

Исследование 2D-модели Гейзенберга с $S = 1/2$ квантовым методом Монте-Карло

© С.С. Аплеснин

Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук,
660036 Красноярск, Россия

(Поступила в Редакцию 9 июля 1998 г.)

Квантовым методом Монте-Карло исследуется двухмерная (2D) модель Гейзенберга с анизотропией обмена ($\Delta = 1 - J_x/J_z$) и с $S = 1/2$. Вычислены энергия, восприимчивость, теплоемкость, спин-спиновые корреляционные функции, радиус корреляции. Подрешоточная намагниченность (σ) и температура Нееля анизотропного антиферромагнетика имеют логарифмическую зависимость от анизотропии обмена: $1/\sigma = 1 + 0.13(1) \ln(1/\Delta)$. При $T_c/J \approx 0.4$ происходит кроссовер зависимости статического магнитного структурного фактора от температуры со степенной на экспоненциальную. Корреляционный радиус аппроксимируется зависимостью $1/\xi = 2.05T^{1.0(6)}/\exp(1.0(4)/T)$. Для La_2CuO_4 вычислена подрешоточная намагниченность $\sigma = 0.45$, величина обмена $J = (1125 \div 1305)$ К, для Er_2CuO_4 обмен $J \sim 625$ К, анизотропия обмена $\Delta \sim 0.003$. Температурное поведение статического структурного магнитного фактора и корреляционного радиуса выше температуры Нееля в этих соединениях объясняется за счет образования топологических возбуждений (спионов).

В последние годы много работ посвящено теоретическому и экспериментальному исследованию двухмерного (2D) гейзенберговского антиферромагнетика (AF) на квадратной решетке со спином $S = 1/2$. Значительные теоретические усилия посвящены подтверждению или опровержению идеи Андерсона о квантовом неупорядоченном основном состоянии [1] в 2D модели Гейзенберга с антиферромагнитными взаимодействиями. В ряде работ получено критическое значение спина $S_c = 1 - 3/2$ [2,3], меньше которого дальний AF порядок отсутствует при $T = 0$. Чакраварти, Хальперин и Нельсон [4], используя метод ренормгруппы и нелинейную σ модель в $(2 + 1)$ пространстве, получили дальний AF порядок (LRO) в основном состоянии. В этой работе [4] не учтен член Хопфа $h\theta H_{\text{hopf}}$ ($\theta = 2\pi S$) [5], который может существенно изменить магнитное состояние. Теории с топологическими инвариантами [6] не предполагают дальнего порядка в основном состоянии. К аналогичному результату приходят в монографии [7], в которой на основании теоремы Либа, Шульца и Маттиса [8] утверждается, что двухмерный гейзенберговский антиферромагнетик со спином $1/2$ имеет основное состояние, которое может оказаться не неелевским и может обладать либо нарушенной трансляционной симметрией, либо бесщелевыми возбуждениями.

Большинство точных расчетов на малых решетках 4×4 и 4×6 [9–11] дают AF упорядочение с энергией $E/NJ = 0.67 - 0.7$. Развитие вычислительной техники позволяет использовать большие размеры решетки $N = 26, 32$ [12,13], которые дают асимптотическое исчезновение дальнего антиферромагнитного порядка как $\sim 1/N$. Моделирование методом Монте-Карло (MC) позволяет использовать размеры решеток от 20×20 до 128×128 [14–18]. Эти расчеты, использующие вариационный алгоритм [17], ренормгруппу [19,20], также дают существование 2D AF при $T = 0$. Тип магнитного

состояния, вычисленного на основе вариационных методов, зависит от выбора исходной (пробной) волновой функции и в некоторых случаях приводит к отсутствию дальнего порядка в магнетиках. В траекторных методах MC [15,16,21] используются конечные температуры и по исследованию только изотропной модели трудно делать выводы об основном состоянии.

Существует также ряд проблем при исследовании квазидвумерных соединений La_2CuO_4 [22,23], Er_2CuO_4 [24–26], $\text{Sr}_2\text{CuO}_2\text{Cl}_2$ [27]. Экспериментальные исследования этих кристаллов указывают на ионный характер связей [28], в то же время упорядоченный момент изменяется в интервале $\sigma = 0.4 - 0.44$, что значительно меньше теоретических оценок для 2D гейзенберговских AF $\sigma = 0.6 - 0.64$ [4,29]. Выше температуры Нееля до $(1.5 - 2)T_N$ существуют сильные двумерные спиновые корреляции, так что радиус корреляции изменяется по экспоненциальному закону, например в La_2CuO_4 от 40 \AA при 450 K до 400 \AA при 200 K [23], в то время как статический магнитный структурный фактор $S(Q)$ меняется с температурой очень медленно, что также не согласуется с теоретическими расчетами, дающими экспоненциальную зависимость $S(Q) \sim T^2 \exp(-A/T)$ [4]. В изоструктурных соединениях La_2NiO_4 , [30], La_2CoO_4 [31] со спином $S = 1$ и $3/2$ наблюдается двумерный изинговский фазовый переход по интенсивности рассеяния нейтронов в области $1.02T_N$, в полной аналогии с K_2NiF_4 имеющим магнитную анизотропию одного порядка с La_2CuO_4 . Магнитная восприимчивость $\chi(T)$ в этих соединениях [26] при $T > T_N$ демонстрирует аномальное температурное поведение — очень плавную зависимость от температуры в области $T_N < T < (1.5 - 2)T_N$, причем на границе этого интервала наблюдается перегиб в зависимости $\chi(T)$. Таким образом, величина магнитного момента иона меди и температурное поведение спиновых корреляций выше T_N являются уни-

кальными и не объясняются в рамках существующих теоретических расчетов в 2D модели Гейзенберга с $S = 1/2$.

Итак, из приведенного обзора можно выделить две важных проблемы. Первая проблема связана с неизвестной природой основного состояния 2D AF. В силу низкой размерности пространства, малой величины спина весьма существенными оказываются квантовые флуктуации, которые могут полностью разрушить дальний порядок. Вторая проблема состоит в том, чтобы в рамках модели Гейзенберга с взаимодействием между ближайшими соседями объяснить и дать теоретические оценки величины магнитного момента, температурного поведения восприимчивости, статического магнитного структурного фактора $S(Q)$ для $T > T_N$ в квазидвумерных соединениях на основе ионов меди со спином $S = 1/2$ без привлечения дополнительных взаимодействий.

В работе применяется квантовый метод Монте-Карло, использующий траекторный алгоритм [32]. Основная идея алгоритма — преобразование квантовой D -мерной задачи к классической $D + 1$ -мерной путем введения "временных" срезов в пространстве мнимого времени $0 < \tau < 1/T$ и реализации МС процедуры в пространстве "мнимое время — координата".

1. Модель и метод

Рассмотрим гейзенберговский анизотропный AF с антиферромагнитным взаимодействием между ближайшими соседями ($J < 0$) на квадратной решетке, в узлах которой локализованы спины $S = 1/2$, направленные вдоль оси OZ по направлению внешнего поля. Гамильтониан имеет вид

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{h=1}^4 \sum_{i=1}^N \{J^{zz}(h) S_i^z S_{i+h}^z + J^{x,y}(h) \times (S_i^x S_{i+h}^x + S_i^y S_{i+h}^y)\} - \sum_{i=1}^N H_i^z S_i^z, \quad (1)$$

где $\Delta = 1 - J^{x,y}/J^z$ — анизотропия обмена типа "легкая ось", H^z — внешнее магнитное поле, N — общее число спинов.

Алгоритм и метод МС расчета подробно изложены ранее [33]. Гамильтониан разбивается на кластеры из четырех спинов на плакете, коммутация между которыми учитывается с помощью формулы Троттера. В данной работе в МС процедуре используются периодические граничные условия по троттеровскому направлению и по решетке. Линейный размер решетки $L = 40, 48, 64$ и 80 и $m = 16, 32, 48$. Количество МС шагов на один спин изменялось от 3000 до 10 000. Один МС шаг определяется поворотом всех спинов на решетке размером $L \times L \times 4m$. Вычислялись: энергия E , теплоемкость $C = dE/dT$, намагниченность M , восприимчивость во внешнем поле $\chi = M/H$, парные и четырехспиновые корреляционные

функции по продольным и по поперечным компонентам спина, их фурье-спектр, подрешеточная намагниченность $\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{\text{abs}(\langle S_0^z S_r^z \rangle)}$, радиус корреляции ξ из аппроксимации спиновой корреляционной функции следующей зависимостью:

$$R(r) = A/r^\eta \exp(-r/\xi), \quad (2)$$

где $R(r)$ — нормированная корреляционная функция $R(r) = |\langle S^z(0) S^z(r) \rangle| - \langle S^z \rangle^2$.

2. Обсуждение результатов

Энергию и спиновые корреляционные функции изотропного AF в основном состоянии определим двумя методами: из асимптотического продолжения этих величин, определенных для анизотропного AF при $\Delta = 1 - J^{x,y}/J^z \rightarrow 0$ и для изотропного AF при $T \rightarrow 0$. Конечные размеры решетки, используемые в МС вычислениях, обрезают область длинноволновых возбуждений на волновом векторе $k \sim \pi/L$ и приводят к ограничению минимального значения величины анизотропии обмена, удовлетворяющей условию $\sqrt{\Delta} > \pi/L$. При этом условии вклад длинноволновых возбуждений в термодинамику будет экспоненциально мал.

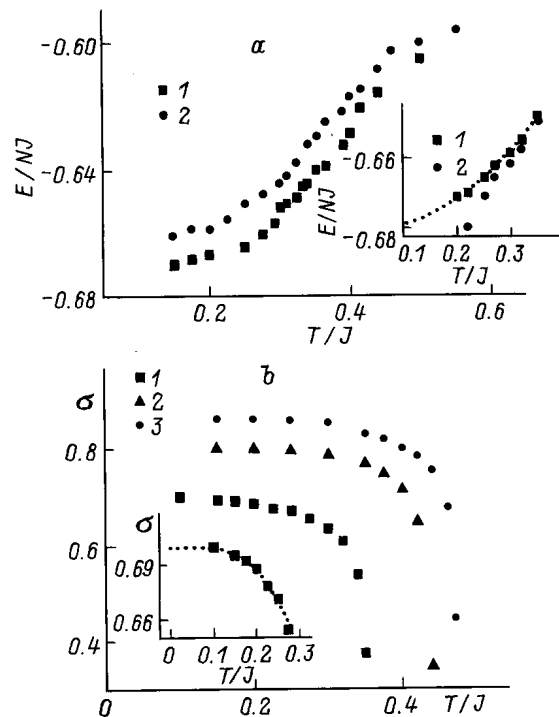


Рис. 1. Зависимости энергии E/NJ анизотропного с $\Delta = 0.02(1), 0.075(2)$ и изотропного AF (на вставке: $\Delta = 0.0$ $m = 32(1), 16(2)$) (a) и подрешеточной намагниченности σ AF с $\Delta = 0.05(1), 0.15(2), 0.25(3)$ (b) от температуры. На вставках пунктирными линиями изображены степенные зависимости $E = -0.682(4) + 0.35T^{2.0(2)}$ (a) и $\sigma = 0.70(3) - 3.4T^{3.2(2)}$ (b).

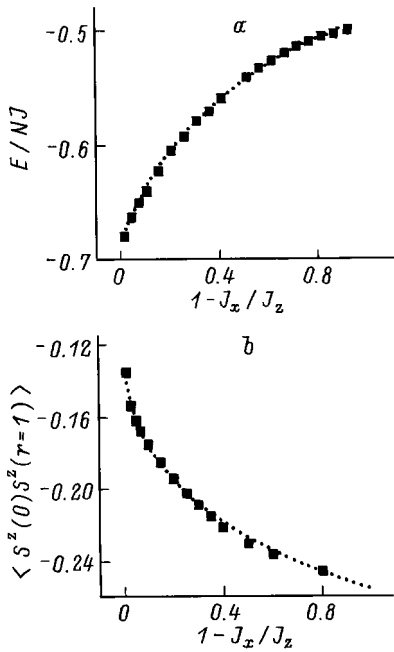


Рис. 2. Энергия E/NJ (a) и корреляционные функции ближайших соседей $\langle S_0^z S_1^z \rangle$ (b) АФ в основном состоянии в зависимости от анизотропии обмена $\Delta = 1 - J_x/J_z$. Линиями изображены интерполяционные зависимости $E = -0.684(6) + 1/\exp(1.61(7)/\Delta^{0.26(5)})$, $\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle = -0.120(4) + 1/\exp(2(1)/\Delta^{0.165(7)})$.

Для ряда констант анизотропии обмена $\Delta \geq 0.005$ вычислим температурные зависимости энергии, подрешеточной намагниченности, спиновых корреляционных функций. Типичные зависимости изображены на рис. 1. В области низких температур, меньших по сравнению с энергией щели между основным и возбужденным состоянием $T < 4SJ\sqrt{\Delta(1+\Delta)}$, делаем экстраполяцию вычисляемой величины A по степенному закону $A = A(T=0) - \alpha T^\beta$ (на вставке к рис. 1 изображена пунктирной линией) и по экспоненциальному закону $A = A(T=0) - \alpha \exp(-\beta/T)$ с тремя подгоночными параметрами α, β и значением A при $T=0$. Экстраполированные значения E , $\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle$ анизотропного АФ в основном состоянии изображены на рис. 2. Зависимость этих величин от анизотропии обмена аппроксимируется функцией $A = A(\Delta=0) \pm 1/\exp(\alpha/\Delta^\beta)$ с подгоночными параметрами α, β и $A(0)$. Значения параметров соответственно равны: для энергии $\alpha = 1.61(7)$, $\beta = 0.26(5)$; для корреляционных функций $\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle$ $\alpha = 2.1$, $\beta = 0.165(7)$. Энергия 2D изотропной модели Гейзенберга в основном состоянии $E = -0.684(6)$ хорошо согласуется с энергией, полученной методом точной диагонализации $E = -0.68445$ [12]. Величина спин-спиновой корреляционной функции $\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle = -0.120(4)$ неплохо согласуется с результатом $\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle = -0.114$ [11].

Подрешеточная намагниченность интерполируется логарифмическим законом $1/\sigma = 1 + 0.13(1)\ln(1/\Delta)$ (рис. 3). На вставке к рис. 3 обратная величина намагниченности от $\ln(\Delta)$ хорошо описывается линейной зависимостью. Это означает, что дальний антиферромагнитный порядок в основном состоянии в изотропной ($\Delta = 0, \ln \Delta \rightarrow \infty$) 2D модели Гейзенберга отсутствует. Для минимального значения величины анизотропии $\Delta = 0.005$ подрешеточная намагниченность равна $\sigma = 0.29$, или (в магнетонах Бора с g -фактором $g = 2$) $\sigma = 0.58\mu_B$. По максимуму теплоемкости, точке перегиба восприимчивости и $\sigma \rightarrow 0$ (рис. 1) определим температуру Нееля анизотропного АФ. Зависимость

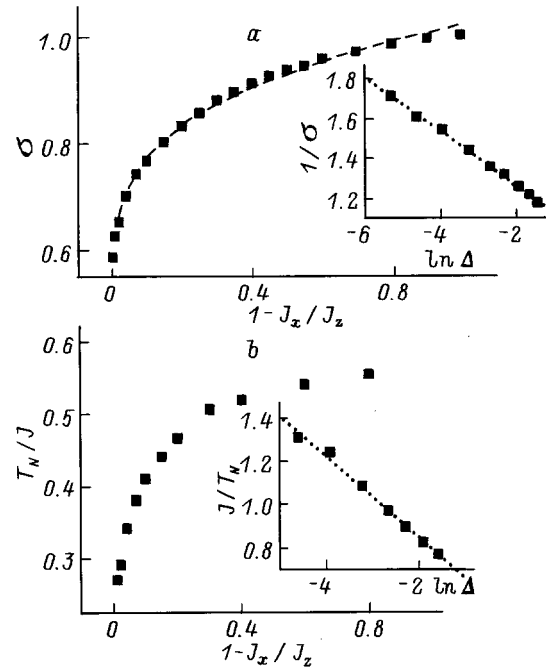


Рис. 3. Подрешеточная намагниченность σ (a) и температура Нееля T_N/J (b) АФ как функция анизотропии обмена. На вставках показаны зависимости $1/\sigma$ (a) и J/T_N (b) от $\ln \Delta$.

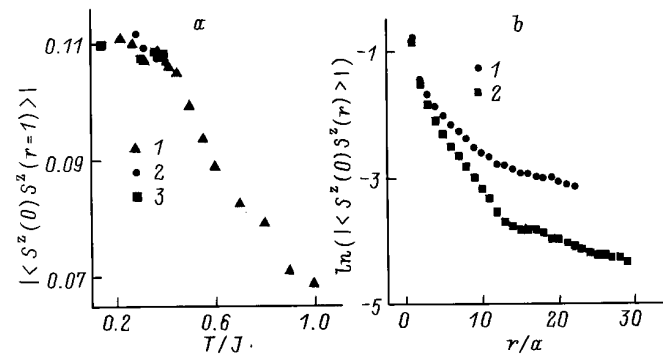


Рис. 4. Корреляционные функции по продольным компонентам для АФ на решетке размером 40×40 (1), 64×64 (2), 80×80 (3) на расстоянии $r/a = 1$ (a) и зависимость логарифма спин-спиновой корреляционной функции от расстояния для $T/J = 0.28$ (1), 0.37 (2) (b).

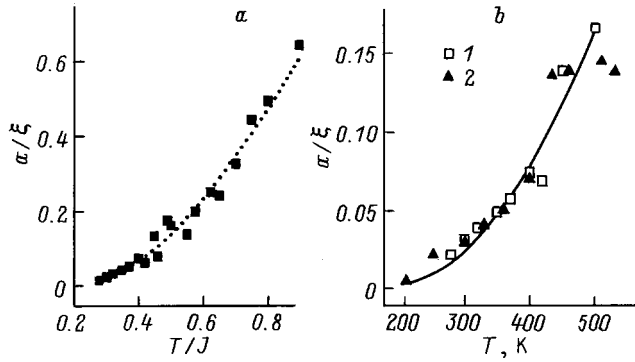


Рис. 5. Обратная величина корреляционного радиуса a/ξ , вычисленная методом МС (а), (b, 1) и измеренная в эксперименте по нейтронному рассеянию в La_2CuO_4 [23] (b, 2).

$T_N(\Delta)$ от анизотропии обмена (рис. 3) также хорошо интерполируется логарифмическим законом для $\Delta \ll 1$ $T_N = 2/\ln(11/\Delta)$.

Зависимость энергии изотропного АФ от температуры на интервале $0.15 \leq T/J \leq 0.35$ аппроксимируется полиномом третьей степени с нулевыми коэффициентами при нечетных степенях $E(T) = -0.682(4) + 0.35(3)T^{2.0(2)}$ (рис. 1). Асимптотическое продолжение на этом интервале спиновых корреляционных функций по продольным и по поперечным компонентам (рис. 4) дает соответственно $\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle = -0.113(3)$ и $\langle S^+(0)S^-(r=1) \rangle = -0.228(5)$, что хорошо согласуется с результатами $\langle S^+(0)S^-(r=1) \rangle = -0.22823(2)$ [12]. Это подтверждает идею Андерсона о существовании синглетного основного состояния, в котором выполняется соотношение $2\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle \approx \langle S^+(0)S^-(r=1) \rangle$ и магнитное состояние можно представить в виде суперпозиции по всем реализациям синглетных пар. Иными словами, каждая пара соседних спинов на плоской решетке находится по отношению друг к другу в синглетном состоянии, но при этом комбинирование соседних спинов в пары все время меняется. Если синглеты упорядочены, то четырехспиновая корреляционная функция на нечетных расстояниях будет больше, чем на четных. МС вычисления $\langle S_0^z S_1^z S_r^z S_{r+1}^z \rangle$ не приводят к данному заключению.

Радиус корреляции, вычисленный из зависимости спин-спиновой корреляционной функции от расстояния (рис. 4, b), хорошо аппроксимируется при $T/J \geq 0.26$ зависимостью $1/\xi = 2.05T^{1.0(6)}/\exp(1.0(4)/T)$, изображенной на рис. 5, a. В синглетном состоянии зависимость спиновой корреляционной функции от расстояния является степенной. Возбуждениями в такой модели являются спиноны или солитоны, между которыми существует взаимодействие. Вероятность возбуждения спинона (солитона) $W \sim \exp(-E_s/T)$, где $E_s = J$ в 1D модели Гейзенберга, а в 2D-модели энергия возбуждения спинона (солитона) в два раза больше, так как для сохранения кубической симметрии необходимо разорвать две синглетные пары. Среднее

расстояние между температурно возбужденными спинонами составляет $l(T) \sim 1\sqrt{W} \sim \exp(J/T)$. Это можно представить в виде квазирешетки, погруженной в газ синглетных пар (рис. 6), где спиноны представлены стрелками. Между спинонами существует корреляция, которая, возможно, изменяется по степенному закону $\xi_s/l \sim A/T^\alpha$, где l — постоянная квазирешетки спинов, убывающая с ростом температуры. Корреляционный радиус в области низких температур должен изменяться по экспоненциальному закону $\xi_s \sim A/T^\alpha \exp(J/T)$. Существует минимальный размер солитона, определяемый соотношением поверхностной и объемной магнитной энергией, когда квазирешетка становится неустойчивой при $T/J = 0.37-0.4$.

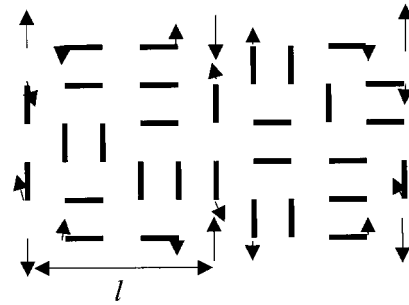


Рис. 6. Схематический образ квазирешетки синглетных пар спинов (отрезки) и спинонов (стрелки).

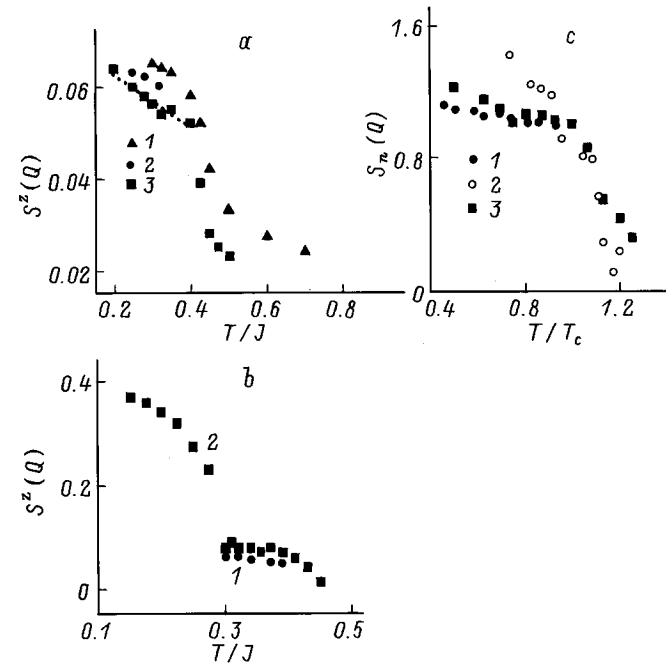


Рис. 7. Статический магнитный структурный фактор $S^c(Q)$ для $Q = \pi/a$ и $L = 40$ (1), 64 (2), 80 (3) в изотропном (а) и анизотропном ($\Delta = 0.02$, $L = 40$ (1), 80 (2)) (b) случаях как функции температуры. c — нормированный статический магнитный фактор $S(Q, T)/S(Q, T = T_c)$, определенный методом МС для $T_c/J = 0.4$ (1) и из рассеяния нейтронов в Er_2CuO_4 [24] для $T_c = 250$ К (2), в La_2CuO_4 [22] для $T_c = 450$ К (3).

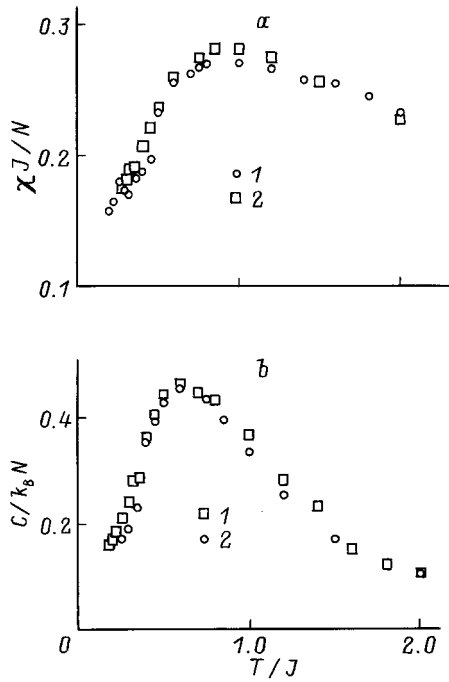


Рис. 8. Восприимчивость $\chi J/N$ (a) и теплоемкость $C/k_B N$ (b) вычисленные в данной работе (1) и в [16] (2), в зависимости от температуры.

Статический магнитный фактор, фурье компонента $S^z(Q)$ при $Q = \pi/a$, при $T/J < 0.4$ слабо меняется в зависимости от температуры и от размеров решетки (рис. 7, a). При $T/J > 0.4$ температурная зависимость $S^z(Q)$ такая же как в парамагнетике. В области низких температур фурье спектр спиновой корреляционной функции можно представить в виде суперпозиции фурье корреляционной функции от синглетов $S_{SN}(q) \sim A/q^{-(2-\eta)}$ и от спинов $S_{SP}(k) \sim B/((k-\pi)^2 + 1/\xi^2)$. Основной вклад в интенсивность рассеяния нейтронов при $q \rightarrow \pi$ дают синглетные пары, так как плотность спинов мала и вклад от них составляет $\sim WS_{SP}(q)$. Производные теплоемкости и восприимчивости по температуре в этой области температур (рис. 8) имеют максимум, причем $d\chi/dT$ и dC/dT справа и слева от T_c сильно отличаются. На рис. 8 для сравнения приведены значения $\chi(T)$, $C(T)$ вычисленные на суперкомпьютере [16] на решетке $L = 128 \times 128$ и с числом MC шагов на два порядка большим, чем в данной работе. Авторы [16] также отмечали нарушение соотношения $\ln(S(Q)\xi^{-2}) \sim \ln(T/J)$ при $T/J = 0.35$. Так же как в [16], при $T/J < 0.4$ наблюдается тенденция к уменьшению показателя степени η в (2) с уменьшением температуры от $\eta = 0.55$ до 0.35 при $T/J = 0.26$.

Слабо анизотропные AF имеют две температуры перехода: температура Нееля, связанная с разрушением дальнего порядка, и T_c с разрушением топологических магнитных образований (солитонов). Размеры солитона обратно пропорциональны величине анизотропии. По-

этому, при достижении критической величины анизотропии обмена $\Delta \approx 0.05$ при $T/J < 0.4$ образуется квази-решетка солитонов (спинов). Магнитный структурный фактор $S(Q)$ (рис. 7, b), спиновые корреляционные функции $\langle S^z(0)S^z(r=1) \rangle$, магнитная восприимчивость слабо зависят от температуры в интервале $T_N < T < T_c$.

Полученные результаты хорошо объясняют экспериментальные данные по намагниченности и интенсивности нейтронного рассеяния в квазидвумерных соединениях $Sr_2CuO_2Cl_2$ [27], La_2CuO_4 [23], Er_2CuO_4 [24]. Экспериментальные значения подрешеточной намагниченности для $Sr_2CuO_2Cl_2$, La_2CuO_4 соответственно составляют $\sigma = 0.42\mu_B$, $\sigma = 0.44\mu_B$. Анизотропия обмена в этих соединениях порядка $\Delta \sim 10^{-4}$ и MC расчеты дают $\sigma = 0.45\mu_B$. Незначительное уменьшение подрешеточной намагниченности, возможно, вызвано эффектом ковалентности. Интенсивность нейтронного рассеяния $S(k=0)(k=\pi-q)$ в этих соединениях слабо меняется от температуры выше температуры Нееля до некоторой температуры $T_c/T_N = 1.5-2.1$. Для Er_2CuO_4 магнитные и резонансные исследования [25,26] дают температуру Нееля $T_N = 165$ К, а нейтронографические измерения $T_N = (250 \div 265)$ К [24]. Нормированные магнитные структурные факторы экспериментальные $S(Q, T)/S(Q, T = 250 \text{ К})$ и теоретические $S(Q, T)/S(Q, T = 0.4 \text{ Дж})$ качественно согласуются в интервале $(0.7 \div 1)T/T_c$ (рис. 7, c). Согласно с экспериментом улучшится, если учесть анизотропию обмена, как это сделано на рис. 7, b. Из температуры T_c можно оценить величину обмена Er_2CuO_4 $J \approx 630$ К. Для La_2CuO_4 нормированная интенсивность $S(Q, T)/S(Q, T = 450 \text{ К})$ хорошо согласуется с MC результатами (рис. 7, c). По-видимому, это связано с меньшей величиной анизотропии обмена, так как интервал температур между T_N и T_c с ростом анизотропии уменьшается. Величина обмена для La_2CuO_4 , оцененная из T_c составляет $J \approx 1125$ К, а из аппроксимации корреляционного радиуса на интервале $T/J = 0.26-0.46$ функцией $1/\xi = 0.25T^{0.35}/\exp(1302/T) - J \approx 1302$ К (рис. 6, c). Независимое значение обмена можно также получить из температуры Нееля $T_N = 2/\ln(11/\Delta)$, $J = 1160$ К.

Эти оценки обмена находятся в интервале значений 900 и 1500 К, полученных на основе разных теоретических и экспериментальных методов. Так, например, из зависимости $1/\xi(T)$, определенной с использованием нелинейной σ -модели и ренормгруппы или квантовым методом MC, величина обмена соответственно составляет $J = 1175$ [4] и 1450 К [16]. Из температуры Нееля $T_N = 165$ К для Er_2CuO_4 можно оценить величину анизотропии обмена $\Delta \sim 0.003$ и подрешеточную намагниченность $\sigma \approx 0.56$. Желательно для этого соединения проделать более тщательные нейтронографические исследования для определения величины момента на узле. Отметим факт хорошего согласия MC расчетов с экспериментом по ширине температурной области существования синглетов и спинов для $\Delta = 0.003$ $(T_N/T_c)^{MC} = 0.62$ и $(T_N/T_c)^{ex} = 0.66$.

Цель работы состояла не в уточнении величины обмена, а в исследовании проблемы температурного поведения магнитного структурного фактора и корреляционного радиуса. В соединении выше температуры Нееля магнитную структуру можно представить в виде синглетных пар и спинов (солитонов), причем основной вклад в магнитный структурный фактор дают синглеты, а в корреляционный радиус — спионы, плотность которых с ростом температуры убывает по экспоненте.

Суммируя результаты работы, можно сделать следующие выводы. Дальний антиферромагнитный порядок в основном состоянии в двухмерной изотропной модели Гейзенберга отсутствует. Зависимость подрешеточной намагниченности анизотропного антиферромагнетика от анизотропии обмена имеет логарифмический вид: $1/\sigma = 1 + 0.13(1) \ln(1/\Delta)$. В области низких температур $T/J < 0.4$ магнитный статический фактор $S(Q)$ слабо зависит от температуры, а корреляционный радиус меняется по экспоненте. Возможно, это связано с существованием синглетов, дающих основной вклад в $S(Q)$, и температурно возбужденных спинов, которые обуславливают экспоненциальное поведение корреляционного радиуса. Подрешеточная намагниченность, корреляционный радиус, статический магнитный структурный фактор выше температуры Нееля в Er_2CuO_4 , La_2CuO_4 , $\text{Sr}_2\text{CuO}_2\text{Cl}_2$ хорошо описываются 2D моделью Гейзенберга со спином $S = 1/2$.

Список литературы

- [1] P.W. Anderson. Mater. Res. Bull. **8**, 153 (1973).
- [2] E.J. Neves, J.F. Peres. Phys. Lett. **A114**, 331 (1986).
- [3] I. Affleck, T. Kennedy, E.H. Lieb, H. Tasaki. Commun. Math. Phys. **115**, 477 (1988).
- [4] S. Chakravarty, B.I. Halperin, D.R. Nelson. Phys. Rev. **B39**, 2344 (1989).
- [5] F. Wilczek, A. Zee. Phys. Rev. Lett. **51**, 2250 (1983).
- [6] P.B. Wiegmann. Phys. Rev. Lett. **60**, 821 (1988).
- [7] Ю.А. Изюмов, М.И. Кацнельсон, Ю.Н. Скрябин. Магнетизм коллективизированных электронов. Физматлит, М. (1994). 368 с.
- [8] E. Lieb, T. Schultz, D. Mattis. Ann. Phys. **16**, 407 (1961).
- [9] P. Horsch, W. Von der Linden. Z. Phys. **B72**, 181 (1988).
- [10] S. Tang, J.E. Hirsch. Phys. Rev. **B39**, 4548 (1993).
- [11] J. Richter. Phys. Rev. **B47**, 5794 (1993).
- [12] P. Vries, H.D. Raedt. Phys. Rev. **B47**, 7929 (1993).
- [13] H.J. Schulz, T.A. Ziman, D. Poilblang. J. de Phys. **6**, 675 (1996).
- [14] J.D. Reger, A.P. Young. Phys. Rev. **B37**, 5978 (1988).
- [15] R.A. Sauerwein, M.J. de Oliveira. Phys. Rev. **B49**, 5983 (1994).
- [16] M.S. Makivic, H.Q. Ding. Phys. Rev. **B43**, 3562 (1991).
- [17] Д.В. Дмитриев, В.Я. Кривнов, В.Н. Лихачев, А.А. Овчинников. ФТТ **38**, 2, 397 (1996).
- [18] C. Gros, R. Joint, T.M. Rice. Z. Phys. **B68**, 425 (1987).
- [19] E. Manousakis, R. Salvador. Phys. Rev. Lett. **61**, 1210 (1989).
- [20] D.C. Mattis, C.J. Pan. Phys. Rev. Lett. **61**, 463 (1988).
- [21] D.A. Huse, V. Elser. Phys. Rev. Lett. **60**, 2531 (1988).

- [22] C. Keimer, B. Birgerneau, R.J. Cassnh, A. Endoh, C.Y. Grevan, M. Kastner, M.A. Shirane. Z. Phys. **B91**, 373 (1993).
- [23] Y. Endoh, K. Yaamada, R.J. Birgenau, D.R. Gabbe, H.P. Jennssen, M.A. Kastner et al. Phys. Rev. **B37**, 7443 (1988).
- [24] T. Chatopadhyaya, J.W. Lynn. N. Rosov et al. Phys. Rev. **B49**, 9944 (1994).
- [25] Е.И. Головенчиц, С.Л. Гинзбург, В.А. Санина, А.В. Бабинский. ЖЭТФ **107**, 1641 (1995).
- [26] А.В. Бабинский, Е.И. Головенчиц, Н.В. Морозов, В.А. Санина, Л.М. Сапожникова. ФТТ **34**, 1, 60 (1992).
- [27] M. Grevan, R.J. Birgenean, Y. Endoh, M.A. Kastner, M. Matsuda, G. Shirane. Z. Phys. **B96**, 465 (1995).
- [28] R. Claessen, R. Manzke et al. Phys. Rev. **B39**, 7316 (1989).
- [29] T. Freltoft. Phys. **B37**, 137 (1988).
- [30] S. Molna, A. Torressen, D. Kaiser et al. Phys. Rev. **B37**, 3762 (1988).
- [31] G. Shirane, Y. Endoh, R.J. Birgeneau et al. Phys. Rev. Lett. **59**, 1613 (1987).
- [32] H. Raedt, A. Lagendijk. Phys. Rep. **127**, 233 (1985).
- [33] С.С. Аплеснин. ФТТ **38**, 6, 1868 (1996).