

Влияние нормальных электронов сверхпроводников на вольт-амперную характеристику джозефсоновского перехода

© В.П. Силин, А.В. Студенов

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
117924 Москва, Россия

E-mail: silin@sci.lebedev.ru

(Поступила в Редакцию 11 сентября 1998 г.)

Для вольт-амперной характеристики джозефсоновского перехода с большой критической плотностью тока, описывающегося в рамках нелокальной электродинамики, установлена существенная роль проводимости нормальных электронов сверхпроводников. Показано, что вклад нормальных электронов в резистивном пределе увеличивает ток через ДП, а в емкостном пределе уменьшает вклад черенковских резонансов.

1. Настоящая работа посвящена развитию теории вольт-амперных характеристик (ВАХ) джозефсоновских переходов (ДП) со сравнительно большой плотностью критического тока, когда выполнено условие

$$j_c > j_0 = \hbar c^2 (16\pi |e| \lambda^3)^{-1} \sim 10^4 \lambda^{-3} [\text{A/cm}^2], \quad (1)$$

где λ — лондоновская длина в микронах. При выполнении условия (1) оказывается, что ДП описываются в рамках нелокальной электродинамики [1–3]. Теории ВАХ для таких ДП посвящен целый ряд работ [4–9]. При этом в работах [4–8] использовалось резистивное приближение, которому отвечает относительно малая роль емкости контакта по сравнению с ролью его проводимости. В работе [9] теория ВАХ ДП со сравнительно большой плотностью критического тока была распространена в область таких параметров перехода, когда роль емкости контакта оказывается важной. При этом для кольцевого перехода в работе [9] учтено возбуждение коротковолновых обобщенных волн Свихарта (см., например, [2,10]), возможность существования которых полностью определяется величиной емкости ДП. С другой стороны, стационарный уровень резонансного черенковского возбуждения обобщенных волн Свихарта в работе [9] определялся проводимостью контакта. После публикации работы [11] стала ясна неполнота учета резистивных эффектов в нелокальной джозефсоновской электродинамике в работах [4–9], поскольку в этих работах полностью пренебрегалось проводимостью нормальных электронов сверхпроводников. Естественно такая проводимость несущественна только при достаточно низких температурах, когда нормальных электронов практически нет. Далее выявлены те условия, в которых роль нормальных электронов в описании ВАХ ДП оказывается определяющей. При этом оказывается, что в резистивном пределе, когда проводимость нормальных электронов сверхпроводников оказывается более существенной, чем проводимость контактного слоя ДП, ток через переход оказывается большим по сравнению с полученным в работах [4–6]. Напротив, амплитуда огибающей резонансов возбуждения коротковолновых обобщенных свихартовских волн уменьшается благодаря влиянию проводимости нормальных электронов.

Наконец, экспоненциальный закон возрастания вклада в ток черенковских резонансов остается таким же, как было установлено в работе [9]. Последнее связано со спектральными свойствами бегущей с небольшой скоростью квазистационарной вихревой структуры, обладающей ненулевым средним магнитным полем, которая была найдена в работе [12] и которая использовалась для описания вихревого состояния в ДП как в работе [9], так и в настоящей работе.

2. Исходным в нашем рассмотрении является следующее интегродифференциальное уравнение (ср. [11]) для разности фаз φ волновых функций куперовских пар по разные стороны контакта:

$$\frac{1}{\omega_j^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{\beta}{\omega_j^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \sin \varphi = \frac{l}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \alpha \frac{\partial^2}{\partial t \partial \zeta} \right) \varphi(\zeta, t), \quad (2)$$

$$\omega_j^2 = \frac{16\pi |e| j_c d}{\hbar \varepsilon}, \quad \beta = \frac{4\pi \sigma}{\varepsilon},$$

$$\alpha = \tau \frac{n_n}{n_s}, \quad l = \frac{\lambda_j^2}{\lambda} = \frac{\hbar c^2}{16\pi |e| j_c \lambda^2}, \quad (3)$$

где ω_j и λ_j — джозефсоновские частота и длина соответственно, β и α — характеризуют диссипацию, σ — проводимость ДП, ε — диэлектрическая постоянная вещества несверхпроводящего слоя толщиной $2d$, разделяющего одинаковые массивные сверхпроводники, λ — лондоновская глубина, n_n, n_s — соответственно концентрация нормальных и сверхпроводящих электронов в сверхпроводнике, τ — эффективное время свободного пробега нормального электрона в сверхпроводнике. Также предполагается, что $d \ll \lambda$.

Уравнение (2) имеет место в условиях выполнения неравенства (1) и тогда, когда характерный масштаб интересующих нас вихревых состояний мал по сравнению с лондоновской длиной. Достижением работы [11] является учет последнего слагаемого в правой части уравнения (2), пропорционального α .

Будем использовать решение $\varphi_0(z)$ уравнения

$$\sin \varphi_0(z) = \frac{l}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \frac{d\varphi_0(\zeta)}{d\zeta}. \quad (4)$$

Далее будем искать решение уравнения (2) в виде бегущей со скоростью v волны

$$\varphi(z, t) = \varphi_0(z - vt) + \varphi_1(z - vt), \quad z - vt \equiv s. \quad (5)$$

При этом φ_1 будем считать малым возмущением по сравнению с φ_0 , что позволяет линеаризовать задачу. Кроме того, воспользуемся приближением $\varphi_1 \cos \varphi_0 \rightarrow \varphi_1$, основанием которого служит малость такого слагаемого, что обусловлено неравенством

$$\frac{v^2}{\omega_j^2} \frac{d^2 \varphi_1}{ds^2} \gg \varphi_1. \quad (6)$$

В результате для определения φ_1 получаем следующее сравнительно простое уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{v^2}{\omega_j^2} \frac{d^2 \varphi_1}{ds^2} - \frac{\beta v}{\omega_j^2} \frac{d\varphi_1}{ds} + \varphi_1 \\ & - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta - s} \left(\frac{d\varphi_1}{d\eta} - \alpha v \frac{d^2 \varphi_1}{d\eta^2} \right) = - \frac{v^2}{\omega_j^2} \frac{d^2 \varphi_0}{ds^2} \\ & + \frac{\beta v}{\omega_j^2} \frac{d\varphi_0}{ds} - \alpha v \frac{l}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta - s} \frac{d^2 \varphi_0(\eta)}{d\eta^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

В качестве решения уравнения (4) воспользуемся результатом работы [12]

$$\varphi_0(s) = \pi + 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg}[s/2L]}{\operatorname{th}[a/2]} \right), \quad (8)$$

где $\operatorname{sh} a = (l/L)$. Это решение представляет собой периодический пуг волн, которому отвечает периодический пуг магнитных вихрей с отличным от нуля средним магнитным полем

$$\begin{aligned} H_y(x, s) = & - \frac{\Phi_0}{2\pi L} \left\{ \frac{\exp[-(\pm x - d)\lambda^{-1}]}{2\lambda + 2d} + \frac{L}{2\lambda^2} \left[\frac{\pm x - d}{L} \right. \right. \\ & + \operatorname{arsh} \frac{l}{L} - \ln \left(2 \left[\sqrt{1 + \frac{l^2}{L^2}} \operatorname{ch} \left(\frac{\pm x - d}{L} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{l}{L} \operatorname{sh} \left(\frac{\pm x - d}{L} \right) - \cos \frac{s}{L} \right] \right) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

При этом знаки \pm отвечают областям по разные стороны контакта, а толщина перехода $2d$ удержана только лишь для наглядности.

Согласно формуле (8), имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_0}{ds} & = \frac{1}{L} \frac{\operatorname{sh} a}{\operatorname{ch} a - \cos(s/L)} \\ & = \frac{1}{L} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp[-na] \cos \frac{ns}{L} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{d^2 \varphi_0}{ds^2} = - \frac{2}{L^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \exp[-na] \sin \frac{ns}{L}. \quad (11)$$

Подставляя выражения (10) и (11) в уравнение (7) и используя соотношения (см., например, [13] с. 178)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta - s} \sin \frac{n\eta}{L} & = \cos \frac{ns}{L}, \\ \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta - s} \cos \frac{n\eta}{L} & = - \sin \frac{ns}{L}, \end{aligned} \quad (12)$$

нетрудно убедиться, что решение уравнения (7) имеет вид

$$\varphi_1(s) = \varphi_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos \frac{ns}{L} + B_n \sin \frac{ns}{L} \right), \quad (13)$$

где

$$\varphi_{10} = (\beta v / \omega_j^2 L), \quad (14)$$

$$A_n = \frac{2 \exp(-na) \omega_n^2 (\beta v / L) [1 + (l\alpha \omega_j^2 n / \beta L)]}{[\omega_n^2 - (nv/L)^2]^2 + (\beta vn/L)^2 [1 + (l\alpha \omega_j^2 n / \beta L)]^2}, \quad (15)$$

$$B_n = \frac{2}{n} \exp(-na) \left\{ -1 + \frac{\omega_n^2 [\omega_n^2 - (nv/L)^2]}{[\omega_n^2 - (nv/L)^2]^2 + (\beta vn/L)^2 [1 + (l\alpha \omega_j^2 n / \beta L)]^2} \right\}. \quad (16)$$

Здесь использовано обозначение

$$\omega_n^2 = \omega_j^2 \left(1 + \frac{nl}{L} \right), \quad (17)$$

отвечающее спектру коротких обобщенных волн Свихарта с волновым вектором (n/L) . Черенковское резонансное возбуждение гармоники с номером n_r определяется условием

$$\omega_{n_r}^2 \equiv \omega_j^2 \left(1 + \frac{n_r l}{L} \right) = \frac{n_r^2 v_r^2}{L^2}. \quad (18)$$

При этом имеем

$$A_{n_r} = \frac{2v_e \exp(-n_r a)}{\beta L [1 + (l\alpha \omega_j^2 n_r / \beta L)]}, \quad (19)$$

$$B_{n_r} = - \frac{2}{n_r} \exp(-n_r a). \quad (20)$$

Далее будем считать l — характерный масштаб вихрей Абрикосова–Джозефсона (АД) — малым по сравнению с масштабом периодичности вихревой структуры L . С другой стороны, при небольших значениях скорости v перемещения вихревой структуры резонансное условие (18) выполняется при достаточно больших резонансных номерах n_r . Поэтому далее считаем выполненным условия

$$n_r \gg (L/l) \gg 1. \quad (21)$$

Тогда при условии (1) автоматически выполнено и неравенство $n_r \gg (L/\lambda)$. Отсюда резонансное условие (18) может быть записано в виде

$$n_r = \frac{\omega_j^2 L l}{v_r^2}. \quad (22)$$

Тогда в соответствии с (21) получаем

$$v \ll l\omega_j. \quad (23)$$

Для применимости нашего подхода должно быть выполнено условие

$$\varphi_0 \gg \varphi_1. \quad (24)$$

Согласно (21), выражение (20) заведомо отвечает условию (24). Поэтому условие (24) сводится к условию малости величины (19)

$$\frac{2v_r \exp(-n_r l/L)}{\beta L + l\alpha\omega_j^2 n_r} \ll 1. \quad (25)$$

В то же время при выполнении условия

$$\frac{v_r}{\beta L + l\alpha\omega_j^2 n_r} \gg 1 \quad (26)$$

при $v = v_r$ будет выполнено неравенство

$$\left[\frac{n\beta v}{L} \left(1 + \frac{\alpha n\omega_j^2 l}{\beta L} \right) \right]^2 \ll \left(\omega_n^2 - \frac{n^2 v^2}{L^2} \right), \quad n \neq n_r, \quad (27)$$

и резонансные зависимости можно считать "острыми", а нерезонансный вклад вообще исключить из рассмотрения, поскольку он будет несущественным [9].

При выполненном условии (26) вкладом в резонансное слагаемое от B_{n_r} (20) можно пренебречь по сравнению с A_{n_r} (19). Окончательно при $v = v_r$ получим

$$\varphi_{n_r} = \frac{2v_r \exp(-n_r l/L)}{\beta L + l\alpha\omega_j^2 n_r} \cos \frac{n_r s}{L}. \quad (28)$$

Очевидно, что в силу неравенства (21) для φ_{n_r} выполнено условие (6).

Нетрудно убедиться, что вблизи резонанса, т.е. если

$$|v - v_r| < \frac{1}{2} \Delta v_r = \frac{v_r}{4n_r} \ll v_r,$$

где Δv_r — расстояние между соседними резонансами ([19]), условие (27) выполнено. Тогда для вклада в (13) при $n = n_r$ имеем

$$\varphi_{n_r}(s) = \frac{2v_r \exp\left(-\frac{n_r l}{L}\right) \left\{ (\beta L + l\alpha\omega_j^2 n_r) \cos \frac{n_r s}{L} - [2n_r(v - v_r)] \sin \frac{n_r s}{L} \right\}}{[\beta L + l\alpha\omega_j^2 n_r]^2 + [2n_r(v - v_r)]^2}. \quad (29)$$

Поскольку при приближении к каждому резонансу проявляется лишь один резонанс, то формула (29) может

быть записана как функция скорости движущейся вихревой структуры (8). При этом используем формулу (22), а резонансную скорость v_r сохраним лишь в "острых" резонансных зависимостях. Тогда имеем

$$\varphi_1(s) \approx \varphi_{10} + \frac{2v}{L} \exp\left(-\frac{v_0^2}{v^2}\right) \times \frac{\left\{ \left(\beta + \frac{\alpha\omega_j^2 v_0^2}{v^2} \right) \cos \frac{n_r s}{L} - \left[\frac{2v_0\omega_j(v-v_r)}{v^2} \right] \sin \frac{n_r s}{L} \right\}}{\left[\beta + \alpha\omega_j^2 v_0^2/v^2 \right]^2 + \left[2v_0\omega_j(v-v_r)/v^2 \right]^2}. \quad (30)$$

Здесь $v_0 \equiv l\omega_j$ — характерная скорость, возникающая в крайне нелокальном пределе теории ДП в случае больших критических плотностей тока.

3. Для получения ВАХ рассмотрим энергетический баланс ДП, через который течет постоянная и пространственно однородная плотность тока j , и в котором имеется медленно движущаяся вихревая структура. При этом дальнейшее рассмотрение проведем так, чтобы оно, в частности, могло быть использовано и применительно к кольцевому ДП радиуса R , когда для описания вихревой структуры, а также поля возмущений φ_1 можно использовать периодические граничные условия.

Для волновой структуры, бегущей со скоростью v , скорость изменения энергии, определяемая плотностью тока j , дается соотношением

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_j = \frac{\hbar j v}{2|e|} \int_0^{2\pi R} ds \frac{d\varphi}{ds}. \quad (31)$$

Вклад возмущения φ_1 в это выражение равен нулю, а вклад бегущей вихревой структуры (8) составляет

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_j = \frac{\hbar j v}{2|e|} \frac{\pi R}{L}. \quad (32)$$

При этом если в кольцевом переходе имеется m вихрей, несущих по одному кванту магнитного потока $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$, то

$$L = R/m. \quad (33)$$

Скорость диссипативного убывания энергии дается формулой

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\hbar j c}{2|e|} \int_0^{2\pi R} ds \left\{ \frac{\beta v^2}{\omega_j^2} \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 - \frac{l\alpha v^2}{\pi} \left(\frac{d\varphi}{ds} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta - s} \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} \right\}. \quad (34)$$

Соответственно этому для скорости убывания энергии основной вихревой структуры (8) имеем

$$\frac{dE_0}{dt} = -\frac{\hbar j c}{|e|} \frac{\pi R v^2}{L l} \left\{ \frac{\beta}{\omega_j^2} \operatorname{ch} a \frac{\alpha}{2} \right\}. \quad (35)$$

В пределе $l \ll L$ отсюда получаем

$$\frac{dE_0}{dt} = -\frac{\hbar j_c \pi R v^2}{|e| L l} \left[\frac{\beta}{\omega_j^2} + \frac{\alpha}{2} \right]. \quad (36)$$

Наконец, для скорости убывания энергии резонансно возбуждаемой волны, описываемой формулой (30), получаем

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dt} = & -\frac{\hbar j_c 2\pi R v^2 v_0^2}{|e| L^2} \\ & \times \frac{[\beta v^2 + \alpha \omega_j^2 v_0^2] \exp(-2v_0^2/v^2)}{[\beta v^2 + \alpha \omega_j^2 v_0^2]^2 + 4\omega_j^2 v_0^2 (v - v_r)^2}. \end{aligned} \quad (37)$$

Баланс трех вкладов в скорость изменения энергии (32), (36) и (37) позволяет записать следующую связь между плотностью тока j и скоростью v движения вихревой структуры (8):

$$\begin{aligned} \frac{j}{j_c} = & \frac{v}{l} \left[\frac{\beta}{\omega_j^2} + \frac{\alpha}{2} \right] + \frac{2v_0^2 v}{L} \\ & \times \frac{[\beta v^2 + \alpha \omega_j^2 v_0^2] \exp(-2v_0^2/v^2)}{[\beta v^2 + \alpha \omega_j^2 v_0^2]^2 + 4\omega_j^2 v_0^2 (v - v_r)^2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Напомним, что уравнение (2) получено в предположении, что $\alpha \omega \ll 1$, где ω — характерные частоты задачи. Для возникающего в нашем рассмотрении резонансного слагаемого это условие принимает вид $\alpha \omega_{nr} = \alpha \omega_j^2 / v_r \ll 1$ и выполняется в силу неравенства (26).

Нетрудно заметить, что выражение (38) справедливо не только для кольцевого ДП, но и для такого случая, когда ДП можно считать бесконечным и содержащим вихревую структуру с периодом $2\pi L$. Поэтому при дальнейшем рассмотрении отвлечемся от равенства (33), привносящего в (38) зависимость от числа вихрей m в кольце, и будем говорить просто о периоде вихревой структуры $2\pi L$.

4. Скорость движения v связана со статической разностью потенциалов на ДП

$$V = -\frac{\hbar}{2|e|} \left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\rangle; \quad (39)$$

здесь усреднение проводится по времени. При усреднении ненулевой вклад возникает только от φ_0 , следовательно

$$V = \frac{\hbar v}{2|e|L}. \quad (40)$$

Поэтому из (38) следует

$$\begin{aligned} \frac{j}{j_c} = & V \frac{2|e|L}{\hbar} \left\{ \left[\frac{\beta}{\omega_j^2} + \frac{\alpha}{2} \right] \frac{1}{l} \right. \\ & \left. + \frac{2V_0^2 [\beta V^2 + \alpha \omega_j^2 V_0^2] \exp(-2V_0^2/V^2)}{L \left\{ [\beta V^2 + \alpha \omega_j^2 V_0^2]^2 + 4\omega_j^2 V_0^2 [V - V_r]^2 \right\}} \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

При этом

$$|V - V_r| < \Delta V_r / 2 \equiv V_r / 4n_r \ll V_r.$$

Здесь

$$V_0 = \frac{\hbar v_0}{2|e|L} = \frac{100}{L} \sqrt{\frac{d}{\lambda \varepsilon}} \frac{j_0}{j_c} [\mu V], \quad (42)$$

$$V_r = \frac{\hbar v_r}{2|e|L} = \frac{\hbar \omega_j}{2|e|} \sqrt{\frac{l}{n_r l}} = \frac{100}{L} \sqrt{\frac{dL}{\lambda^2 \varepsilon n_r}} [\mu V], \quad (43)$$

где L — в миллиметрах.

Напомним, что резонансный вклад в формулу (38) получен в предположении, что для скорости вихревой структуры v выполнены неравенства (23), (25), (26). Поэтому для резонансного вклада в формуле (41) имеем следующие условия для разности потенциалов V :

$$V \ll V_0, \quad (44)$$

$$\frac{2|e|}{\hbar} \frac{V}{[\beta + \alpha \omega_j^2 (V_0/V)^2]} \gg 1, \quad (45)$$

$$\frac{4|e|}{\hbar} \frac{V}{[\beta + \alpha \omega_j^2 (V_0/V)^2]} \exp\left(-\frac{V_0^2}{V^2}\right) \ll 1. \quad (46)$$

При пренебрежении потерями резонансно возбуждаемых волн, что разумно при малых напряжениях (см. рисунок), формула (41) дает

$$j = V \frac{2|e|L}{\hbar l} \left[\frac{\beta}{\omega_j^2} + \frac{\alpha}{2} \right] j_c \equiv \frac{V}{R_{\text{eff}}}. \quad (47)$$

Возникающий в этом случае вклад потерь в переходном слое и в сверхпроводниках имеет аддитивный характер. Конечно, при низких температурах, когда α убывает экспоненциально, обсуждаемый нами эффект мал. Напротив, вблизи T_c , когда выполняется условие

$$\alpha \gg 2\beta/\omega_j^2, \quad (48)$$

потери в сверхпроводниках, обусловленные нормальными электронами, являются определяющими.

С ростом напряжения становятся важными потери на резонансно возбуждаемых волнах. Огибающая таких резонансных вкладов описывается законом

$$\frac{j}{j_c} = V \frac{2|e|L}{\hbar} \left\{ \left[\frac{\beta}{\omega_j^2} + \frac{\alpha}{2} \right] \frac{1}{l} + \frac{2V_0^2 \exp(-2V_0^2/V^2)}{L [\beta V^2 + \alpha \omega_j^2 V_0^2]} \right\}. \quad (49)$$

Отсюда, в частности, следует, что в отличие от предела (47) малых напряжений, когда проводимость нормальных электронов способствует уменьшению эффективного сопротивления R_{eff} , в области нелинейной ВАХ проводимость нормальных электронов уменьшает ток.

В пределе (48) формула (49) принимает вид

$$\frac{j}{j_c} = V \frac{|e|L}{\hbar} \left\{ \frac{\alpha}{l} + \frac{4}{\alpha \omega_j^2 L} \exp(-2V_0^2/V^2) \right\} \quad (50)$$

или

$$\frac{j}{j_c} = \frac{V}{R_\alpha j_c l} \left\{ 1 + \frac{j_c^2 R_\alpha^2 l^3}{V_0^2 L^3} \exp\left(-\frac{2V_0^2}{V^2}\right) \right\}, \quad (51)$$

где введено обозначение

$$R_\alpha = \frac{\hbar}{|e|\alpha j_c}. \quad (52)$$

При этом условия (44)–(46) дают

$$V \ll V_0, \quad (53)$$

$$\frac{j_c R_\alpha V^3 l^2}{2V_0^4 L^2} \gg 1, \quad (54)$$

$$\frac{R_\alpha j_c V^3 l^2}{V_0^4 L^2} \exp\left(-\frac{V_0^2}{V^2}\right) \ll 1. \quad (55)$$

Заметим, что в соответствии с (54) и условием $l \ll L$ предэкспоненциальный множитель в (51) велик по сравнению с единицей.

На рисунке изображена зависимость плотности тока от напряжения в соответствии с огибающей (51).

При малых напряжениях имеет место линейная зависимость плотности тока от напряжения, сменяющаяся при больших напряжениях резкой экспоненциальной зависимостью.

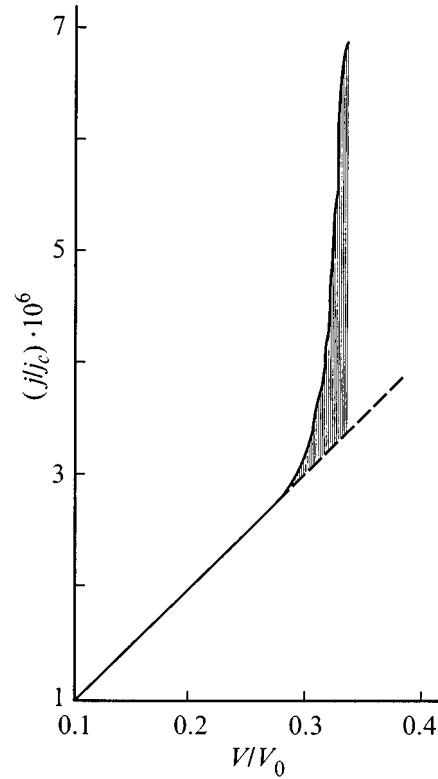
5. Обсудим важность вклада, обусловленного нормальными электронами сверхпроводников, в ВАХ джозефсоновского перехода с большой критической плотностью тока (41). Этот вклад является определяющим по сравнению с вкладом, связанным с проводимостью джозефсоновского перехода, если выполнено условие (48), которое в соответствии с (3) и (1) можно записать в виде

$$\alpha \gg \frac{2\beta}{\omega_j^2} = \frac{8\pi\sigma\lambda^3}{c^2 d} \left(\frac{j_0}{j_c}\right). \quad (56)$$

Поскольку $\alpha = (n_n/n_s)\tau = (4\pi\sigma_n\lambda^2/c^2)$, где введена $\sigma_n = e^2 n_n \tau / m$ — проводимость нормальных электронов сверхпроводников — условие (56) сводится к неравенству

$$\sigma_n \gg \sigma(j_0/j_c)(2\lambda/d). \quad (57)$$

Укажем, каково влияние нормальных электронов сверхпроводника на линейный участок ВАХ (49), который описывается выражением (47).



ВАХ джозефсоновского перехода при $(j_c R_\alpha / V_0) = 10^7$, ($\sigma_n \sim 10^{10} \text{ s}^{-1}$), $(l/L) = 10^{-2}$.

Прежде всего отметим, что ВАХ, полученные в работах [4–6,9], в которых пренебрегалось вкладом нормальных электронов, и наклон ВАХ определялся только потерями в переходном слое, реализуются при достаточно больших проводимостях σ джозефсоновского перехода, когда выполняется неравенство, противоположное (57).

Напротив, когда важен вклад, связанный с нормальными электронами сверхпроводников, т.е. когда неравенство (57) выполнено, реализуется ВАХ (см. (47), (51))

$$j = \frac{V}{R_\alpha l} L. \quad (58)$$

Важно отметить, что плотность тока, отвечающая ВАХ (58), больше указанной ранее в работах [4–6,9], когда вкладом нормальных электронов пренебрегалось.

Обсудим роль нормальных электронов сверхпроводников в описании нелинейного участка ВАХ (49), связанного с резонансным возбуждением волн. Будем рассматривать ситуацию, когда нормальные электроны являются определяющими, т.е. неравенство (57) будем считать выполненным. В этом случае имеем, в частности, ВАХ (51). Покажем, что для проявления экспоненциального участка ВАХ (51) необходима достаточная малость проводимости нормальных электронов.

Отклонение от линейного закона в (51) наступает при напряжениях

$$V_m \sim V_0 / \sqrt{\ln[(j_c R_\alpha / V_0)(l/L)^{3/2}]}. \quad (59)$$

Требование (53) малости V_m по сравнению с V_0 выполнено заведомо, если для V_m справедливо условие (54), требующее малости диссипации. Потребовав выполненные условия (54) для V_m , получим следующее неравенство для проводимости нормальных электронов σ_n :

$$\left(\frac{j_0\lambda}{j_c L}\right)^{3/2} \frac{c}{4\pi\sigma_n\lambda} \sqrt{\frac{\varepsilon L}{d}} \gg \ln^{3/2} \times \left[\left(\frac{j_0\lambda}{j_c L}\right) \frac{c}{2\pi\sigma_n\lambda} \sqrt{\frac{\varepsilon L}{d}}\right]. \quad (60)$$

Используя наше предположение (см. (21)) о том, что характерный масштаб вихрей АД l мал по сравнению с масштабом периодичности структуры L , т.е. $l/L = (\lambda j_0/Lj_c) \ll 1$, можно из неравенства (60) получить следующее условие малости σ_n :

$$\sigma_n \ll \frac{c}{4\pi\lambda} \left(\frac{\lambda j_0}{Lj_c}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{\varepsilon L}{d}} / \ln^{3/2} \left(2\sqrt{\frac{Lj_c}{\lambda j_0}}\right). \quad (61)$$

Итак, для проявления экспоненциального участка ВАХ (51) необходимо, чтобы σ_n было не слишком большим (61), а линейный участок ВАХ (51) имеет место, когда σ_n велико (57). Следовательно, ВАХ (51) имеет место при проводимости нормальных электронов, удовлетворяющей неравенствам

$$\sigma \frac{j_0}{j_c} \frac{2\lambda}{d} \ll \sigma_n \ll \frac{c}{4\pi\lambda} \left(\frac{\lambda j_0}{Lj_c}\right)^{3/2} \times \sqrt{\frac{\varepsilon L}{d}} / \ln^{3/2} \left(2\sqrt{\frac{Lj_c}{\lambda j_0}}\right). \quad (62)$$

Одновременное выполнение левого и правого неравенств (62) приводит к следующему условию малости проводимости σ джозефсоновского перехода:

$$\sigma \ll \frac{c}{8\pi L} \sqrt{\frac{\varepsilon d j_0}{\lambda j_c}} / \ln^{3/2} \left(2\sqrt{\frac{Lj_c}{\lambda j_0}}\right). \quad (63)$$

Для иллюстрации приведем следующую из неравенства (63) оценку проводимости σ джозефсоновского перехода, при которой наблюдается ВАХ (51). Примем $\varepsilon = 10$, $d/L = 10^{-5}$, $j_c = 5j_0$, $\lambda/L = 10^{-2}$, тогда из (63) получим (ср. [9])

$$\lambda\sigma \ll 10^9, \quad (64)$$

где σ измеряется в обратных секундах, а λ — в μm .

Подводя итог, можно утверждать, что впервые установлено определяющее влияние проводимости нормальных электронов в сверхпроводниках на вольт-амперные характеристики джозефсоновских переходов с большой критической плотностью тока. Нужно подчеркнуть, что такое влияние проявляется при весьма малых плотностях тока через ДП и при весьма небольших напряжениях.

Работа выполнена при поддержке Научного совета по ВТСП (проект "АД" № 95008) в рамках проекта № 96-02-1703 РФФИ и при государственной поддержке ведущих научных школ (№ 96-15-96750).

Список литературы

- [1] Г.М. Лапир, К.К. Лихарев, Л.А. Маслова, В.К. Семенов. Физика низких температур **1**, 10, 1235 (1975).
- [2] Ю.М. Алиев, В.П. Силин, С.А. Урюпин. Сверхпроводимость: физика, химия, техника **5**, 2, 228 (1992).
- [3] A. Gurevich. Phys. Rev. **B46**, 3187 (1992).
- [4] М.Ю. Куприянов, К.К. Лихарев, А.К. Семенов. Физика низких температур **2**, 6, 706 (1976).
- [5] A. Gurevich. Phys. Rev. **B48**, 12857 (1993).
- [6] В.П. Силин. Письма в ЖЭТФ **60**, 442 (1994).
- [7] Г.А. Алфимов, В.П. Силин. ЖЭТФ **108**, 1668 (1995).
- [8] В.П. Силин, С.А. Урюпин. ЖЭТФ **108**, 2163 (1995).
- [9] В.П. Силин, А.В. Студенов. ЖЭТФ **113**, 5 (1998).
- [10] R.G. Mints. Journal of Low Temp. Phys. **106**, 3/4, 183 (1997).
- [11] Ж.Д. Генчев, В.И. Васильевский. ЖЭТФ **113**, 955 (1998).
- [12] Г.Л. Алфимов, В.П. Силин. ЖЭТФ **106**, 671 (1994).
- [13] Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Таблицы интегральных преобразований. Наука, М. (1970). Т. 2. 327 с.