

Локализация электрона на одномерной цепочке из периодически расположенных случайных δ -потенциалов

© Д.М. Седракан, Д.А. Бадалян, А.Ж. Хачатрян*

Ереванский государственный университет,
375049 Ереван, Армения

* Государственный инженерный университет Армении,
375049 Ереван, Армения

E-mail: dsedrak@www.physdep.r.am
*akhachat@www.physdep.r.am

(Поступила в Редакцию 16 июля 1998 г.
В окончательной редакции 9 февраля 1999 г.)

Развит новый метод, позволяющий провести точную процедуру усреднения сопротивления цепочки из периодически расположенных случайных короткодействующих потенциалов. Показано, что зависимость среднего сопротивления системы от ее длины при произвольном характере беспорядка на центрах есть сумма трех показательных функций. Исследован характер локализации состояний в зависимости от параметров беспорядка системы и энергии одноэлектронных состояний.

Изучение процессов прохождения электронов через слои случайно-неоднородных сред является одной из важных задач теории неупорядоченных систем (см., например, [1]). В настоящее время решение этой проблемы для двух- и трехмерных систем наталкивается на непреодолимые математические трудности. Вместе с тем интенсивно исследуются одномерные модели (см. [2–14]). Это связано, в частности, с тем, что в ряде случаев одномерные модели допускают точные решения, что позволяет проследить за эволюцией электронных состояний в зависимости от размера образца при произвольном значении силы взаимодействия.

Для одномерной системы электропроводность при нулевой температуре есть обратная величина к сопротивлению Ландауэра ρ , которое в свою очередь может быть представлено как [2,3]

$$\rho = R/T, \quad (1)$$

где R и T — соответственно коэффициенты отражения и прохождения электрона. Если неидеальная область представляет собой однородный металл с неподвижными случайными рассеивателями, где все электронные состояния локализованы, то среднее сопротивление Ландауэра $\langle \rho \rangle$ выражается через длину цепочки L (когда $L \rightarrow \infty$) следующей формулой [2–5]:

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{2} (e^{L/\xi} - 1), \quad (2)$$

где принято $\hbar = e^2 = 1$, $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по всевозможным реализациям случайного поля. Здесь ξ — радиус локализации одноэлектронных состояний, зависящий от энергии электрона, вида потенциалов случайного поля, и не зависящий от длины образца.

В работе [15] получено точное решение для среднего сопротивления и найдена зависимость радиуса локализации от параметров порядка и энергии электрона для модели цепочки из периодически расположенных случайных δ -рассеивателей, когда среднее значение потенциала

равно нулю. В [16] методом трансфер-матриц был найден общий вид решения для среднего сопротивления модели, рассмотренной в [15], когда среднее значение потенциала отлично от нуля.

В настоящей работе предлагается новый простой метод, который позволяет в общем случае найти точное решение для среднего сопротивления цепочки из случайных короткодействующих потенциалов. Показано, что все одноэлектронные состояния локализованы и найдена зависимость радиуса локализации от параметров модели, при произвольных значениях энергии электрона.

1. Уравнение для среднего сопротивления

Рассмотрим модель, в которой N случайных δ -потенциалов расположены в узлах одномерной цепочки с координатами $x_l = la$, где a — период одномерной структуры

$$V(x) = \sum_{l=1}^N V_l \delta(x - x_l). \quad (3)$$

Пусть мощности δ -потенциалов V_1, V_2, \dots, V_N суть независимые случайные величины, принимающие любые значения в интервале $(-\frac{W}{2}, \frac{W}{2})$ с плотностью вероятности $\sim f(V_i)$ ($f(V_i)$ — производная функция, $\int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} f(V_i) dV_i = 1$).

Следуя [14,15], для среднего по ансамблю $\langle \rho_N \rangle$ можем написать

$$\langle \rho_N \rangle = \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \dots \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} (|D_N|^2 - 1) f(V_1) \dots f(V_N) dV_1 \dots dV_N, \quad (4)$$

где

$$D_N = 1 + \sum_{p=1}^N \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_p} \frac{iV_{j_1}}{2k} \frac{iV_{j_2}}{2k} \dots \frac{iV_{j_p}}{2k} \times \prod_{e=1}^{p-1} (1 - \exp 2ik(x_{j_{e+1}} - x_{j_e})). \quad (5)$$

Ряд D_N удовлетворяет рекуррентному уравнению [9]

$$D_N = A_N D_{N-1} - B_N D_{N-2}, \quad (6)$$

где

$$A_N = 1 + B_N + C_N; \quad B_N = (V_N/V_{N-1}) \exp(i\gamma),$$

$$C_N = (iV_N/2k)(1 - \exp(i\gamma)); \quad A_1 = 1 + iV_1/2k,$$

$$\gamma = 2ka, \quad D_0 = 1, \quad D_{-1} = 0.$$

Как следует из (4), задача определения среднего сопротивления цепочки случайных δ -рассеивателей сводится к нахождению среднего значения $|D_N|^2$. Непосредственное вычисление $|D_N|^2$ и его усреднение по формуле (4) представляет собой весьма трудную математическую задачу. Поэтому возникает необходимость получения для $\langle |D_N|^2 \rangle$ (или $\langle \rho \rangle$) уравнения, решение которого дало бы возможность найти зависимость среднего сопротивления от параметров модели и энергии электрона.

Это уравнение имеет следующий вид (см. Приложение):

$$\langle \rho_N \rangle = (l+m)\langle \rho_{N-1} \rangle - (l-m)\langle \rho_{N-2} \rangle + \langle \rho_{N-3} \rangle + m, \quad (7)$$

где l и m определяются выражениями

$$l = 4(\cos \gamma/2 + \beta \sin \gamma/2)^2 - 1; \quad m = 2(\alpha - \beta^2)(1 - \cos \gamma),$$

$$\alpha = \langle V_l^2 \rangle / 4k^2, \quad \beta = \langle V_l \rangle / 2k.$$

Уравнение (7) представляет собой конечно-разностное (рекуррентное) уравнение с начальными условиями (П.18).

Заметим, что решение уравнения с условиями (П.18) эквивалентно задаче решения конечно-разностного уравнения интегрального типа

$$\langle \rho_N \rangle = (\alpha - \beta^2)N + \beta^2 \frac{\sin^2(N\gamma/2)}{\sin^2(\gamma/2)} + \sum_{n=1}^{N-1} F_{N-n} \langle \rho_n \rangle, \quad (8)$$

где

$$F_n = (\alpha - \beta^2)(1 - \cos n\gamma) + 2(2\beta + \beta^2 \operatorname{tg}(\gamma/2)) \sin n\gamma.$$

При $\beta = 0$ (средний потенциал равен нулю) уравнение (8) переходит в уравнение для $\langle \rho_N \rangle$, полученное в [15] другим методом.

2. Среднее сопротивление системы

Следуя работам [15,16], будем искать зависимость среднего сопротивления цепочки от ее длины в следующем виде:

$$\langle \rho_N \rangle = \sum_{j=1}^p T_j t_j^N + T_0, \quad (9)$$

где t_j , T_j , T_0 не зависит от N . Подставляя (9) в (7) (или в (8)), получаем $T_0 = -1/2$ и характеристическое уравнение для определения величин x_j

$$t_j^3 - t_j^2(l+m) + t_j(l-m) - 1 = 0, \quad (10)$$

где l и m определяется выражением (7).

Уравнение (10) — третьей степени и, следовательно, в выражении (9) $p = 3$.

Подставляя (9) в граничные условия (П.18), с учетом характеристического уравнения (10) получим систему уравнений для определения T_j

$$\sum_{j=1}^3 T_j t_j = \frac{1}{2} + \alpha, \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^3 \frac{T_j}{1+t_j} = \frac{1}{4} + \frac{(\beta^2 - \alpha) \cos^2 ka}{\cos^2 \varphi}, \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^3 T_j = \frac{1}{2}, \quad (13)$$

где $\cos \varphi = \cos \gamma/2 + \beta \sin \gamma/2$.

Систему уравнения (11)–(13) можно также получить требованием удовлетворения решения (9) уравнению (8). Решение линейной системы уравнений (11)–(13) приводит к следующим выражениям для коэффициентов T_1 , T_2 , T_3 :

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{4b(1+l) - (1-t_1)(l+m-2a-t_1+1)}{(t_2-t_1)(t_3-t_1)}, \quad (14)$$

где

$$a = \alpha + \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4} + \frac{(\beta^2 - \alpha) \cos^2 ka}{16k^2 \cos^2 \varphi}.$$

Коэффициенты T_2 , T_3 получаются из T_1 с помощью циклической перестановки величин t_1 , t_2 , t_3 .

Таким образом, зависимость среднего сопротивления рассматриваемой модели цепочки от ее длины в общем случае выражается суммой трех показательных функций от корней характеристического уравнения (10) t_1 , t_2 , t_3 с коэффициентом T_1 , T_2 , T_3 .

Корни кубического уравнения (10) выражаются через радикалы

$$t_1 = A + B + \frac{l+m}{3}, \quad t_2, t_3 = -\frac{A-B}{2} \sqrt{3} + \frac{l+m}{3}, \quad (15)$$

где

$$A = \sqrt[3]{-\frac{q}{3} + \sqrt{Q}}, \quad B = \sqrt[3]{-\frac{q}{3} - \sqrt{Q}} \quad (16)$$

и

$$Q = \frac{2l}{3} \frac{c^2 + 3m^2}{9} - \frac{1}{12} \left(\frac{l^2 - m^2}{3} \right)^2 - \frac{l^2 - m^2}{6} + \frac{1}{4},$$

$$q = -2 \left(\frac{l^2 + m^2}{3} \right)^3 - \frac{l^2 - m^2}{6} - \frac{1}{2}. \quad (17)$$

Уравнение (10) при $Q > 0$ имеет один действительный и два комплексно-сопряженных корня, а при $Q \leq 0$ все три корня являются действительными.

Рассмотрим некоторые частные случаи. Для известной модели Кроннига–Пенни сопротивление ρ_N можно получить из решения (9) подстановкой $\alpha = \beta^2$. Действительно, из (15) в этом случае получаем

$$t_1 = 1, \quad t_2 = \exp(i2\varphi), \quad t_3 = \exp(-i2\varphi). \quad (18)$$

Тогда, подставляя (18) в (15), имеем

$$T_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\beta^2}{\sin^2 \varphi} - 1 \right\}, \quad T_2 = T_3 = \frac{1}{4} \frac{\beta^2}{\sin^2 \varphi}. \quad (19)$$

Подстановка (18), (19) в (9) сразу приводит к известному результату [9]

$$\rho_N = \frac{V^2}{4k^2} \frac{\sin^2 N\varphi}{\sin^2 \varphi}, \quad (20)$$

где $\cos \varphi = \cos ka + \frac{V}{2k} \sin ka$, V — мощность одиночного δ -потенциала.

Рассмотрим другой частный случай, когда энергия электрона соответствует краю энергетической зоны ($ka = \pi$, $k^2 = E$ — энергия электрона) и параметры беспорядка α и β могут принимать произвольные значения. В этом случае среднее сопротивление $\langle \rho_N \rangle$ имеет следующий вид:

$$\langle \rho_N \rangle = (\alpha - \beta^2) N + \beta^2 N^2. \quad (21)$$

Как видно из (21), зависимость среднего сопротивления системы от ее длины состоит из линейного и квадратичного относительно N слагаемых. Степенная зависимость $\langle \rho_N \rangle$ от N приводит к тому, что состояние $ka = \pi$ оказывается делокализованным. Это хорошо известная особенность рассматриваемой модели, связанная с выбором потенциалов взаимодействия в виде δ -функций [1,9].

3. Локализация состояний

Прежде чем рассматривать асимптотическое поведение $\langle \rho_N \rangle$ при $N \rightarrow \infty$, выясним некоторые свойства корней характеристического уравнения (10).

Для этого запишем (10) в следующем виде:

$$l = \frac{t^2 + t + 1}{t} m - \frac{t + 1}{t - 1}. \quad (22)$$

Будем рассматривать l и m как линейно зависимые переменные, а корень t характеристического уравнения (10) — как некий независимый параметр уравнения (22). Как видно из определений l и m (П.9), для произвольно заданных ka , β и α ($\alpha \geq 0$, $\alpha - \beta^2 \geq 0$) они могут принимать численные значения только в интервалах

$$l \in [-1, \infty) \quad \text{и} \quad m \in [0, \infty). \quad (23)$$

Можно показать, что только для определенных x уравнение (22), которое на плоскости (l, m) выглядит как прямая линия, пересекает область определения переменных l и m (23). Ясно, что действительные корни характеристического уравнения имеют такие численные значения, для которых прямая (22) проходит через область (23). Это имеет место, когда t принимает значение в интервале

$$t \in [-1, \infty). \quad (24)$$

Из сказанного вытекает, что характеристическое уравнение (10) всегда имеет действительный корень, который больше или равен единице. При $Q > 0$ модуль комплексных корней меньше единицы. Заметим, что возможно и наличие двух корней бóльших единицы ($Q \leq 0$). Следовательно, радиус локализации, согласно (2), определяется формулой

$$\xi = \frac{a}{\ln t_1}, \quad (25)$$

где t_1 — наибольший действительный корень ($t_1 \geq 1$) уравнения (10).

Как видно из (25), когда $t_1 = 1$, радиус локализации становится бесконечным, т.е. имеет место делокализация состояний. Действительно, как видно из (18), случай $t_1 = 1$ соответствует модели Кроннига–Пенни ($\langle V^2 \rangle = \langle V \rangle^2$), когда энергия электрона лежит в пределах разрешенной зоны ($|\cos \varphi| \leq 1$).

Когда дисперсия потенциала отлична от нуля, то t_1 больше единицы. Тогда все электронные состояния являются локализованными.

Найдем радиус локализации для физически интересного случая, когда энергия частицы лежит в пределах разрешенной зоны модели Кроннига–Пенни, а дисперсия потенциала σ^2 намного меньше его среднего значения, т.е. $\langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2 \ll V^2$. В этом случае t_1 близко к единице и его можно искать в виде

$$t_1 = 1 + \Delta t, \quad 0 < \Delta t \ll 1. \quad (26)$$

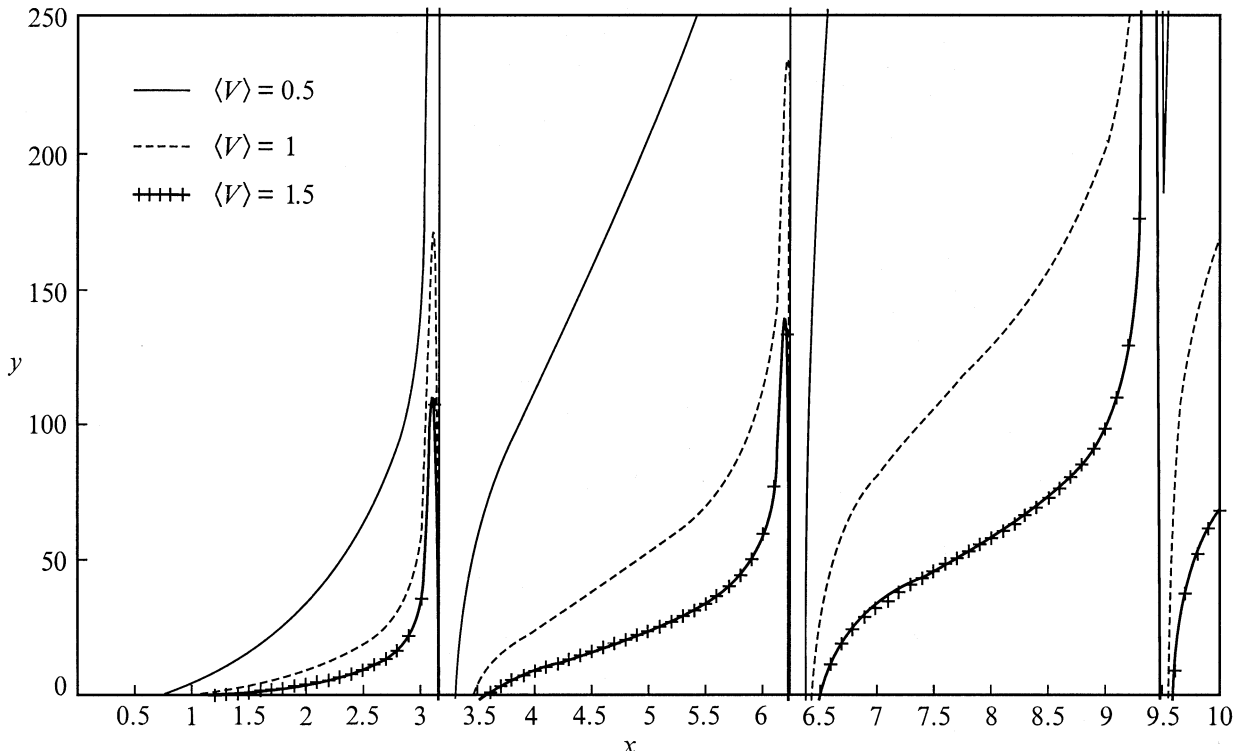
Подставляя (26) в (10) и оставляя только члены, линейные по σ^2 , для Δt получим

$$\Delta t = \frac{2m}{3 - e}. \quad (27)$$

Подставляя (26) в (25), с учетом (27) для радиуса локализации окончательно получим

$$\xi = \frac{2ak^2}{\sigma^2} \left(\frac{\sin \varphi}{\sin ka} \right)^2. \quad (28)$$

Формула (28) определяет зависимость радиуса локализации от дисперсии потенциала.



Зависимость $y = \frac{\sigma^2}{\langle V \rangle^2} \xi$ от $x = ka$ для различных значений среднего потенциала $\langle V \rangle$ и $a = 1$.

В конце отметим, что равенство между корнями уравнения (10), т.е. $t_1 = t_2 = t_3 = 1$, выполняется в случае, когда $Q = 0$, который соответствует состояниям $ka = \pi m$ ($m = 1, 2, \dots$). Как видно из (25), данные состояния являются делокализованными [17,18].

В заключение отметим, что найдено решение для среднего сопротивления $\langle \rho \rangle$ одномерной цепочки из N периодически расположенных случайных δ -рассеивателей. Зависимость $\langle \rho \rangle$ от длины системы при произвольном характере беспорядка на центрах есть сумма трех показательных функций. В пределе бесконечно длинной цепочки среднее сопротивление для значений параметра беспорядка ($\sigma^2 \neq 0$) экспоненциально растет, что свидетельствует о локализации всех состояний одноэлектронного спектра.

Найдена зависимость радиуса локализации от параметров задачи. Для случая слабого беспорядка получено аналитическое выражение (28) ξ зависимости от энергии электрона и дисперсии потенциала. Как видно из (28), в разрешенных зонах потенциала Кроннига-Пенни одночастичные электронные состояния имеют конечный радиус локализации, зависимость которого от энергии частицы представлена на рисунке. Только на краях разрешенных зон $k = \pi m$ радиус локализации стремится к бесконечности, что связано с выбором потенциала в виде δ -функций. Как видно из рисунка, радиус локализации есть многозначная функция от энергии электрона в различных зонах. Для произвольно заданной энергии k с увеличением среднего потенциала $\langle V \rangle$ радиус локализации уменьшается.

Один из авторов (Д.А. Бадалян) выражает благодарность В.М. Гаспаряну за обсуждение полученных результатов.

Приложение

Введем новую функцию

$$S_N = D_N - D_{N-1}. \quad (\text{П.1})$$

Тогда из (6) получим

$$S_N = C_N D_{N-1} - B_N S_{N-1}. \quad (\text{П.2})$$

Использование S_N удобно, так как ее можно представить в виде

$$S_N = C_N f_{N-1}, \quad (\text{П.3})$$

где функция

$$f_{N-1} = (1 + B_N/C_N)D_{N-1} - (B_N/C_N)D_{N-2} \quad (\text{П.4})$$

не зависит от V_N . Теперь из (П.2), (П.3) можно установить связь между функциями D_N и f_N

$$D_{NB} = f_N - b f_{N-1}, \quad (\text{П.5})$$

где $b = \exp(i\gamma)$.

Зависимость $|D_N|^2$ от функций f_N , f_{N-1} получится из (П.5)

$$|D_N|^2 = |f_N|^2 + |f_{N-1}|^2 - b^* f_N f_{N-1}^* - b f_N^* f_{N-1}. \quad (\text{П.6})$$

Найдем рекуррентное уравнение для f_N . Заменим N на $N - 1$ в (П.5) и составим разность $D_N - D_{N-1}$. С учетом (П.1), (П.3) получим

$$f_N = a_N f_{N-1} - b f_{N-2}, \quad (\text{П.7})$$

где $a_N = 1 + b + C_N$. Уравнение (П.7) приводит к рекуррентному соотношению

$$|f_N|^2 = (|a_N|^2 - 1) |f_{N-1}|^2 + (1 - |a_{N-1}|^2 - a_N a_{N-1}^* - a_N^* a_{N-1}) |f_{N-2}|^2 + |f_{N-3}|^2. \quad (\text{П.8})$$

Полученное уравнение примечательно тем, что функции $|f_k|^2$ ($k = N - 1, N - 2$) и соответствующие им коэффициенты не содержат общих случайных потенциалов V_i , поэтому могут быть усреднены независимо друг от друга. По формуле (4) получим

$$\langle |f_N|^2 \rangle = (l + m) \langle |f_{N-1}|^2 \rangle - (l - m) \langle |f_{N-2}|^2 \rangle + \langle |f_{N-3}|^2 \rangle, \quad (\text{П.9})$$

где

$$l = 4(\cos \gamma / 2 + \beta \sin \gamma / 2)^2 - 1; \\ m = 2(\alpha - \beta^2)(1 - \cos \gamma), \\ \alpha = \langle V_i^2 \rangle / 4k^2, \quad \beta = \langle V_i \rangle / 2k.$$

Теперь, используя (13), из (12) получим

$$|D_N|^2 = |f_N|^2 + (1 - a_N - a_N^*) |f_{N-1}|^2 + (a_{N-1} + a_{N-1}^*) |f_{N-2}|^2 - b^* f_{N-2} f_{N-3}^* - b f_{N-2}^* f_{N-3}. \quad (\text{П.10})$$

Заменив индекс N на $N - 2$ в (П.6) и используя (П.10), составим разность $W_N = |D_N|^2 - |D_{N-2}|^2$. Получим

$$Q_N = |f_N|^2 + (1 - a_N - a_N^*) |f_{N-1}|^2 + (1 - a_{N-1} - a_{N-1}^*) |f_{N-2}|^2 - |f_{N-3}|^2. \quad (\text{П.11})$$

Усредним (П.11) по формуле (4)

$$\langle Q_N \rangle = \langle |f_N|^2 \rangle + \lambda \langle |f_{N-1}|^2 \rangle - \lambda \langle |f_{N-2}|^2 \rangle - \langle |f_{N-3}|^2 \rangle, \quad (\text{П.12})$$

где

$$\lambda = -(1 + 2 \cos \gamma + 2 \beta \sin \gamma).$$

Средние $\langle Q_N \rangle$ удовлетворяют рекуррентному уравнению

$$\langle Q_N \rangle = (l + m) \langle Q_{N-1} \rangle - (l - m) \langle Q_{N-2} \rangle + \langle Q_{N-3} \rangle. \quad (\text{П.13})$$

В этом можно убедиться, используя (П.12) и (П.9).

Введем среднее $\langle P_N \rangle = \langle |D_N|^2 \rangle - \langle |D_{N-1}|^2 \rangle$. Тогда

$$\langle Q_N \rangle = \langle P_N \rangle + \langle P_{N-1} \rangle. \quad (\text{П.14})$$

Из (П.13) и (П.14) следует, что имеют место следующие уравнения, аналогичные (П.9), (П.12):

$$\langle P_N \rangle = (l + m) \langle P_{N-1} \rangle - (l - m) \langle P_{N-2} \rangle + \langle P_{N-3} \rangle,$$

$$\langle P_{N-1} \rangle = (l + m) \langle P_{N-2} \rangle - (l - m) \langle P_{N-3} \rangle + \langle P_{N-4} \rangle. \quad (\text{П.15})$$

Продолжая (П.15) вплоть до уравнения для $\langle P_4 \rangle$, получим цепочки из $N - 3$ уравнений. Суммируя их и принимая во внимание, что, согласно определению, $\langle P_N \rangle = \langle \rho_N \rangle - \langle \rho_{N-1} \rangle$, получим

$$\langle \rho_N \rangle + (l + m) \langle \rho_{N-1} \rangle - (l - m) \langle \rho_{N-2} \rangle + \langle \rho_{N-3} \rangle + C, \quad (\text{П.16})$$

где

$$C = \langle \rho_3 \rangle - (l + m) \langle \rho_2 \rangle + (l - m) \langle \rho_1 \rangle + \langle \rho_0 \rangle. \quad (\text{П.17})$$

Первые средние $\langle \rho_k \rangle$ ($k = 0, 1, 2, 3$) легко получить непосредственно из (6) и (4). Имеем

$$\langle \rho_0 \rangle = 0, \quad \langle \rho_1 \rangle = \alpha, \\ \langle \rho_2 \rangle = 2\alpha + 2\alpha^2(1 - \cos \gamma) + 4\alpha\beta \sin \gamma + 2\beta^2 \cos \gamma; \\ \langle \rho_3 \rangle = 3\alpha + 8\alpha^2 + 4\alpha^3 + 6\alpha\beta^2 \\ + (4\beta^2 - 4\alpha^2 + 8\alpha\beta^2 - 8\alpha^3) \cos \gamma \\ + (4\alpha^3 - 8\alpha\beta^2 - 4\alpha^2) \cos^2 \gamma \\ + (2\beta^2 - 6\alpha\beta^2) \cos 2\gamma + (16\alpha^2\beta + 8\alpha\beta) \sin \gamma \\ + (4\beta^3 - 8\alpha^2\beta + 4\alpha\beta) \sin 2\gamma. \quad (\text{П.18})$$

Подставляя (П.18) в (П.17), получим, что $C = m$.

Список литературы

- [1] И.М. Лифшиц, С.А. Гредескул, Л.А. Пастур. Введение в теорию неупорядоченных систем. Наука, М. (1982). 360 с.
- [2] R. Landauer. Phil. Mag. **21**, 863 (1970).
- [3] F.W. Anderson, D.L. Thouless, E. Abrahams, D.S. Fisher. Phys. Rev. **B22**, 3519 (1980).
- [4] В.А. Мельников. ФТТ **22**, 8, 2404 (1980).
- [5] В.Н. Пригодин. ЖЭТФ **79**, 8, 2338 (1980).
- [6] G.M. Soukolis, I.V. Jose, E.N. Economou, Ping Sheng, Phys. Lett. **50**, 786 (1983).
- [7] В.И. Перель, Д.И. Поляков. ЖЭТФ **86**, 352 (1984).
- [8] N. Kumar. Phys. Rev. **B31**, 5513 (1985).
- [9] V.M. Gasparyan, B.L. Altshuler, A.G. Aronov, Z.H. Kasamarian. Phys. Lett. **A132**, 201 (1988).
- [10] А.П. Дмитриев. ЖЭТФ **95**, 234 (1989).
- [11] В.Н. Дорохов. ЖЭТФ **101**, 6, 2001 (1992).
- [12] N. Zekri, M. Schreiber, R. Ouasti, R. Rouamranc, A. Brezini. Z. Phys. **B99**, 381 (1996).
- [13] Б.Н. Шалаев. ФТТ **32**, 3586 (1990).
- [14] V.M. Gasparian, Ash.Zh. Khchatrian. Solid State Commun. **12**, 1061 (1993).
- [15] Д.М. Седракан, Д.А. Бадалян, В.М. Гаспарян, А.Ж. Хачатрян. ЖЭТФ **111**, 575 (1997).
- [16] P. Erdos, C. Herdon. Solid State Commun. **98**, 495 (1996).
- [17] Ю.А. Бычков. Письма в ЖЭТФ **17**, 226 (1973).
- [18] В. Крамер. Localization and transport in one-dimensional disordered systems. Preprint PTB (1998).