 1984. V. 392. P. 40–57.
- [2] *Pancharatnam S.* // Proc. Ind. Acad. Sci. A. 1956. V. 44. P. 247–260.
- [3] *Рытов С.М.* // ДАН СССР. 1938. Т. 28. С. 263.
- [4] *Владимирский В.В.* // ДАН СССР. 1940. Т. 31. С. 222.
- [5] *Subbarao D.* // Opt. Lett. 1995. V. 20. N 21. P. 2162–2164.
- [6] *Enk S.J. van* // Opt. Commun. 1993. V. 102. P. 59–64.
- [7] *Воляр А.В., Фадеева Т.А., Решитова Х.М.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 5. С. 69–71.
- [8] *Зельдович Б.Я., Либерман В.С.* // Квант. электрон. 1990. Т. 17. В. 4. С. 493–494.
- [9] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1996. Ч. 2. Т. 22. В. 8. С. 63–67.
- [10] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
- [11] *Коган В.Ф.* Основы теории поверхности. Ч. 1. ОГИЗ, 1947. 512 с.