01;05;07;08

К теории генерации механических колебаний лазерным излучением в твердых телах с внутренними напряжениями термоупругим методом

© К.Л. Муратиков

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург

Поступило в Редакцию 25 февраля 1998 г.

Исследовано поведение нестационарных деформаций в твердых телах с внутренними напряжениями при облучении модулированным во времени лазерным излучением. В рамках нелинейной теории термоупругости предложена модель возбуждения механических колебаний с учетом зависимости параметра термоупругой связи от напряжения. Получено выражение для электрического сигнала, регистрируемого пьезоэлементом при генерации механических колебаний в однородно деформированном образце. Произведено сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными, показывающее их качественное совпадение.

Одно из интересных направлений исследования термоупругого эффекта связано с возможностью регистрации с его помощью механических напряжений в твердых телах [1–5]. К настоящему времени имеется ряд экспериментальных данных для металлов [1,4–5] и керамик [2–3,6], подтверждающих такую возможность. Вместе с тем механизм влияния механических напряжений на результаты лазерных термоупругих измерений остается недостаточно выясненным. В работе [4] предложена модель образования термоупругого сигнала, связывающая его зависимость от механических напряжений главным образом с зависимостью от них теплофизических параметров материала. С другой стороны, в работе [6] было экспериментально показано, что в керамиках сильная зависимость термоупругого сигнала от остаточных напряжений может наблюдаться и при отсутствии каких-либо заметных изменений их теплофизических свойств.

В связи с этим в данной работе предложена модель образования термоупругого сигнала, генерируемого в твердотельных объектах лазерным излучением, способная объяснить отмеченные особенности. При этом ее важным отличием является учет зависимости коэффициента термоупругой связи от механических напряжений. Такая зависимость ранее отмечалась как для коэффициента теплового расширения [7], так и для модуля упругости [8]. Поскольку в случае изотропных твердых тел коэффициент термоупругой связи представляет собой произведение этих величин, то представляется важным включение подобной зависимости и в коэффициент термоупругой связи.

Рассмотрение вопроса о генерации механических колебаний лазерным излучением в твердых телах с механическими напряжениями проведем в рамках нелинейной механики с начальными деформациями [9]. При этом будем считать, что начальные деформации не являются малыми. Поэтому вектор смещения точек тела будем считать заданным в виде

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} + \mathbf{U}(\mathbf{r}) + \Delta\mathbf{u}(\mathbf{r}), \tag{1}$$

где $\mathbf{U}(\mathbf{r})$ описывает начальную деформацию, а вектор $\Delta\mathbf{u}(\mathbf{r})$ — смещение частиц тела, обусловленное термоупругими деформациями под действием лазерного излучения.

Уравнение движения элементов тела в нелинейной механике [10] может быть представлено в виде

$$\frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} = \rho_0 \Delta\ddot{u}_i, \tag{2}$$

где $P_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_m} t_{km}$ — тензор Пиолы–Кирхгофа; t_{km} — тензор напряжений, связанный с плотностью внутренней энергии тела W соотношением $t_{km} = \frac{\partial W}{\partial u_{km}}$; $u_{km} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_k} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k}\frac{\partial u_l}{\partial x_m}\right)$ — тензор деформации; ρ_0 — плотность тела в начальном состоянии.

Плотность энергии деформированного тела может быть представлена в виде суммы $W = W_1 + W_2$ (W_1 — плотность механической энергии, W_2 — плотность энергии, связанной с термоупругими деформациями). В данной работе предполагается, что в начальном состоянии тело изотропно, а механическая часть его энергии определяется моделью Мурнагана [11]. Для плотности термоупругой энергии по аналогии с работой [7] будем считать, что коэффициент термоупругой связи зависит от тензора деформации, причем эта зависимость носит линейный характер. Кроме того, будем считать, что деформации Δu_{ik}, возникающие в результате воздействия на объект лазерного излучения, являются малыми. При перечисленных условиях плотность термоупругой энергии с точностью до линейных по Δu_{ik} членов может быть представлена в виде

$$W_2 = -\gamma_0(\delta_{ik} + \beta U_{ik})\Delta u_{ik}(T - T_0), \tag{3}$$

где γ_0 — коэффициент термоупругой связи для недеформированной тела; β — коэффициент, определяющий зависимость термоупругой связи от начальной деформации; T_0 — температура окружающей среды.

Отметим, что при $\beta = 0$ равенство (3) сводится к обычному выражению для плотности термоупругой энергии изотропного тела. С помощью выражений (2), (3) можно получить уравнение движения для вектора смещения частиц тела при возбуждении в нем лазерным излучением механических колебаний, обусловленных термоупругим эффектом. В данной работе ограничимся случаем однородно деформированного тела с компонентами вектора начальной деформации, заданными в виде $U_i = A^{(i)}x_i$ ($A^{(i)}$ — постоянные, характеризующие однородную деформацию по различным направлениям). Кроме того, будем считать вектор смещения $\Delta\mathbf{u}$ и колебания температуры ΔT в теле малыми величинами и произведем по ним линеаризацию уравнений движения. Не останавливаясь на деталях подобных вычислений, приведем сразу окончательный результат для компонент вектора Δu_i. С помощью выражений (2), (3) получим следующие уравнения

$$f_k^{(i)}\frac{\partial^2\Delta u_i}{\partial x_k\partial x_k} + h_k^{(i)}\frac{\partial^2\Delta u_k}{\partial x_k\partial x_i} = g^{(i)}\frac{\partial\Delta T}{\partial x_i} + \rho_0\Delta\ddot{u}_i, \tag{4}$$

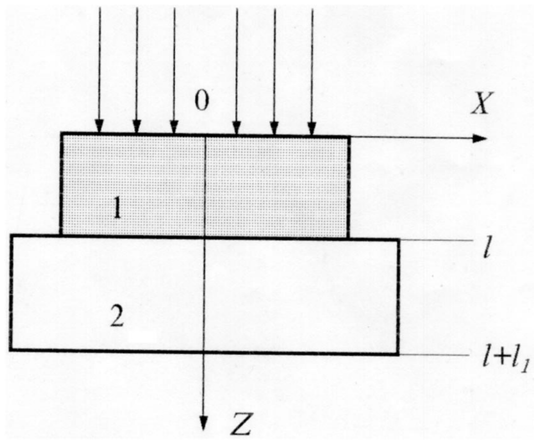
где $f_k^{(i)} = \left[t_{kk}^{(0)} + \dfrac{(1+A^{(i)})^2}{2}(b + nU_{ii} + nU_{kk})\right]$, $\quad b = 2\mu + (2m-n)U_{pp}$,

$$h_k^{(i)} = (1+A^{(i)})(1+A^{(k)})\left[c_{ii} + 2mU_{kk} + \frac{1}{2}(b + nU_{ii} + nU_{kk})\right],$$

$$g^{(i)} = \gamma_0(1+A^{(i)})(1+\beta U_{ii}),$$

$c_{ii} = K - \frac{2}{3}\mu + 2(l - m + \frac{n}{2})U_{pp} + (2m-n)U_{ii}$, $t_{kk}^{(0)}$ — компоненты тензора начальной деформации, K и μ — модули всестороннего сжатия и сдвига материала; l, n, m — постоянные Мурнагана.

Отметим, что в правых частях выражений для $f_k^{(i)}$, $h_k^{(i)}$, c_{ii} и $g^{(i)}$ по повторяющимся индексам суммирования не производится. Уравнение (4) позволяет определить деформацию в теле при условии, что



Геометрия расположения образца и пьезоэлемента: *1* — образец, *2* — пьезоэлемент.

известно распределение температуры, создаваемое в нем возбуждающим лазерным излучением. В данной работе будем считать, что появление в объекте внутренних напряжений не приводит к заметным изменениям его теплофизических параметров. Подобная ситуация экспериментально наблюдалась, например, в ряде керамик [6]. Кроме того, будем считать, что поверхность образца освещается лазерным излучением равномерно, а само излучение промодулировано во времени по гармоническому закону.

Наряду с распределением температуры для решения уравнения (4) необходимо задать граничные условия. Граничные условия определяются способом регистрации переменных деформаций в объекте. В данной работе рассмотрим случай, когда она осуществляется с помощью присоединенного к образцу пьезоэлемента (см. рисунок). Для определения переменных деформаций, генерируемых лазерным излучением, граничное условие на верхней поверхности образца можно считать заданным на свободной поверхности. На границе объекта с пьезоэлементом воспользуемся условием непрерывности нормальной компоненты вектора напряжений на границе $z = l$. Кроме того, для упрощения задачи воспользуемся принятым в нелинейной механике допущении о том, что граничные условия на деформированной поверхности можно заменять граничными условиями на недеформированной поверхности [12].

Требование непрерывности нормальной компоненты на границе образец–пьезоэлемент позволяет найти сигнал, снимаемый с пьезоэлемента. Для этого достаточно определить компоненту вектора смещения $\Delta u_3(z,t)$ [4,5]. При гармоническом законе модуляции возбуждающего лазерного излучения эта компонента может быть представлена в виде $\Delta u(z,t) = \Delta u(z,\omega)e^{i\omega t}$ (ω — круговая частота модуляции излучения). Тогда с помощью уравнения (4) и указанных граничных условий для $\Delta u_3(z,\omega)$ получим следующий результат:

$$\Delta u_3(z,\omega) = -\frac{U_3^{(0)}e^{-\sigma l}}{\cos Ql}\cos Qz$$

$$+\left[\frac{\gamma_0(1+A^{(3)})(1+\beta U_{33})}{f_3^{(3)}+h_3^{(3)}}\Delta T_s + \sigma U_3^{(0)}\right]\sin Q(z-l) + U_3^{(0)}e^{-\sigma z}, \quad (5)$$

где $U_3^{(0)} = -\frac{\gamma_0\sigma(1+A^{(3)})(1+\beta U_{33})}{(f_3^{(3)}+h_3^{(3)})\sigma^2+\rho_0\omega^2}\Delta T_s$, $\sigma = (1+i)\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}$, κ — температуропроводность образца, $Q = \sqrt{\frac{\rho_0\omega^2}{f_3^{(3)}+h_3^{(3)}}}$, ΔT_s — амплитуда колебаний температуры поверхности образца.

Механические и электрические характеристики пьезоэлемента связаны с помощью известных уравнений [13]. Тогда с использованием условия непрерывности нормальной компоненты напряжения на границе образец–пьезоэлемент для напряжения электрического сигнала $V(\omega)$, регистрируемого на выходе разомкнутого пьезоэлемента, получим следующее выражение:

$$V(\omega) = -\frac{\varepsilon^{(T)}l_1}{C^{(ET)}\varepsilon^{(ST)}+e^{(T)^2}}\left(f_3^{(3)}+h_3^{(3)}\right)\left.\frac{\partial\Delta u_3}{\partial z}\right|_{z=l}, \quad (6)$$

где $C^{(ET)}$, $\varepsilon^{(ST)}$, $e^{(T)}$ — характеристики пьезоэлектрика, определенные так же, как в работе [13].

Выражение (6) позволяет определить пьезоэлектрический сигнал при достаточно общих условиях. Однако в данной работе ограничимся рассмотрением случая, когда частота модуляции возбуждающего лазерного излучения не слишком высока, так что выполняется условие

$Ql \ll 1$. Кроме того, будем считать образец достаточно толстым в тепловом отношении, т.е. что $\sigma l \ll 1$. Тогда с помощью выражения (6) сигнал от пьезодатчика получим в виде

$$V(\omega) = i\frac{\varepsilon^{(T)}\kappa\rho_0^{3/2}\omega^2 l_1}{C^{(ET)}\varepsilon^{(ST)} + e^{(T)2}}$$
$$\times \frac{\gamma_0 \cdot (1 + A^{(3)})(1 + \beta U_{33})\Delta T_s}{\left\{(1 + A^{(3)})(K + \frac{4}{3}\mu) + \left[t_{33}^{(0)} + (1 + A^{(3)})(2lU_{pp} + (4m + n)U_{33})\right]\right\}^{3/2}}. \tag{7}$$

Выражение (7) позволяет проанализировать некоторые общие закономерности в поведении пьезоэлектрического сигнала от объектов с внутренними напряжениями. Ограничимся в данной работе рассмотрением только физических, но не геометрических нелинейностей [9,12], т.е. будем считать $A^{(3)} \ll 1$. В соответствии с результатами работы [7] коэффициент β положителен. Поэтому действие в образце растягивающих напряжений способствует усилению термоупругой связи, а сжимающих — его уменьшению.

В работе [5] были проведены эксперименты по возбуждению лазерным излучением механических колебаний в нагруженных стержнях из титана. В соответствии с выражением (7) было зарегистрировано увеличение пьезоэлектрического сигнала при возбуждении лазерным лучом механических колебаний в зонах действия растягивающих напряжений и его уменьшение в областях действия сжимающих. На основании данных по значению коэффициента β для металлов [7] можно оценить влияние внутренних напряжений на пьезоэлектрический сигнал. Так, для условий работы [5] выражение (7) показывает, что зависимость коэффициента термоупругой связи от напряжения может приводить к изменению пьезоэлектрического сигнала на уровне 10%.

Это значение несколько меньше полученного в работе [5]. Однако следует иметь в виду, что для большинства металлов постоянные Мурнагана имеют отрицательные значения. Тогда в соответствии с выражением (7) зависимость пьезоэлектрического сигнала от напряжений, обусловленная механическими нелинейностями, будет аналогична зависимости от коэффициента термоупругой связи. В этих условиях общее изменение пьезоэлектрического сигнала будет несколько больше значения, связанного только с изменением коэффициента термоупругой связи. К сожалению, более детальная оценка пьезоэлектрического сигнала затруднена отсутствием данных по константам Мурнагана для титана. Сильные изменения пьезоэлектрического сигнала из-за внутренних напряжений зарегистрированы также вблизи концов трещин в керамиках [3,6]. Величина этих изменений обычно также составляет несколько десятков процентов.

Таким образом, приведенная теория позволяет качественно объяснить основные особенности генерации механических колебаний лазерным излучением в твердотельных объектах с внутренними напряжениями. Вместе с тем для обеспечения количественного совпадения теории с экспериментом необходимо дальнейшее ее развитие с целью достижения более полного учета особенностей проведенных экспериментальных исследований.

Список литературы

[1] *Kasai M., Sawada T.* // Photoacoustic and Photothermal Phenomena II. Springer Series in Optical Sciences. Springer-Verlag. 1990. V. 62. P. 33–36.
[2] *Burbelo R.M., Gulyaev A.L., Robur L.I., Zhabitenko M.K., Atamanenko B.A., Kryl Ya.A.* // J. de Physique. 1994. C7. V. 4. P. 311–314.
[3] *Zhang H., Gissinger S., Weides G., Netzelmann U.* // J. de Physique. 1994. C7. V. 4. P. 603–606.
[4] *Qian M.* // Chinese J. Acoust. 1995. V. 14. N 2. P. 97–106.
[5] *Burbelo R.M., Zhabitenko M.K.* // Progress in Natural Science. London and Washington: Taylor&Francis, 1996. Suppl. V. 6. P. 720–723.
[6] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л., Роуз Д.Н., Думар Д.Е., Квай Г.Х.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 26. В. 5. С. 44–52.
[7] *Гарбер Р.И., Гиндин И.А.* // ФТТ. 1961. Т. III. № 1. С. 176–177.
[8] *Bateman T., Mason W.P., McSkimin H.J.* // J. Appl. Phys. 1961. V. 32. N 5. P. 928–936.
[9] *Гузь А.Н.* // Прикладная механика. 1970. Т. VI. № 2. С. 3–11.
[10] *Tokuoka T., Saito M.* // J. Acoust. Soc. Am. 1969. V. 45. N 5. P. 1241–1246.
[11] *Лурье А.И.* Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
[12] *Новожилов В.В.* Основы нелинейной теории упругости. Л.–М.: Гостехиздат, 1948. 211 с.
[13] *Jackson W., Amer N.M.* // J. Appl. Phys. 1980. V. 51. N 6. P. 3343–3353.