

Управление самопульсациями квазичастиц в кристалле CuCl

© А.Х. Ротару, В.З. Трончу*,**

Государственный университет Молдавии,
Кишинев, Молдавия

* Институт физики, Университет Гумбольдта,
Берлин, Германия

** Институт прикладной физики Академии наук Молдавии,
МД-2028 Кишинев, Молдавия

(Поступила в Редакцию 19 января 1999 г.)

Построена теория регулярных и хаотических самопульсаций в кристалле CuCl в геометрии кольцевого резонатора. Выведена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая динамическую эволюцию когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов. Показано, что на нестабильных участках кривых оптической бистабильности возможно возникновение нелинейных периодических и хаотических самопульсаций с рождением в фазовом пространстве системы предельных циклов и странных аттракторов. В компьютерном эксперименте определены значения параметров, при которых в системе возникают достоверные переключения и найдены области значений параметров, при которых в системе происходит переход от странного аттрактора к предельному циклу. Обсуждается возможность экспериментального обнаружения изучаемых явлений.

Бурное развитие техники и науки ставит на одно из первых мест проблему накопления и быстрой обработки огромного количества информации. Являясь одним из наиболее ярких примеров оптической самоорганизации, оптическая бистабильность (ОБ) открывает огромные перспективы для практического применения в этой области. В работах [1,2] излагаются теоретические основы ОБ, описываются бистабильные материалы и устройства, рассмотрены оптические переключения и проводится анализ нестабильностей и других явлений. В настоящее время прикладные исследования направлены на оптимизацию оптических бистабильных устройств: уменьшение их размеров, времен переключения и мощностей потоков. Времена переключения бистабильных элементов как правило порядка времен релаксации динамических величин устройства. Именно малые времена релаксации динамических величин экситонов и биэкситонов позволяют предположить, что можно получить бистабильные оптические элементы с временами переключения порядка 10^{-12} s. Другой не менее важной задачей является получение бистабильных элементов с малой энергией переключения и достоверными переключениями. Однако на работу бистабильного оптического элемента могут повлиять самопульсации, возникающие на нестабильных участках кривых ОБ. Поэтому большой интерес представляет эффект управления самопульсациями, возникающими в системе. Благодаря малым потерям света и малым интенсивностям в последнее время активно исследуются структуры с квантовыми ямами [3].

Впервые ОБ в экситонной области спектра была изучена теоретически в работах Елесина и Копаева [4]. К этому же кругу вопросов относятся и работы Когелапа и др. [5,6]. В наших работах [7–10], исходя из уравнений Келдыша [11], были построены теории ОБ, переключений, возникновения и разрушения стохастических самопульсаций в системе когерентных экситонов большой плотности с учетом экситон-экситонного взаимодей-

ствия. Эти явления были обнаружены экспериментально в работах Днепровского с сотрудниками [12–14].

Отметим, что ОБ, переключения и самопульсации экситонов и биэкситонов изучались в работах [15–17]. В работе [15] нами изучена стационарная и нестационарная ОБ и мультистабильность и предсказана возможность возникновения пространственной турбулентности в системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов в кристаллах. В [16] найден сценарий перехода в режим динамического хаоса и изучена также динамическая ОБ. В качестве модели выбран кристалл CuCl, где имеются убедительные экспериментальные доказательства существования биэкситона. Новый класс нелинейных кооперативных явлений при распространении света в прямозонных полупроводниках изучен в [17]. Нелинейность обусловлена процессом прямого связывания двух экситонов в биэкситон за счет их кулоновского взаимодействия [18,19].

В кристалле CuCl энергия связи биэкситона имеет величину порядка 40 meV, поэтому экситонная полоса поглощения и M-полоса рекомбинации биэкситона существенно отделены друг от друга. Вследствие большой энергии связи биэкситона частота фотона, резонансная с частотой экситонного перехода, обладает большой расстройкой резонанса по отношению к переходу в области M-полосы люминесценции, поэтому необходимо учитывать одновременное действие двух независимых импульсов света, каждый из которых находится в резонансе с определенным переходом.

В данной работе построена теория регулярных и хаотических самопульсаций в кристалле CuCl при участии когерентных экситонов и биэкситонов. В геометрии кольцевого резонатора выведена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая динамическую эволюцию когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов. Изучена стабильность стационарных состояний. Показано, что на нестабильных участках кривых ОБ

возможно возникновение нелинейных периодических и хаотических самопульсаций с рождением в фазовом пространстве системы предельных циклов и странных аттракторов. Найден сценарий перехода в режим динамического хаоса. В компьютерном эксперименте определены области значений параметров, при которых в системе происходит переход от странного аттрактора к предельному циклу. Определены значения параметров, при которых в системе возникают достоверные переключения. В заключение обсуждается возможность экспериментального обнаружения изучаемых явлений.

1. Основные уравнения

Полный гамильтониан задачи состоит из суммы гамильтонианов свободных экситонов, биекситонов и полей и гамильтониана взаимодействия, который в принятой модели имеет вид

$$H_{\text{int}} = -\hbar g(E_1^- a + a^+ E_1^+) - \hbar g G(a^+ b E_2^- + a b^+ E_2^+), \quad (1)$$

где a^+ (b^+) — оператор рождения экситона (биекситона), g — константа экситон-фотонного взаимодействия, G — константа оптической конверсии экситона в биекситон, $E^{+(-)}$ — положительно (отрицательно)-частотная компонента электрического поля электромагнитной волны j -го импульса.

Уравнения движения для амплитуд экситонов a и биекситонов b имеют вид

$$i \frac{da}{dt} = \omega_{\text{ex}} a - i\gamma_{\text{ex}} a - gE_1^+ - gGbE_2^-, \quad (2)$$

$$i \frac{db}{dt} = \omega_{\text{biex}} b - i\gamma_{\text{biex}} b - gGE_2^+ a, \quad (3)$$

где $\hbar\omega_{\text{ex}}$ и $\hbar\omega_{\text{biex}}$ — энергии образования экситона и биекситона, γ_{ex} и γ_{biex} — константы затухания экситонов

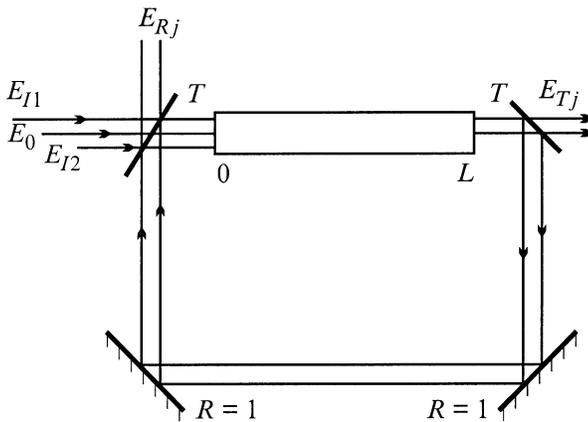


Рис. 1. Схема кольцевого резонатора: E_{I1} , E_{I2} — амплитуды падающих полей, E_0 — внешняя периодическая сила вида $E_0 = \alpha \sin \tilde{\omega} \tau$, E_{Rj} , E_{Tj} — амплитуды отраженных и прошедших полей соответственно, T — коэффициент пропускания зеркала резонатора, $j = 1, 2$.

и биекситонов соответственно, определяющие скорость ухода квазичастиц из когерентных мод в некогерентные и введенные в уравнения движения феноменологически. Отметим, что эти уравнения могут быть получены строго в рамках квантовой теории флуктуаций и затуханий из потоковой части соответствующего уравнения Фоккера-Планка [20].

Уравнения движения для положительно-частотной компоненты полей E_1^+ и E_2^+ имеют следующий вид:

$$c_1^2 \frac{d^2 E_1^+}{dt^2} - \frac{d^2 E_1^+}{dz^2} = 4\pi \hbar g \frac{d^2 a}{dt^2}, \quad (4)$$

$$c_2^2 \frac{d^2 E_2^+}{dt^2} - \frac{d^2 E_2^+}{dz^2} = 4\pi \hbar G g \frac{d^2 (a^+ b)}{dt^2}, \quad (5)$$

где c_1 и c_2 — скорости распространения полей в среде.

Решения уравнений (2)–(5) представим в виде произведения медленно меняющихся огибающих и быстро осциллирующих компонент с несущими частотами ω_1 и ω_2 и волновыми векторами k_1 и k_2

$$a(z, t) = A(z, t) e^{i(k_1 z - \omega_1 t)},$$

$$b(z, t) = B(z, t) e^{i(k_1 + k_2)z - (\omega_1 + \omega_2)t},$$

$$E(z, t) = X(z, t) e^{i(k_1 z - i\omega_1 t)}. \quad (6)$$

Рассмотрим далее теорию ОБ в геометрии кольцевого резонатора. Пусть образец длиной L помещен между входным и выходным зеркалами резонатора, которые характеризуются коэффициентом пропускания T . Два других зеркала считаются идеально отражающими (см. рис. 1). Граничные условия для кольцевого резонатора имеют вид

$$E_j^+(0, t) = T^{1/2} E_{I,j} + R e^{i\beta_{0,j}} E_j^+(L, t - \Delta t);$$

$$E_{T,j}(t) = T^{1/2} E_j^+(L, t), \quad (7)$$

где $E_{T,j}$ и $E_{I,j}$ — амплитуды падающего на входное зеркало резонатора и прошедшего через резонатор полей, $R = 1 - T$ — коэффициент отражения зеркал 1 и 2 резонатора, Δt — время запаздывания, вносимого обратной связью $\Delta t = (2l + L)/c_0$, c_0 — скорость света в вакууме, β_0 — набег фаз в резонаторе.

Подставляя (6) в уравнения (2)–(5), в приближении медленно меняющихся огибающих [1] и в приближении среднего поля [1,21] с учетом граничных условий (7) получаем

$$\frac{dX_1}{d\tau} = \sigma_1(-X_1 + 2C_1 A + Y_1), \quad (8)$$

$$\frac{dX_2}{d\tau} = \sigma_2(-X_2 - 2C_2 AB + Y_2), \quad (9)$$

$$\frac{dA}{d\tau} = -dA - d(X_1 + X_2 B), \quad (10)$$

$$\frac{dB}{d\tau} = -B + X_2 A, \quad (11)$$

где X_1 , X_2 , Y_1 , Y_2 — нормированные амплитуды полей, τ — безразмерное время, C_1 , C_2 , σ_1 , σ_2 , d — константы,

определяемые выражениями

$$X_j = \frac{E_{Tj}}{E_s}; \quad Y_j = \frac{E_{Ij}}{E_s}; \quad A = i \frac{a}{A_s}; \quad B = \frac{b}{B_s};$$

$$E_s = \frac{\sqrt{\gamma_{\text{ex}} \gamma_{\text{biex}}}}{gG}; \quad A_s = \frac{\sqrt{\gamma_{\text{biex}}}}{\sqrt{\gamma_{\text{ex}}}} G^{-1}; \quad B_s = G^{-1};$$

$$\tau = \gamma_{\text{biex}} t; \quad d = \frac{\gamma_{\text{ex}}}{\gamma_{\text{biex}}}; \quad C_j = \frac{\alpha_j L}{4T}; \quad \sigma_j = \frac{c_j T}{\gamma_{\text{biex}} L};$$

$$\omega \approx ck; \quad \alpha_j = \frac{4\pi \hbar g^2 \omega_j}{\gamma_{\text{ex}} c_j}; \quad j = 1, 2.$$

Уравнения (8)–(11) описывают временную эволюцию когерентных экситонов, биэкситонов и электромагнитных полей в кольцевом резонаторе и являются основой для дальнейшего изучения. Далее проведен численный эксперимент и анализ устойчивости стационарных состояний. Отметим, что система уравнений (8)–(11) является частным случаем изучения эволюции системы вида $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$, где \mathbf{X} — вектор в пространстве R^n ($n > 1$), каждая из компонент которого описывает одну моду. $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ является векторным полем системы.

Для диссипативных систем имеет место сокращение объема фазового пространства, поскольку дивергенция $\dot{\mathbf{X}}$ отрицательна

$$\text{div } \dot{\mathbf{X}} = \text{div } \mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial X_i} < 0.$$

Эволюция решений уравнений (8)–(11) существенно зависит от эволюции малой области фазового пространства этой системы. Рассматривая движение точек в фазовом пространстве как движение жидкости с дивергенцией

$$\frac{\partial \dot{X}_1}{\partial X_1} + \frac{\partial \dot{X}_2}{\partial X_2} + \frac{\partial \dot{A}_1}{\partial A_1} + \frac{\partial \dot{A}_2}{\partial A_2} + \frac{\partial \dot{B}_1}{\partial B_1} + \frac{\partial \dot{B}_2}{\partial B_2} = -[\sigma_1 + \sigma_2 + d + 1],$$

приходим к выводу, что любой малый объем фазового пространства системы уравнений (8)–(11) стремится к нулю при $\tau \rightarrow \infty$ со скоростью $[\sigma_1 + \sigma_2 + d + 1]$. В случае когда стационарные состояния системы неустойчивы, то аттракторами в фазовом пространстве могут быть либо предельный цикл, либо тор, либо странный аттрактор. Они соответствуют нелинейным периодическим, квазипериодическим и стохастическим автоколебаниям в системе.

2. Управление самопульсациями экситонов и биэкситонов

В стационарном случае из (8)–(11) получаем связанные уравнения для нелинейного оптического четырехполюсника, в котором имеются два входных и два выходных

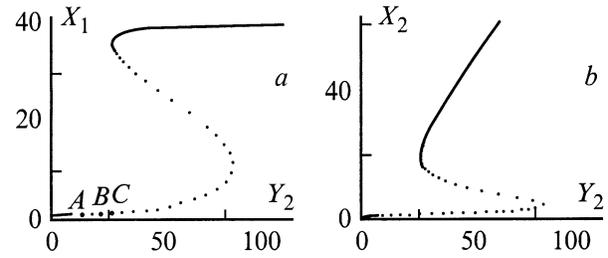


Рис. 2. Стационарная зависимость амплитуд прошедшего поля X_1 (a) и X_2 (b) от амплитуды падающего излучения Y_2 при значениях параметров $C_1 = 20$, $C_2 = 19$ и $Y_1 = 40$ (величины X и Y выражаются в единицах 10 V/cm).

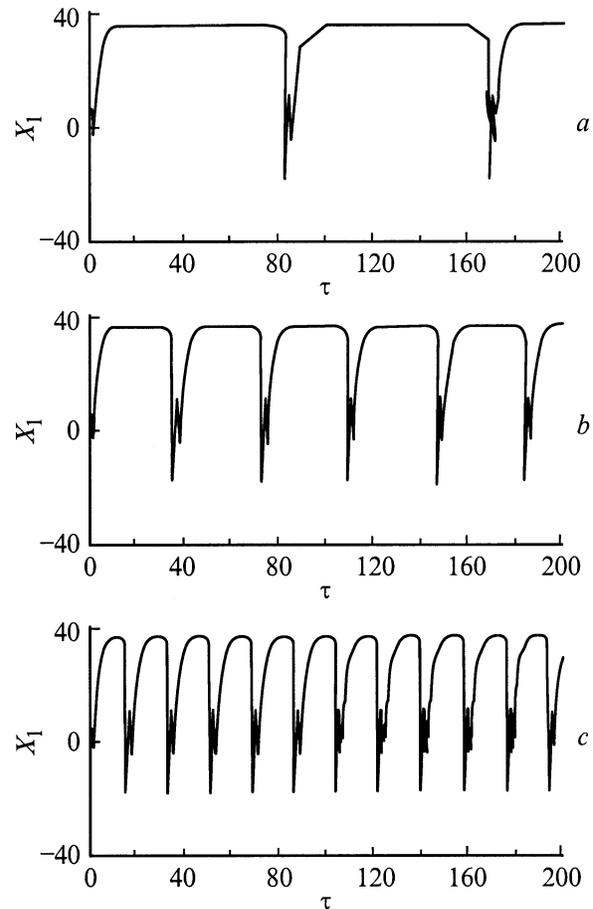


Рис. 3. Колебания в кольцевом резонаторе при $C_1 = 20$, $C_2 = 19$, $Y_1 = 40$, $d = 0.7$, $\sigma_1 = 0.45$, $\sigma_2 = 0.55$, $T = 0.01$ и различных значениях внешней накачки: a — $Y_2 = 10$, b — $Y_2 = 12$, c — $Y_2 = 20$ (величина X выражается в единицах 10 V/cm , а величина τ — в единицах 10^{-12} s).

канала [22]. Изменением одного из двух либо обоих параметров можно гибко изменить выходные параметры четырехполюсника, причем оптическая бистабильность возможна в обоих каналах. На рис. 2 представлены нелинейные зависимости амплитуд выходящих излучений X_1 и X_2 от амплитуд входящих излучений при значениях

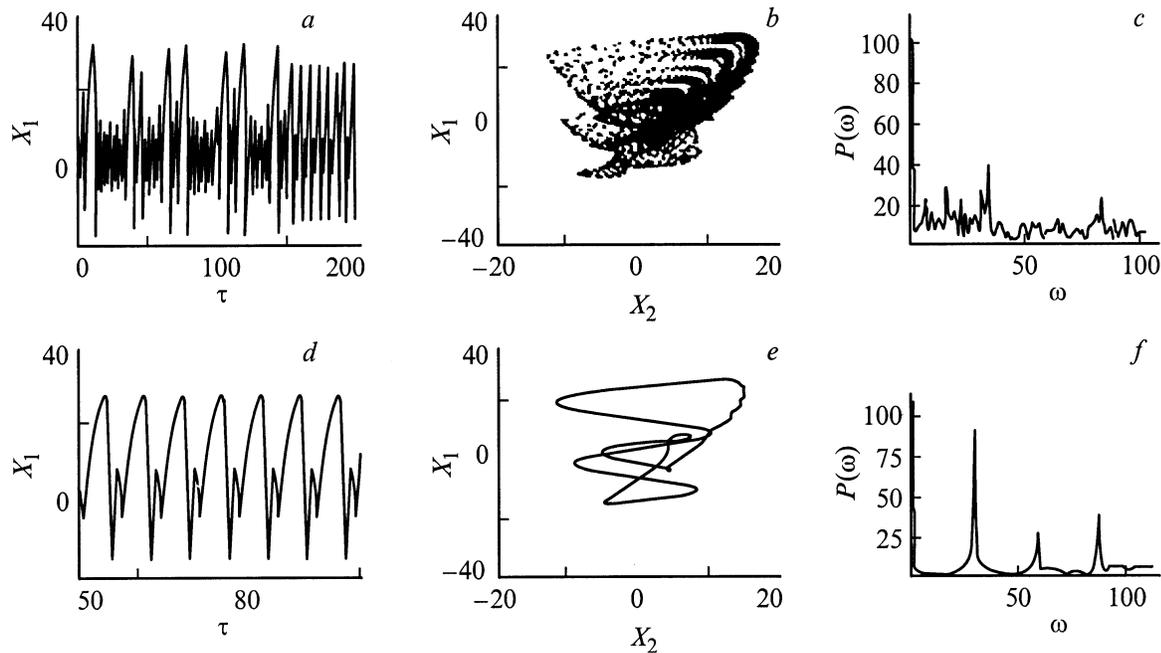


Рис. 4. Процесс синхронизации стохастических самопульсаций: *a* — временная эволюция выходящего из резонатора излучения X_1 при постоянных накачках $Y_1 = 40$ и $Y_2 = 25$; *b* — фазовый портрет странного аттрактора на плоскости X_1 – X_2 и его спектр мощности (*c*); *d* — временная эволюция выходящего из резонатора излучения X_1 при $Y_1 = 40$ и $\tilde{Y}_2 = Y_2 + \alpha \sin \tilde{\omega} \tau$; *e* — фазовый портрет сложного предельного цикла на плоскости X_1 – X_2 и его спектр мощности (*f*).

параметров $Y_1 = 40$, $C_1 = 20$, $C_2 = 19$. Как видно из рисунка, при этих значениях параметров в системе имеется оптическая бистабильность с ходом по часовой стрелке.

Далее представляет интерес исследование стабильности стационарных состояний в связи с возможностью возникновения самопульсаций на нестабильных участках кривых ОБ, что скажется негативно на работе бистабильного элемента. Исследование стабильности стационарных состояний оптического гистерезиса по отношению к малым возмущениям определяется характеристическим уравнением для якобиана системы

$$|J - \lambda E| = \begin{vmatrix} -\sigma_1 - \lambda & 0 & 2C_1\sigma_1 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 - \lambda & -2C_2B\sigma_2 & -2C_2B\sigma_2 \\ -d & -dB & -d - \lambda & -dX_2 \\ 0 & A & X_2 & -1 - \lambda \end{vmatrix},$$

где E — единичная матрица.

Если действительная часть всех корней характеристического уравнения $\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$ является отрицательной, то соответствующие стационарные состояния являются устойчивыми по отношению к малым возмущениям. Используя критерий Рауса-Гурвица, мы исследовали устойчивость стационарных состояний. При значениях параметров $Y_1 = 40$, $C_1 = 20$, $C_2 = 19$ и $\sigma_1 = 0.45$, $\sigma_2 = 0.55$, $d = 0.7$ верхние части кривых ОБ устойчивы, в то время как часть нижней ветви становится неустойчивой. В этом случае в системе возникают нелинейные самопульсации. По мере передвижения от

точки A к точке B колебания в системе становятся более сложными. В их спектре появляются новые гармоники (рис. 3), и наконец, в средней части окна (точка C) устанавливается стохастический режим автоколебаний и возникновения оптической турбулентности. На рис. 4, *a* представлены стохастический автомодуляционный процесс, соответствующие проекции фазовых траекторий и спектр мощности, который является сплошным. В отличие от знаменитого лоренцевского хаоса [23–25], где стохастические осцилляции и рождение странного аттрактора связаны с перескоками между соответствующими состояниями равновесия, в нашем случае стохастичность связана с возникновением хаотического аттрактора в четырехмерном фазовом пространстве, которое сложным образом заполняется фазовыми траекториями. При дальнейшем передвижении изображающей точки в правую сторону в системе вновь возникают регулярные нелинейные колебания, а фазовые траектории выходят на предельный цикл, после чего система совершает перескок на верхние устойчивые ветви кривых ОБ.

Большой интерес представляет изучение управления динамическим хаосом в нелинейных системах. Одним из методов управления является воздействие внешней периодической силы на автоколебательную систему. С этой целью мы провели компьютерный эксперимент, предполагая, что на резонатор действует дополнительная внешняя периодическая сила вида $E_0 = \alpha \sin(\tilde{\omega}\tau)$. При этом было обнаружено, что в пространстве параметров α и $\tilde{\omega}$ существует область значений, при которых стохастический режим самопульсаций в системе разрушается

и колебания становятся периодическими. На рис. 4, b представлены процесс синхронизации стохастических самопульсаций, их фазовый портрет и спектр мощности, в котором преобладают 3 гармоники. При значениях параметров $\alpha = 1$ и $\tilde{\omega} = 0.9$ фазовая траектория выходит на сложный предельный цикл. Эти значения параметров соответствуют режиму синхронизации. При этих значениях параметров и фиксированных интенсивностях в системе возможны достоверные переключения. Таким образом, под действием внешней периодической силы сложный странный аттрактор переходит в предельный цикл периодических нелинейных колебаний.

В заключение обсудим возможность экспериментального наблюдения предсказанных эффектов. Приведем численные оценки для кристаллов типа CuCl, где энергия связи биэкситона порядка $40 \cdot 10^{-3}$ eV и $\hbar\gamma_{\text{ex}} = 1.38 \cdot 10^{-10}$ s; $\hbar\gamma_{\text{biex}} = 1.38 \cdot 10^{-11}$ s [26]; $G = 1.25 \times 10^8 \text{ cm}^{-3/2}$ [27]; $L = 750 \text{ \AA}$; $\hbar g = 0.3 \text{ eV}/(\text{cm}^{1/2}\text{V})$; $\omega_{\text{ex}} = 4 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$. Критическая мощность, при которой возможно наблюдение изучаемых нами нелинейных явлений, имеет величину порядка $P \sim 10^6 \text{ W/cm}^2$. При этом концентрации экситонов и биэкситонов имеют величину порядка, 10^{15} и 10^{16} cm^{-3} соответственно.

Авторы выражают признательность Фонду Александра Гумбольдта, при поддержке которого выполнена данная работа.

Список литературы

- [1] Х. Гиббс. Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. Мир, М. (1988).
- [2] Н.М. Gibbs, G. Khitrova, N. Peghambarian. Nonlinear photonics. Springer Springer Series in Electronics and Photonics. V. 30. (1990).
- [3] А.И. Бобрышева, В.А. Залож, А.Х. Ротару. ФТТ **33**, 915 (1991).
- [4] В.Ф. Елесин, Ю.В. Копаев. ЖЭТФ **62**, 1447 (1972).
- [5] В.А. Кочелап, Л.Ю. Мелников, В.Н. Соколов. ФТП **16**, 1167 (1982).
- [6] В.А. Кочелап, Л.Ю. Мелников, В.Н. Соколов. Квантовая электроника (Киев) **24**, 42 (1987).
- [7] Б.Ш. Парканский, А.Х. Ротару. ЖЭТФ **99**, 899 (1991).
- [8] Б.Ш. Парканский, А.Х. Ротару. ФТТ **33**, 2250 (1991).
- [9] Б.Ш. Парканский, А.Х. Ротару. ФТТ **33**, 3378 (1991).
- [10] А.Н. Ротару, В.З. Трончу. ФТТ **36**, 1, 20 (1994).
- [11] Л.В. Келдыш. Проблемы теоретической физики. Наука, М. (1972). С. 433.
- [12] В.С. Днепровский. УФН **145**, 149 (1985).
- [13] В.С. Днепровский. Изв. АН СССР. Сер. физ. **50**, 661 (1986).
- [14] А.М. Бакиев, В.С. Днепровский, З.Д. Ковалюк и др. Письма в ЖЭТФ **38**, 493 (1983).
- [15] В.А. Залож, А.Н. Ротару, В.З. Трончу. ЖЭТФ **103**, 289 (1993).
- [16] В.А. Залож, А.Н. Ротару, В.З. Трончу. ЖЭТФ **105**, 164 (1994).
- [17] А.Н. Ротару, В.З. Трончу. ЖЭТФ **112**, 5(11), 1778 (1997).
- [18] А.Л. Иванов, П.В. Панасченко. Письма в ЖЭТФ **49**, 34 (1991).

- [19] А.Л. Иванов, Л.В. Келдыш, В.В. Панасченко. ЖЭТФ **99**, 641 (1991).
- [20] С.А. Москаленко, А.Х. Ротару, Ю.М Швера. ТМФ **75**, 295 (1988).
- [21] R. Bonifacio, L. Lugiato. Lett. Nuovo Cimento **21**, 510 (1978).
- [22] П.И. Хаджи, Г.Д. Шибаршина, А.Х. Ротару. Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1988).
- [23] Э.Н. Лоренц. Странные аттракторы. Мир, М. (1981). С. 88.
- [24] Х. Хакен. Синергетика. Мир, М. (1980).
- [25] А.Н. Ораевский. Квантовая электроника **8**, 130 (1981).
- [26] С.С. Sung, С.М. Bowden, J.M. Haus, W.K. Chi. Phys. Rev. **A30**, 1873 (1984).
- [27] П.И. Хаджи. Кинетика рекомбинационного излучения экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1977).