О температурной зависимости верхнего критического поля в модели сверхпроводника с особыми точками вблизи поверхности Ферми

© Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин

Волжская государственная академия водного транспорта,
603600 Нижний Новгород, Россия

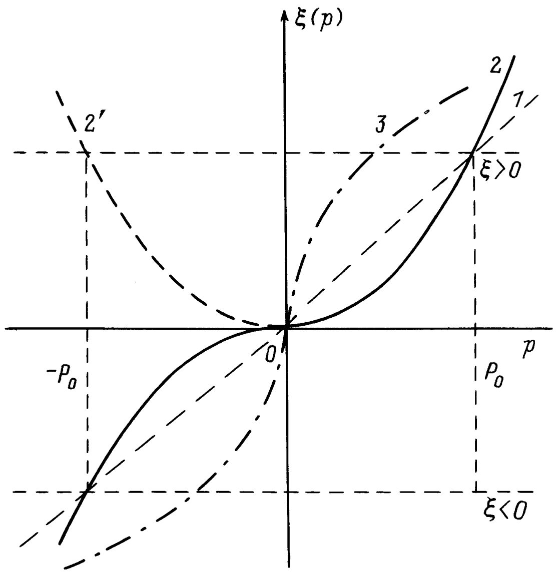
(Поступила в Редакцию 17 июля 1998 г.
В окончательной редакции 20 октября 1998 г.)

Рассмотрено обобщение теории БКШ на случай, когда энергетический спектр затравочных носителей заряда вблизи энергии Ферми имеет нелинейный характер. Нелинейность может приводить к резкому уменьшению длины когерентности, росту плотности состояний, температуры перехода и к неаналитичности вершинной части как функции импульса. С ростом плотности состояний модель проявляет тенденцию к отрицательной кривизне критического поля в точке перехода (хотя вблизи нее возможно обращение знака кривизны). Положительность кривизны может проявляться при обеднении плотности состояний, что в реальности соответствует отклонению параметров кристалла от условий максимальности температуры перехода.

Для сверхпроводников (СП) второго рода верхнее критическое поле H_{c2} является важнейшей характеристикой, которая, с одной стороны, достаточно чувствительна к исходным предпосылкам рассматриваемой модели, а с другой, существуют разработанные методы ее измерения, и число экспериментальных работ по этому вопросу велико [1–5]. Одной из проблем, которой до настоящего времени уделяется много внимания, является вопрос о поведении $H_{c2}(T)$ вблизи точки перехода T_c. Классический результат, следующий как из теории БКШ, так и из феноменологической теории Ландау–Гинзбурга, дает линейную зависимость $H_{c2} \sim T_c - T$ [6]. Эта зависимость остается справедливой и в более сложных моделях, включающих, например, рассмотрение p-спаривания и ряда дополнительных взаимодействий, приводящих к росту числа сосуществующих фаз [7]. Существующие же экспериментальные данные достаточно разнообразны: в [2,4] хорошо выполняется линейный закон, причем [2] относится к ВТСП, а [4] к низкотемпературному СП; есть данные по пленкам [8]; в [1,3] наблюдается отклонение от линейного закона с проявлением положительной кривизны, в [5] практически с нулевым наклоном в T_c, хотя вблизи есть участок и с линейной зависимостью. Если в духе скейлинговых представлений записать $H_{c2} \sim (1 - T/T_c)^{2\nu}$, т.е. данные о $\nu = 0.65{-}0.8$ [9], в биполяронной модели ВТСП $\nu = 3/4$ [9], для флуктуационной поправки $\nu = 2/3$. При обсуждении этого вопроса часто ссылаются на экспериментальные трудности определения точки перехода в присутствии магнитного поля $T_c(H)$ [10], а также на неоднородности и дефекты [2,3,5]. Кроме того, если имеет место движение вихрей, то $\rho \neq 0$ при $T < T_c$, и условие $\rho(T) = 0$ определяет скорее ту температуру, при которой срабатывает механизм пиннинга. В связи с этим актуальным представляется вопрос о роли именно магнитного поля в подавлении СП (без привлечения побочных причин).

1. Здесь этот вопрос рассматривается в рамках обобщенной модели БКШ, в которой энергетический спектр затравочных частиц $\xi(p)$ вблизи волнового вектора Ферми, k_F, может иметь нелинейный характер [11]. В классической БКШ $\xi(p) = v_F p$, $p = k - k_F$, v_F — скорость Ферми, не зависящая от p. Это обеспечивает постоянство плотности состояний (ПС) $N(\xi)$. Простейшая нелинейная аппроксимация $\xi(p)$ дается степенным законом $\xi(p > 0) = \alpha p^m$, где m не является целочисленным, а коэффициент α должен определяться из условия нормировки $N(\xi)$. Заметим, что поведение ξ для $p < 0$ может иметь существенное значение для затухания куперовского состояния. В этом смысле оптимальным является нечетное продолжение $\xi(p < 0) = -\alpha|p|^m$. В БКШ $m = 1$, $\alpha = v_F$; прямая *1* на рисунке является пограничной между двумя нелинейными $\xi(p)$: с $m > 1$, имеющей нулевую производную при $p = 0$ и повышенную ПС, и с $m < 1$, имеющей бесконечную производную и обедненную ПС. Для аппроксимации — $2v_F(p) = \alpha m|p|^{m-1}$. В такой обобщенной модели изменяется аналитический вид основного параметра теории ξ_0 — длины корреляции при $T = 0$, а вследствие этого и параметра разложения вклада куперовской диаграммы $\Pi(q)$ [12]. Действительно, $\xi_0 = \hbar/\delta p$, и в БКШ вследствие конечности v_F $\delta p \approx \delta\xi/v_F \approx \Delta_0/v_F \approx T_c/v_F$, т.е. $\xi_0 = \hbar v_F/T_c$ (Δ_0 — величина щели при $T = 0$). В модели со степенными нелинейностями изменение $\delta\xi$ характеризуется уже самой величиной изменения, т.е. $\delta\xi = \alpha|\delta p|^m$, а $\delta p \approx (\delta\xi/\alpha)^{1/m}$, откуда $\xi_0 \approx (\alpha/\Delta_0)^{1/m} \approx (\alpha/T_c)^{1/m}$ (пропорциональность Δ_0 и T_c здесь имеет место).

Для оценок удобно иметь выражения ξ_0 через параметры зоны проводимости. В БКШ, имея в виду, что уровень Ферми μ находится где-то вблизи середины зоны шириной W, можно написать $\hbar v_F \approx aW \approx W/k_F$, где a порядка постоянной решетки кристалла. Тогда $\xi_0 = (W/T_c)k_F^{-1}$. В нелинейной модели $N(\xi)$ имеет



Энергетический спектр затравочных частиц вблизи k_F ($p = k - k_F$): *1* — БКШ; *2* — с повышением ПС; *2'* — четное продолжение *2* на $p < 0$; *3* — с обеднением ПС.

сингулярный характер при $m > 1$

$$N(\xi) = (1-s)N_c(W/2)^s|\xi|^{-s}, \quad s = (m-1)/m. \qquad (1)$$

Здесь W имеет смысл интервала энергий, затронутых топологической особенностью энергетического спектра, приводящей к нелинейности $\xi(p)$ (верхним пределом для нее является ширина зоны проводимости), $N_c = 1/Wv$ — средняя ПС, v — объем элементарной ячейки кристалла. Выражение (1) дает возможность оценить параметр α: $\alpha^{1/m} = k_F^2/2\pi^2 N_c(W/2)^s$, т.е. по порядку величины $\alpha^{1/m} \approx aW^{1/m}$, откуда $\xi_0 \approx (W/T_c)^{1/m}k_F^{-1}$. Наличие степенного показателя $1/m$ у большого параметра W/T_c очень существенно, поскольку с ростом m ξ_0 быстро падает. Это качественно согласуется с тенденцией, наблюдаемой у новых СП, для которых $\xi_0 \approx (1-10)a$ по сравнению с низкотемпературными, у которых $\xi_0 \approx (10^3-10^4)a$. При этом уменьшение ξ_0 связывается с нелинейностью $\xi(p)$ и ростом ПС. Так, при $W/T_c = 10^3$ в БКШ $\xi_0 = 10^3a$, а здесь при $m = 2$ $\xi_0 = 10^{3/2}a \approx 30a$, а при $m = 3$ $\xi_0 = 10a$. Параметром разложения для $\Pi(q)$ теперь является $\lambda = \xi_0 q/2 = (W/T_c)^{1/m}(q/2k_F)$, и поскольку в магнитном поле H пространственная неоднородность определяется характерной величиной $q_H^2 = 2eH/\hbar c$, то в нулевом приближении имеем оценку $H_{c2}(T) \sim k_F^2(T_c/W)^{2/m}(T_c - T)$.

Следует отметить, что исследования поверхности Ферми (ПФ) новых СП указывает на возможность существования ее различных топологических конфигураций, вблизи которых может иметь место достаточно резкое изменение как ПС $N(\xi)$, так и $v_F(\mathbf{k})$ [13]. При этом важны не только сами величины N и v_F, но и быстрота их изменения в энергетическом интервале ω_0, где константа связи $g \neq 0$. В частности, уменьшение $v_F(\mathbf{k})$ приводит к росту N, увеличению T_c и ряду других особенностей [11]. Хотя мы ограничиваемся здесь рассмотрением изотропной модели, она сохраняет основное физическое содержание, а именно достаточно быстрое изменение скорости затравочных носителей заряда $v(k) = d\xi_k/dk$ в окрестности μ. Это означает, что предполагается существование области перегиба энергетической поверхности затравочных частиц ε_k вблизи μ, где обращается в нуль $d\xi_k/dk$ и, возможно, некоторые высшие производные (при m дробном в высших производных появляются особенности). При этом в изотропном случае ПФ является сферической (или цилиндрической в двумерном случае), так что существенным оказывается собственно не форма ПФ, а то, как быстро сдвигаются эквипотенциальные поверхности при изменении k.

2. Нелинейность ξ_p различным образом сказывается на динамических и статических процессах [14]. В статическом пределе

$$\Pi(q,T) = (-k_F^2/8\pi^2)\int dp \int dx\big[\mathrm{th}(\xi_+/2T) + \mathrm{th}(\xi_-/2T)\big](\xi_+ + \xi_-)^{-1}, \qquad (2)$$

где $\xi_+ = \xi(p + qx/2)$, $\xi_- = \xi(p - qx/2)$, по p интегрирование в пределах $(-p_0, p_0)$, где p_0 определяется областью ω_-, а по x — $(-1, +1)$. В магнитном поле H вблизи T_c, где величина щели Δ мала, связь T_c и H определяется уравнением $\Delta(\mathbf{r}) = g\int \Pi_H(\mathbf{r}',\mathbf{r})\Delta(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'$, а $\Pi_H(\mathbf{r},\mathbf{r}') \approx \Pi(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\exp[i(2e/c)\mathbf{A}(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')]$, $\mathbf{A}$ — потенциал H. При этом $\Pi_H(\mathbf{q},\mathbf{r}) = \Pi[\mathbf{q} - (2e/c)\mathbf{A}(\mathbf{r})]$, так что оператор Π_H имеет те же собственные функции и собственные значения, что и $\mathbf{q} - (2e/c)\mathbf{A}(\mathbf{r})$. Поскольку собственные значения квадрата этого оператора известны, $q_n^2 = (n + 1/2)(4eH/\hbar c) + q_z^2$, то в изотропном случае оператор $\Pi(q)$ имеет собственные значения $\Pi(q_n)$. Поэтому поведение $H_{c2}(T)$ будет определяться из решения уравнения $\Pi_1(q_H, T) = \Pi_0(T_c) - \Pi_0(T)$, так что в основном представляет интерес асимптотика $\Pi_1(q) = \Pi(q) - \Pi_0$ для $q \to 0$, $\Pi_0(T) = \Pi(T, q = 0)$, и температурная зависимость $\Pi_0(T)$.

Обсудим поведение $\Pi(q)$ при различных m. Прежде всего, БКШ, $m = 1$, является исключительным случаем, поскольку $N = \mathrm{const}$ и интеграл (2) не содержит особенностей, вследствие чего можно производить разложение по q под знаком интеграла. Такая простота поведения проявляется и в пространственной фурье-компоненте гриновской функции $G(\omega, R) = \int(dp/2\pi)\exp(ipR)(i\omega - \xi_p)^{-1}$, поведение которой определяется всего одним простым полюсом $p_c = iw/v_F$, что в $\Pi(q) = (-Tk_F^2/\pi) \times \Sigma\int dx \int dR G(\omega, R)G(-\omega, R)\exp(iqxR)$ дает ряд по степеням q^2. При $m \neq 1$ вследствие зависимости N от ξ аналитические свойства G существенно усложняются (даже при m целых могут быть точки ветвления, в полюсах появляются вещественные части, так что $G(R)$ не является больше простой затухающей функцией). По этой причине асимптотическое поведение (2) должно устанавливаться после взятия интегралов. Отметим, что не все части асимптотического разложения одинаково чувствительны к величине m. Наиболее чувствительной является Π_0, определяющая T_c,

$$\Pi_0(T) = (k_F^2/2\pi^2 m\alpha^{1/m}) \int d\xi \,\mathrm{th}(\xi/2T)\xi^{-(s+1)}$$
$$= (k_F^2 T/\pi^2 m\alpha^{1/m}) \sin(\pi/2m) \sum \omega^{(1/m-2)}, \quad (3)$$

где верхним пределом интеграла по ξ есть ω_0, а суммирование ведется по положительным частотам. Для $m \leqslant 1$ основной вклад в (3) дается окрестностью ω_0 (при $m = 1$ это логарифмическое поведение БКШ). Для $m > 1$ интеграл и сумма быстро сходятся, поэтому верхний предел можно распространить до бесконечности. Это означает, что основной вклад вносят малые $\xi \ll 2T$. В этом случае

$$\Pi_0(T) = -k_F^2 \pi^{1/m-3}(1 - 2^{1/m-2})\zeta(2 - 1/m)/m$$
$$\times \sin(\pi/2m)\alpha^{1/m} T^{(1-1/m)}, \quad (4)$$

где ζ — дзета-функция. Для $m \geqslant 1$ T_c убывает до нуля при $g \to 0$, для $m < 1$ имеем случай слабой СП, когда условие возникновения T_c достаточно жесткое: $gN_c(\omega_0/W)^{1/m-1} > 1$, т.е. возникает порог, а $\Pi_0(T) \approx -(1/\alpha)^{1/m}(1-m)^{-1}\omega_0^{1/m-1}[1 - (2T/\omega_0)^{1/m-1} \times C(m)]$, где $C(m) = 2^{2-1/m}(1-2^{2-1/m})\Gamma(1/m)\zeta(1-1/m)$. В общем случае при $m > 1$ (2) не разлагается в ряд по q^2 и содержит вклады, пропорциональные q^{2m+1}. Для оценки части (2), зависящей от q, $\Pi_1(q,T)$, воспользуемся указанным выше обстоятельством, что основной вклад в интеграл вносят малые ξ. Это дает возможность разлагать $\mathrm{th}(p \pm qx/2)$ в ряды при условии малости $\alpha q^m \ll 2T$

$$\Pi_1(T) = (1/3)(k_F^2/2\pi^2)(1/2T)(2T/\alpha)^{1/m}$$
$$\times C_1\big[A(q) + B(q)\big], \quad (5)$$

где C_1 — числовой множитель, зависящий от параметра $m, A(q)$ — аналитическая функция от q^2. Ее выражение через безразмерную переменную λ есть

$$A(\lambda) = -2(m+1) + \big[(1+\lambda)^{2(m+1)}$$
$$-(1-\lambda)^{2(m+1)}\big]/\lambda - (1-\lambda^2)^{(2m+1)/2}$$
$$-(2m+1)F(-m, 1/2, 3/2, \lambda^2), \quad (6)$$

где $F(\alpha,\beta,\gamma;x)$ — гипергеометрическая функция Гаусса. При малых λ $A(\lambda) \approx C_2\lambda^2 - C_3\lambda^4$, где C_2 и C_3 — числовые коэффициенты, зависящие от m, $C_2 > 0$, а $C_3 > 0$ при $m < 3/2$ и $C_3 < 0$ при $m \geqslant 3/2$. Второе слагаемое в (6) равно $B(\lambda) = C_4\lambda^{2m+1}$, $C_4 > 0$.

3. Таким образом, разложение $\Pi(q)$ для нецелых $m > 1$ содержит как аналитическую по q^2, так и неаналитическую по q части (для целых m Π аналитична), но наименьшая степень q равна двум. Поэтому коэффициент при q^2 может быть получен и непосредственным дифференцированием под знаком интеграла в (2)

$$\Pi^{(2)}(q) = \frac{k_F^2\alpha^{1/m}[1 - 2^{-(2+1/m)}]\zeta(2+1/m)}{12\pi^{(3+1/m)}\sin(\pi/2m)T^{(1+1/m)}}q^2. \quad (7)$$

Отметим, что отдельные части асимптотического разложения могут быть справедливыми и в более широкой области, чем полное выражение. Так, (7) переходит в выражение БКШ при $m = 1$ и остается конечным до $m > 1/2$. Коэффициенты при высших степенях q могут расходиться для нецелых m, что подтверждает неаналитичность поведения, но чем больше величина m, тем выше дробная степень q.

В первом приближении из (4) и (7) имеем с точностью до числовых коэффициентов $H_{c2}(T) \sim T^{1+1/m}(T^{1/m-1} - T_c^{1/m-1})$, $m > 1$. В самой T_c вторая производная H_{c2} отрицательна, но при $T < T_c$ может менять знак. Так при $m = 1.1$ это происходит при $T \approx 0.2T_c$. В принципе положительность кривизны могла бы быть обеспечена следующим членом асимптотического разложения с показателем $r > 2$, но при условии, что коэффициент при нем отрицателен, однако для $1 < m3/2$ имеем $3 < 2m+1 < 4$, и там, где $C_3 > 0$, степень q в $B(\lambda)$ меньше четырех и $C_4 > 0$, поэтому при $m > 1$ больше проявляется тенденция к отрицательной кривизне H_{c2} в T_c. Для $1/2 < m < 1$ имеем $H_{c2}(T) \sim T^{1+1/m}(T_c^{1/m-1} - T^{1/m-1})$. Здесь также вторая производная в T_c отрицательна, однако температура смены знака уже ближе к T_c. При $m = 0.7$ $T = 0.4T_c$, а при $m \approx 1/2$ $T \approx 0.5T_c$. И наконец, при $m < 1/2$ в (7) возникает неаналитичность, что свидетельствует о том, что возможны степени q с показателем $r < 2$. Это тот случай, когда H_{c2} может иметь положительную кривизну даже с нулевой производной. Заметим, что такая ситуация соответствует обеднению ПС вблизи ПФ и должна сопровождаться резким уменьшением T_c. Реально обеднение ПС имеет место при отклонении структуры кристалла и заполнения зоны проводимости от тех оптимальных условий, которые обеспечивают максимальность температуры сверхпроводящего перехода [11]; чаще всего именно в этих условиях и наблюдается положительность кривизны с почти нулевой производной.

Список литературы

[1] J.S. Moodera, R. Meservey et al. Phys. Rev. **B37**, *1*, 619 (1988).
[2] Н.Е. Алексеевский, А.В. Митин и др. ЖЭТФ **97**, *1*, 263 (1990).
[3] Н.В. Аншукова, В.Б. Гинодман и др. ЖЭТФ **97**, *5*, 1635 (1990).

[4] Н.Е. Олексеевский, В.Н. Нарожный. Письма в ЖЭТФ **39**, *10*, 456 (1984).
[5] Р.Н. Любовская, Р.Б. Любовский и др. Письма в ЖЭТФ **51**, *6*, 317 (1990).
[6] А.А. Абрикосов. Основы теории металлов. М. (1987). 502 с.
[7] И.А. Лукьянчук, В.П. Минеев. ЖЭТФ **93**, *6*, 2045 (1987).
[8] Б.И. Белевцев. УФН **160**, *1*, 65 (1990).
[9] А.С. Александров, Д.А. Самарченко. ЖЭТФ **99**, *2*, 574 (1991).
[10] M.B. Salamon, S.E. Inderheers et al. Phys. Rev. **B38**, *1*, 885 (1988).
[11] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. ФТТ **36**, *8*, 2201 (1994); **36**, *10*, 3079 (1994); **37**, *8*, 2238 (1995); **39**, *11*, 1940 (1997).
[12] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. ГИФМЛ, М. (1963). 443 с.
[13] В.Н. Антонов, Вл.Н. Антонов, В.Т. Барьяхтар и др. ЖЭТФ **96**, *2*, 732 (1989).
[14] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. ФТТ **40**, *4*, 603 (1998).