

# Неустойчивость Дьяконова–Шура в баллистическом полевом транзисторе с пространственно неоднородным каналом

© М.В. Черемисин<sup>\*,+</sup>, Г.Г. Самсонидзе<sup>\*,⊥</sup>

<sup>\*</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>+</sup> GES, 074, Universite Montpellier-II, France

<sup>⊥</sup> Electrical Engineering Department, University of Maryland, 20742-3285, US

(Получена 5 августа 1998 г. Принята к печати 29 сентября 1998 г.)

Проведен анализ неустойчивости двумерной электронной жидкости в канале баллистического полевого транзистора на основе исследования баланса энергии. Найден критерий неустойчивости в общем случае произвольных граничных условий. Используя анализ баланса энергии, мы предлагаем прибор, обладающий большим инкрементом неустойчивости. Транзистор имеет пространственно неоднородный канал и аналогичен диффузору в классической гидродинамике. Вычисленные нами для данного прибора величины инкремента и порога неустойчивости находятся в соответствии с данными численного расчета.

## Введение

Дьяконовым и Шуром [1] был описан новый механизм генерации плазменных волн в канале баллистического полевого транзистора (БПТ). Показано, что поведение электронов в канале описывается с помощью гидродинамических уравнений мелкой воды, где потенциал между затвором и каналом играет роль уровня воды, плазменные волны соответствуют волнам на поверхности воды. Когда напряжение фиксировано на истоке, а ток поддерживается постоянным на стоковом конце, стационарное состояние является неустойчивым, что приводит к генерации плазменных волн. Как было показано в работе [1], неустойчивость является следствием усиления плазменной волны при ее отражении на стоке транзистора.

В работе [2] было рассмотрено влияние трения электронной жидкости, вызванного рассеянием носителей из-за столкновений с фононами и(или) примесями, на инкремент неустойчивости. В присутствии трения инкремент уменьшается, а неустойчивость приобретает пороговый характер. Как было показано в работе [2], высокие моды плазменных колебаний всегда менее устойчивы по сравнению с низкими модами. В соответствии с этим в работе [2] инкремент и порог неустойчивости были вычислены в приближении высоких мод. Результаты аналитического расчета находятся в согласии с данными численного моделирования.

В данной работе будет проведен анализ неустойчивости Дьяконова–Шура на основе исследования баланса энергии и найден критерий неустойчивости в общем случае произвольных граничных условий.

## 1. Теория неустойчивости в баллистическом полевом транзисторе. Влияние граничных условий

Проведем анализ неустойчивости Дьяконова–Шура в общем случае произвольных граничных условий. Для простоты мы пренебрежем рассеянием носителей. Сначала мы найдем инкремент неустойчивости стационарного состояния, используя стандартный метод возмущений. Затем, следуя гидродинамической аналогии, проведем анализ баланса энергии для двумерной (2D) электронной жидкости. Оба подхода приводят к единому результату: неустойчивость зависит от поставленных граничных условий и возникает в случае, когда энергия из внешней цепи поступает в канал транзистора.

В работе [1] было показано, что поведение электронной жидкости в канале баллистического полевого транзистора описывается следующими выражениями, аналогичными гидродинамическим уравнениям мелкой воды [3,4]:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{V^2}{2} + \frac{eU}{m} \right) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (VU) = 0, \quad (2)$$

где  $V(x, t)$  — локальная скорость электронного потока,  $U = U_{gs}(x) - U_t$ ,  $U_{gs}(x)$  — локальное напряжение между затвором и каналом,  $U_t$  — пороговое напряжение,  $m$  — эффективная масса электрона. Уравнение (1) совпадает

с уравнением Эйлера для мелкой воды, где напряжение  $U$  соответствует величине уровня мелкой воды. В уравнении непрерывности (2) мы уже учли соотношение [5] для приближения плавного канала Шокли

$$n = CU/e, \quad (3)$$

где  $n$  — локальная поверхностная концентрация наведенных в канале носителей,  $C = \varepsilon_0 \varepsilon / d$  — емкость изолирующего слоя под затвором единичной площади,  $\varepsilon_0, \varepsilon$  — электрическая постоянная и относительная диэлектрическая проницаемость подзатворного слоя.

В отсутствие рассеяния носителей стационарное состояние двумерной электронной жидкости характеризуется постоянными вдоль канала потенциалом  $U_0$  и скоростью потока  $V_0$ . Следуя стандартной процедуре, малые возмущения  $V = V_0 + \delta V(x, t)$ ,  $U = U_0 + \delta U(x, t)$  стационарного состояния можно записать в виде

$$\begin{aligned} \delta V &= V_1(x) \exp(-i\omega t), \\ \delta U &= U_1(x) \exp(-i\omega t). \end{aligned} \quad (4)$$

Используя (4), легко найти решение системы линеаризованных уравнений (1), (2) в виде

$$\begin{cases} u_1 = A \exp(ik_1 \eta) + B \exp(ik_2 \eta), \\ v_1 = A \exp(ik_1 \eta) - B \exp(ik_2 \eta), \end{cases}$$

и

$$j_1 = A(1 + M) \exp(ik_1 \eta) - B(1 - M) \exp(ik_2 \eta), \quad (5)$$

где  $A, B$  — произвольные константы,  $v_1 = V_1/S_s$ ,  $u_1 = U_1/U_s$ ,  $j_1 = u_1 M + v_1$  — безразмерные величины возмущений напряжения, скорости и тока соответственно;  $U_s, V_s$  — потенциал и скорость потока на истоке транзистора,  $M_s$  и  $S_s = (eU_s m)^{1/2}$  — значения числа Маха и скорости плазменной волны на истоке. Безразмерные волновые вектора  $k_{1,2} = \pm \omega l [S_s(1 \pm M)]$  соответствуют плазменным волнам, распространяющимся вдоль тока и в обратном направлении соответственно. Комплексная частота  $\omega = \omega' + i\omega''$  может быть определена из решения уравнения (5) при заданных граничных условиях. Положительная мнимая часть комплексной частоты  $\omega'' > 0$  соответствует неустойчивости.

Обсудим более подробно рассмотренный в работе [1] механизм неустойчивости при заданном напряжении на истоке,  $u_1(1) = 0$ , и заданном токе на стоке,  $j_1(1) = 0$ , транзистора. Как было показано в работе [1], неустойчивость происходит из-за усиления плазменной волны при отражении на истоке. Как пример в [1] был проведен анализ в случае возмущения напряжения  $u_1$ , для которого амплитудный коэффициент усиления на стоке  $R_d^U = (1 + M)/(1 - M)$  много больше единицы при условии  $0 < M < 1$ . Здесь верхний индекс соответствует типу волны возмущения, нижний индекс — соответствующей границе прибора. На истоке усиления не происходит, так как  $R_s^U = -1$ . В то же время волна

возмущения тока,  $j_1$ , усиливается на стоке. Действительно, из уравнения (5) следует, что в данном случае амплитудные коэффициенты усиления на истоке и стоке равны соответственно  $R_s^U = (1 + M)/(1 - M) > 1$ ,  $R_d^U = -1$ . Легко проверить, что в обоих случаях произведение амплитудных коэффициентов остается постоянной величиной:  $R_{sd} = R_s^U R_d^U = R_s^I R_d^I$ . Данное правило распространяется также и на случай, когда рассматривается волна возмущения  $v_1$ . Таким образом, величина  $R_{sd}$  является инвариантом и не зависит от типа волны возмущения. Эта величина — суть коэффициент усиления плазменной волны за полное время ее распространения в обоих направлениях. Инкремент неустойчивости  $\omega''$  положителен, когда  $|R_{sd}| > 1$ .

Рассмотрим теперь произвольные граничные условия на истоке и стоке транзистора:

$$\begin{aligned} u_1(0, t) &= \hat{Z}_s j_1(0, t), \\ u_1(l, t) &= \hat{Z}_d j_1(l, t). \end{aligned} \quad (6)$$

В выражении (6) операторами обозначены импедансы затвор–исток и затвор–сток. В дальнейшем данным операторам будут сопоставлены мнимые импедансы  $Z_s(\omega), Z_d(\omega)$  соответственно. Легко переписать в данных обозначениях граничные условия, рассмотренные в работе [1]: при фиксированном напряжении на истоке  $Z_s = 0$ , тогда как при фиксированном токе на стоке  $Z_d = \infty$ .

В результате решения уравнения (5) с граничными условиями (6) инкремент неустойчивости записывается в виде

$$\omega'' = \frac{S_s}{2l} (1 - M^2) \ln |r_{sd}|, \quad (7)$$

где

$$r_{sd} = \frac{1 - M + Z_s^{-1}}{1 - M + Z_d^{-1}} \frac{1 + M - Z_d^{-1}}{1 + M - Z_s^{-1}}$$

— комплексный коэффициент отражения на истоке и стоке транзистора при граничных условиях (6). Заметим, что в отсутствие тока (т.е. при  $M = 0$ ) неустойчивость отсутствует. Используя выражение (4), легко найти необходимое условие неустойчивости (т.е. когда  $|r_{sd}| > 1$ ) в виде

$$|Z_s| < |Z_d|. \quad (8)$$

Выражение (8) определяет необходимое условие неустойчивости. В случае граничных условий  $Z_s = 0$ ,  $Z_d = \infty$ , рассмотренных в работе [1], данное условие тождественно выполнено.

В действительности имеется дополнительное условие неустойчивости. Так, при условии  $M \rightarrow 1$  коэффициент усиления  $|r_{sd}|$  бесконечно велик. В то же время инкремент неустойчивости обращается в нуль при  $M \rightarrow 1$  за счет дополнительного сомножителя в выражении (7). Это происходит по следующей причине [1]. В прямом направлении волна распространяется в течение времени  $l/[S_s(1 + M)]$ , тогда как в обратном направлении волна распространяется дольше,  $l/[S_s(1 - M)]$ . При  $M \rightarrow 1$  время распространения волны в обратном

направлении становится бесконечно большим. Заметим, что при сверхзвуковом течении [3] ( $M > 1$ ) плазменная волна вообще не может распространяться иначе как по течению. Поэтому даже при бесконечно большом коэффициенте усиления  $|r_{sd}|$  инкремент неустойчивости при  $M \rightarrow 1$  исчезающе мал, а при  $M > 1$  становится отрицательным. Таким образом, мы наглядно показали, что существует дополнительное условие неустойчивости  $M < 1$ , означающее, что течение в канале должно быть дозвуковым.

Проведем теперь анализ устойчивости исходя из уравнения энергетического баланса. Используя гидродинамические уравнения мелкой воды [3], получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_0^l E dx \right) = \Delta \Phi, \quad (9)$$

$$E = \frac{eU}{2m} \left( \frac{eU}{m} + V^2 \right), \quad \Phi = \frac{eUV}{m} \left( \frac{V^2}{2} + \frac{eU}{m} \right),$$

где  $E(x, t)$  — плотность энергии,  $\Phi(x, t)$  — плотность потока энергии электронной жидкости. Направление потока энергии совпадает с направлением тока в канале,  $\Delta \Phi = \Phi(0, t) - \Phi(l, t)$ . Интеграл в левой части выражения (9) есть величина полной энергии электронного потока. Знак изменения со временем полной энергии зависит от знака правой части выражения (9). Полная энергия электронной жидкости растет в случае, когда энергия от внешнего источника поступает внутрь канала, т.е.  $\Delta \Phi > 0$ .

Линеаризуя выражение (9) и используя выражения (1), (2), легко найти плотность потока энергии  $\Phi(x, t)$  в виде

$$\Phi = \delta j (\delta u + M \delta v) S^5, \quad (10)$$

где  $\delta u = \delta U(x, t)/U_s$ ,  $\delta v = \delta V(x, t)/S_s$ ,  $\delta j = M \delta u + \delta v$ . Рассмотрим истоковый контакт. В общем случае, когда задан импеданс  $Z_s$  на истоковом контакте, для значения плотности потока энергии  $\Phi(0, t)$  получаем следующее выражение:

$$\Phi(0, t) = \delta u_1^2 S^5 |Z_s|^{-2} M. \quad (11)$$

Поскольку  $\Phi(0, t) > 0$ , поток энергии на истоке направлен из внешней цепи в канал прибора. Важно, что при заданном токе  $M$  величина потока энергии тем больше, чем меньше значение  $Z_s$ .

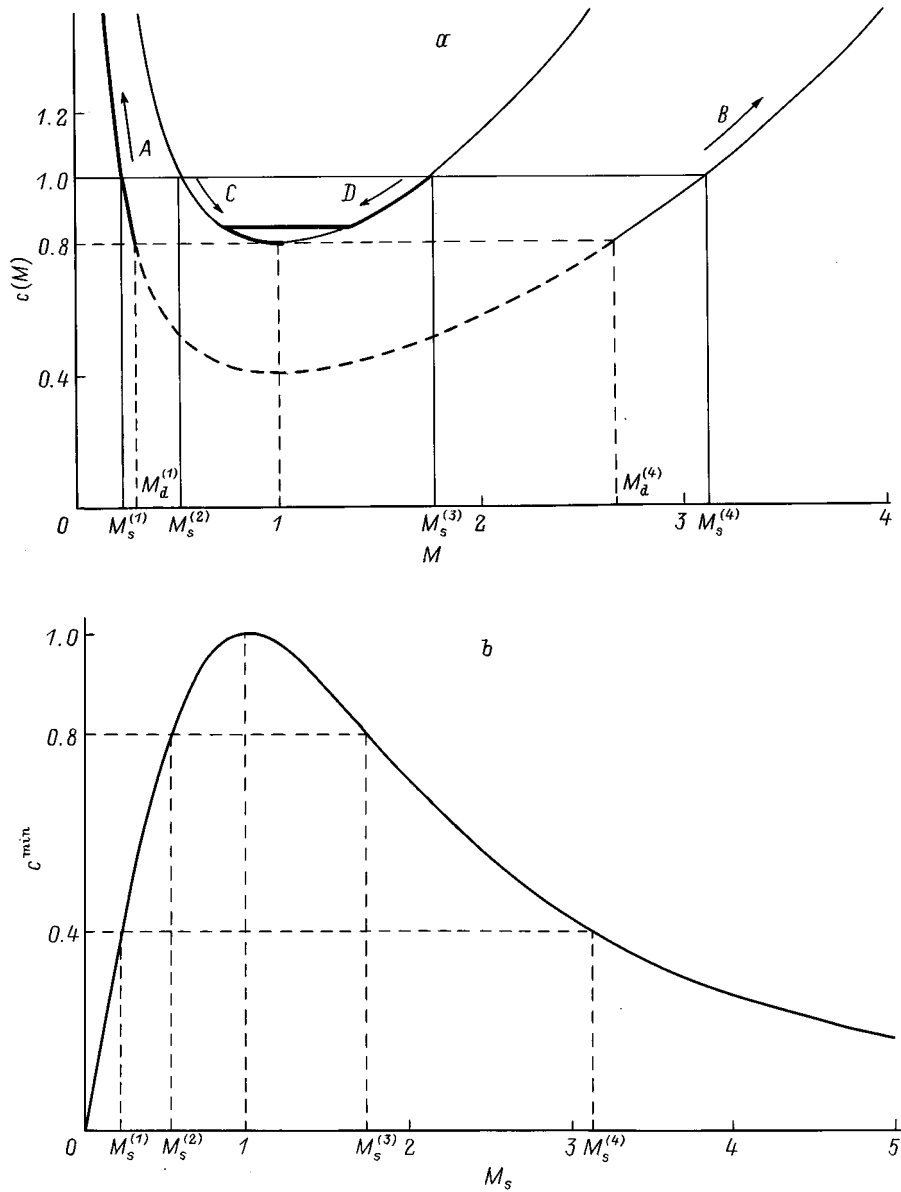
Пусть теперь имеется канал, на стоковом и истоковом контактах которого заданы значения импедансов  $Z_s$  и  $Z_d$  соответственно. Поток энергии на стоке направлен из канала транзистора во внешнюю цепь и дается выражением, аналогичным выражению (11). Модуль разности  $\Delta \Phi$  поступающего на истоке,  $\Phi(0, t)$ , и исходящего на стоке,  $\Phi(l, t)$ , потоков энергии будет положителен при выполнении неравенства  $|Z_s| < |Z_d|$ . Это условие совпадает с условием (8), полученным выше.

Таким образом, оба представленных подхода — метод возмущений и анализ баланса энергии — приводят к выводу, что в общем случае неустойчивость имеет место при выполнении условия  $|Z_s| < |Z_d|$ . Кроме того, дополнительное условие неустойчивости  $M < 1$  состоит в том, что характер движения двумерной жидкости должен быть дозвуковым.

## 2. Электронный диффузор и конфузор — новые баллистические МОП транзисторы с переменным по длине каналом

Займемся теперь исследованием неустойчивости Дьяконова–Шура в баллистическом транзисторе, имеющем неоднородный по длине канал. Для простоты мы рассмотрим граничные условия, когда напряжение задано на истоке ( $Z_s = \infty$ ), а ток на стоке ( $Z_d = 0$ ) прибора [1]. При данных граничных условиях накачка энергии происходит на истоке, тогда как на стоке поток энергии равен нулю. Поэтому для фиксированного уровня накачки (т.е. фиксированного  $M_s$ ) число Маха на стоке  $M_d$  произвольно. В то же время полное время прохода плазменной волны в прямом и обратном направлениях и, как результат, инкремент неустойчивости зависят от распределения числа Маха вдоль канала. Пусть число Маха ( $M_s < 1$ ) задано на истоке прибора и затем растет вдоль канала вплоть до числа Маха на стоке  $M_d$ . В этом случае проход волны в прямом направлении занимает меньшее, а в обратном направлении большее время по сравнению с прибором, имеющим однородный канал. При некотором критическом значении числа Маха на истоке,  $M_s^{cr} < 1$ , имеем  $M_d = 1$ . Неустойчивость исчезает, так как время распространения плазменной волны в обоих направлениях становится бесконечно большим. Таким образом, неустойчивость существует при  $M_s < M_s^{cr} < 1$ .

Рассмотрим теперь противоположный случай, когда число Маха падает вдоль канала,  $M_s > M_d$ . Теперь проход волны в прямом направлении занимает большее, а в обратном направлении меньшее время по сравнению с предыдущим случаем и случаем, когда имеется однородный канал. Неустойчивость существует при  $M_s < 1$ . Можно показать, что инкремент неустойчивости всегда больше в данном случае по сравнению с двумя другими. Оба случая ( $M_s > M_d$ ,  $M_s < M_d$ ) могут быть реализованы [6] в приборе, канал которого пространственно неоднороден, т.е.  $C = C(x)$ . Неоднородный канал транзистора может быть получен за счет изменения диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  или толщины  $d$  подзатворного изолирующего слоя. Далее мы будем различать электронный конфузор ( $C' < 0$ ) и диффузор ( $C' > 0$ ) соответственно. Данные приборы имеют соответствующие аналоги в классической гидродинамике [3]. Как будет показано, для диффузора инкремент неустойчиво-



**Рис. 1.** *a* — зависимость  $c(M)$ , вычисленная при использовании выражения (15) для  $c^{\min} = 0.4$  и  $c^{\min} = 0.8$ . Толстой линией показано возможное распределение числа Маха в ударной волне. *b* — зависимость безразмерной величины  $c^{\min}$  от величины числа Маха на входе  $M_s$ .

сти существенно больше по сравнению с конфузуром и транзистором, в котором канал однороден [1].

Поведение 2D электронной жидкости в неоднородном по длине канале описывается уравнением Эйлера (1) и следующим уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{C} \frac{\partial}{\partial x} (CVU) = 0. \quad (12)$$

Отметим, что данное уравнение отличается от гидродинамического уравнения непрерывности [3], описывающего течение "мелкой воды" в трубе переменного сечения.

Мы будем рассматривать следующие граничные условия:

$$U(0, t) = U_s, \quad j = C_d U(l, t) V(l, t), \quad (13)$$

где  $U_s$  — поддерживаемое постоянным напряжение на входе ( $x = 0$ ),  $j$  — постоянный на стоке ( $x = l$ ) ток,  $C_d$  — величина подзатворной емкости на стоке транзистора.

В баллистическом транзисторе, имеющем неоднородный канал, стационарное состояние характеризуется изменяющимися вдоль канала транзистора напряжением  $U_0$ , скоростью  $V_0$  и числом Маха  $M$ . Для стационарного состояния уравнения (1), (12) могут быть приведе-

ны к виду

$$j = CV_0U_0, \tag{14}$$

$$\frac{dM}{d\eta} \frac{1}{M} = -\frac{1}{2} \frac{2 + M^2}{1 - M^2} \frac{dC}{d\eta} \frac{1}{C}. \tag{15}$$

Уравнение (14) играет роль закона сохранения массы в гидродинамике. Уравнение (15) позволяет определить пространственное распределение числа Маха вдоль канала и имеет аналог в классической гидродинамике в виде уравнения, описывающего движение жидкости (газа) в гидродинамических (аэродинамических) соплах. Решение уравнения (15) можно легко найти в виде

$$\frac{C(M)}{C_s} = \frac{M_s}{|M|} \left( \frac{2 + M^2}{2 + M_s^2} \right)^{3/2}, \tag{16}$$

где  $i = M_s = j/C_s U_s S_s$  — безразмерная величина тока, равная значению числа Маха  $M_s$  на истоке;  $C_s$  — емкость на истоке транзистора.

На рис. 1, *a* изображена приведенная к значению емкости на истоке зависимость  $c(M) = C(M)/C_s$ , вычисленная для случая  $M > 0$  при использовании выражения (16). Функция  $c(M)$  имеет минимум при значении числа Маха  $M = 1$ . На рис. 1, *b* представлена зависимость приведенной величины подзатворной емкости  $c^{\min} = c(1)$ , вычисленной в минимуме функции  $c(M)$ , от значения числа Маха на истоке  $M_s$ . На истоке всегда выполняется условие:  $c(M_s) = 1$ . Для верхней кривой на рис. 1, *a* данное условие выполняется при  $M_s = M_s^{(2)}$  или  $M_s = M_s^{(3)}$ , в то время как  $c^{\min} = 0.8$ . Нижняя кривая на рис. 1, *a* соответствует  $c^{\min} = 0.4$ , причем значения чисел Маха на истоке  $M_s^{(1)} < M_s^{(2)}$ ,  $M_s^{(4)} > M_s^{(3)}$ . Следуя гидродинамической аналогии, на зависимости  $c(M)$  можно выделить дозвуковую ( $M < 1$ ) и сверхзвуковую ( $M > 1$ ) ветви.

Пусть емкость  $C(x)$  изменяется вдоль канала от некоторого значения на истоке  $C_s$  до значения на стоке  $C_d$ . Рассмотрим сначала электронный конфузур, в котором  $C_s > C_d$ . При дозвуковом движении число Маха растет вдоль канала (левая ветвь на нижней кривой на рис. 1, *a*) начиная с некоторого значения на истоке  $M_s^{(1)} < M_s^{(2)}$  до значения  $M_d^{(1)}$  на стоке. В случае, когда значение числа Маха на истоке становится равным  $M_s^{(2)}$ , ток в канале транзистора насыщается (стрелка *C* на рис. 1, *a* и рис. 2, *c*), так как скорость течения на стоке становится равной плазменной скорости, т.е.  $M_d = 1$ . Этот эффект называется chocking-эффектом и имеет аналог в классической гидродинамике [3,4]. Таким образом, ток не может превысить значения  $M_s^{(2)}$ .

При сверхзвуковом течении число Маха падает вдоль канала (правая ветвь на нижней кривой на рис. 1, *a*) начиная с некоторого значения числа Маха на истоке  $M_s^{(4)}$  до значения числа Маха на стоке  $M_d^{(4)}$ . При выполнении равенства  $M_s = M_s^{(3)}$  наступает chocking-эффект

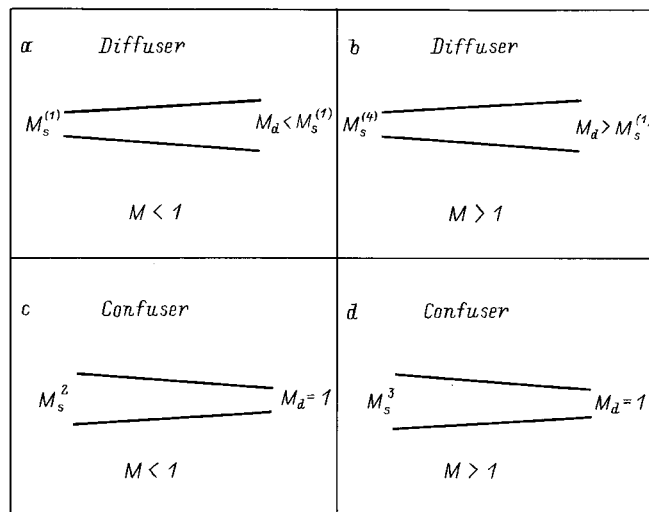


Рис. 2. Схематические диаграммы электронного диффузора ( $C_d/C_s > 1$ ) и инфузора ( $C_d/C_s < 1$ ) для дозвукового ( $M < 1$ ) и сверхзвукового ( $M > 1$ ) течений. *c, d* — chocking-режим.

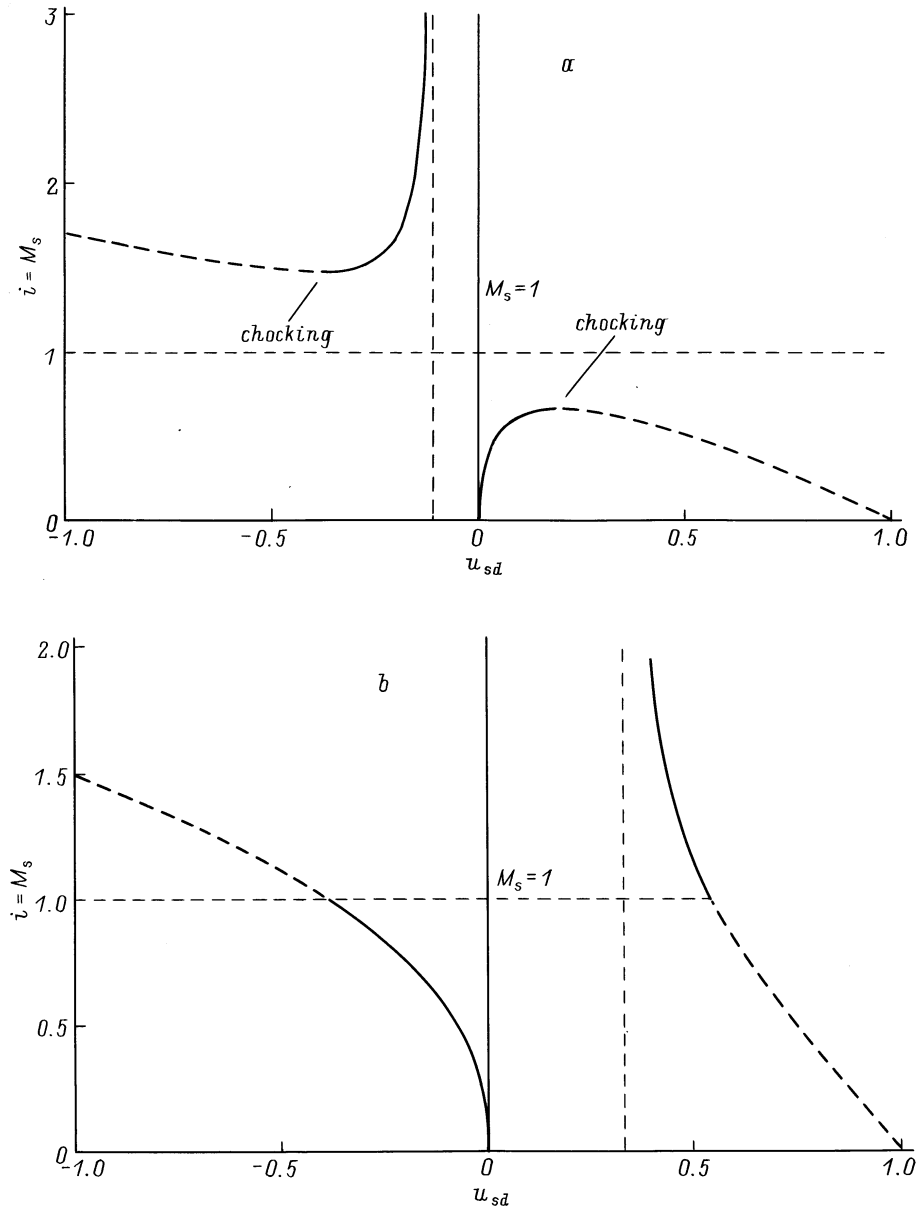
(стрелка *D* на рис. 1, *a* и рис. 2, *d*). Используя рис. 1, *b*, легко найти значения обоих токов насыщения как для дозвукового, так и для сверхзвукового течений для произвольно взятого конфузора.

Рассмотрим теперь электронный диффузор ( $C_s < C_d$ ). Число Маха растет в случае сверхзвукового течения (рис. 3, *b* и стрелка *B* на рис. 1, *a*) и падает при дозвуковом течении (рис. 2, *a* и стрелка *A* на рис. 1, *a*). В электронном диффузоре chocking-эффект отсутствует для обоих — дозвукового и сверхзвукового течений.

Отметим, что уравнение (15) допускает решения, имеющие разрывы. Данные решения соответствуют ударным волнам в классической гидродинамике [3,8]. Ударные волны могут существовать (рис. 1, *a*) как в электронном диффузоре, так и в электронном конфузоре. Важно подчеркнуть, что в действительности существуют лишь те ударные волны, в которых число Маха изменяется скачком, переходя со сверхзвуковой на дозвуковую ветвь. В противном случае нарушается второе начало термодинамики [3]. В ударной волне скорость потока и потенциал изменяются скачком, в то время как ток остается постоянным. Пространственное положение ударной волны в канале является произвольным.

Рассмотрим теперь поведение вольт-амперных характеристик баллистического транзистора, имеющего переменный по длине канал. Вводя величину безразмерного напряжения в виде  $u_0 = U_0/U_s$  и используя следующее из уравнения (14) соотношение

$$u_0 = \left( \frac{M_s C_s}{M C} \right)^{2/3}, \tag{17}$$



**Рис. 3.** Вольт-амперная характеристика баллистического транзистора, имеющего неоднородный канал. *a* — конфузор,  $C_d/C_s = 0.9$ . *b* — диффузор,  $C_d/C_s = 1.5$ . Толстые линии — решения уравнения (15) для правильных ударных волн. Тонкие штриховые линии — не имеющие физического смысла разрывные решения уравнения (15).

вольт-амперную характеристику транзистора можно записать в виде

$$i = \pm \left( \frac{2u_{sd}}{(C_s/C_d)^2 - (1 - u_{sd})^2} \right)^{1/2} (1 - u_{sd}), \quad (18)$$

где  $u_{sd} = 1 - u_0(1)$  — безразмерная величина смещения исток–сток. Знаки “±” соответствуют положительному (рис. 3) и отрицательному направлениям тока. Заметим, что вольт-амперная характеристика электронного конфузора схожа с найденной в работе [7] для имеющего однородный канал транзистора, в котором имеется

рассеяние носителей. В обоих случаях насыщение тока определяется choking-эффектом.

Интересно отметить, что вольт-амперная характеристика в случае электронного диффузора (рис. 3, *b*) содержит дозвуковую ветвь, где ток имеет противоположное приложенному напряжению направление. Данное противоречие легко объяснить, опираясь на сходство между электронным и аэродинамическим [3,4] диффузорами. Действительно, в обоих случаях скорость потока уменьшается вдоль канала, в то время как потенциал (давление в случае аэродинамического диффузора) увеличивается. Соответственно падение напряжения исток–сток (падение давления в аэродинамике) отрицательно.

### 3. Инкремент неустойчивости в электронном диффузоре

Рассмотрим теперь неустойчивость стационарного состояния в баллистическом транзисторе, имеющем неоднородный по длине канал. Граничные условия на истоке и стоке транзистора даются по-прежнему выражением (13). Линеаризованные по отношению к малым флуктуациям скорости  $V_1(x)$  и напряжения  $U_1(x)$  выражений (1), (11), (12) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} -i\omega V_1 + \frac{d}{dx} \left( V_0 V_1 + \frac{e}{m} U_1 \right) &= 0, \\ -i\omega U_1 + \frac{d}{dx} [C(U_0 V_1 + U_1 V_0)] &= 0, \\ U(0) &= 0, \\ U_1(l) V_0(l) + U_0(l) V_1(l) &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Преобразуем выражения (19), используя безразмерную величину поправки к току  $w = (C/C_s)(U_0 V_1 + U_1 V_0)/S_s^2$  и введенную ранее переменную  $\eta$ :

$$\begin{aligned} (1 - M^2)w'' + \left( 2i\frac{\Omega}{s}M + \frac{4M^2 - 1}{1 - M^2}\alpha \right)w' \\ + \left( \frac{\Omega^2}{s^2} - \frac{2i\Omega M\alpha}{s(1 - M^2)} \right)w &= 0, \\ w'(0) = 0, \quad w(1) &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\alpha = C^{-1}dC/d\eta$  — параметр, характеризующий неоднородность канала,  $\Omega = \omega l/S_s$  — безразмерная величина частоты,  $s = S/S_s$  — безразмерная величина плазменной скорости. Решение уравнения (20) при заданных граничных условиях существует только для строго определенных значений комплексной частоты  $\Omega$  (собственные значения в данной задаче). Заметим, что нахождение аналитического решения уравнений (20) является достаточно трудной задачей, так как данное уравнение 2-го порядка содержит переменные коэффициенты при главных производных. Несмотря на это, уравнение (20) легко решается, если использовать предложенный в работе [2] метод высоких мод. Как было показано, высокие моды плазменных колебаний всегда менее устойчивы по сравнению с низкими модами. Инкремент неустойчивости определяется наиболее неустойчивыми высокими модами. Поэтому целесообразно использовать приближение высоких мод [2] для нахождения инкремента неустойчивости как для электронного конфузора, так и для электронного диффузора. Соответственно мы будем искать решение уравнения (20) при условии  $|\Omega| > 1$ , т.е.  $\Omega \approx \Omega' \gg \Omega'', |\alpha|$ .

Заметим, что уравнение (20) аналогично одномерному уравнению Шредингера в квантовой механике, а приближение высоких мод соответствует квазиклассическому приближению. Комплексная частота играет роль энергии

в квантовой механике. Подставляя в выражение (20) пробную функцию в виде

$$w = F(\eta) \exp \left[ i \int_0^\eta k(\eta) d\eta \right], \quad (21)$$

где  $F(\eta)$  — некоторая функция координаты,  $k(\eta)$  — безразмерный волновой вектор, легко найти следующие дисперсионные соотношения:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{1}{1 + M} \left[ \frac{\Omega}{s} + \frac{i\alpha}{2} \left( \frac{2M^2 - M - 1}{1 - M^2} \right) \right], \\ k_2 = -\frac{1}{1 + M} \left[ \frac{\Omega}{s} - \frac{i\alpha}{2} \left( \frac{2M^2 + M - 1}{1 - M^2} \right) \right], \end{cases}$$

$$F_{1,2}(\eta) = \exp \left( -\frac{1}{2} \int_0^\eta \frac{\partial k_{1,2}/\partial \eta}{k_{1,2} + b} d\eta \right), \quad (22)$$

где  $b = \Omega M/s(1 - M^2)$ . В выражении (22) сохранены все главные по  $\Omega$  слагаемые. Волновые вектора  $k_1, k_2$  соответствуют двум плазменным волнам, распространяющимся в прямом и обратном направлениях соответственно. Содержащие параметр  $\alpha$  слагаемые характеризуют неоднородный по длине канал.

Окончательно решение уравнения (20) ищется в виде

$$\begin{aligned} w = A_1 F_1(\eta) \exp \left( i \int_0^\eta k_1(\eta) d\eta \right) \\ + A_2 F_2(\eta) \exp \left( i \int_0^\eta k_2(\eta) d\eta \right), \end{aligned} \quad (23)$$

где  $A_{1,2}$  — произвольные константы. Используя заданные граничные условия, получаем следующее соотношение:

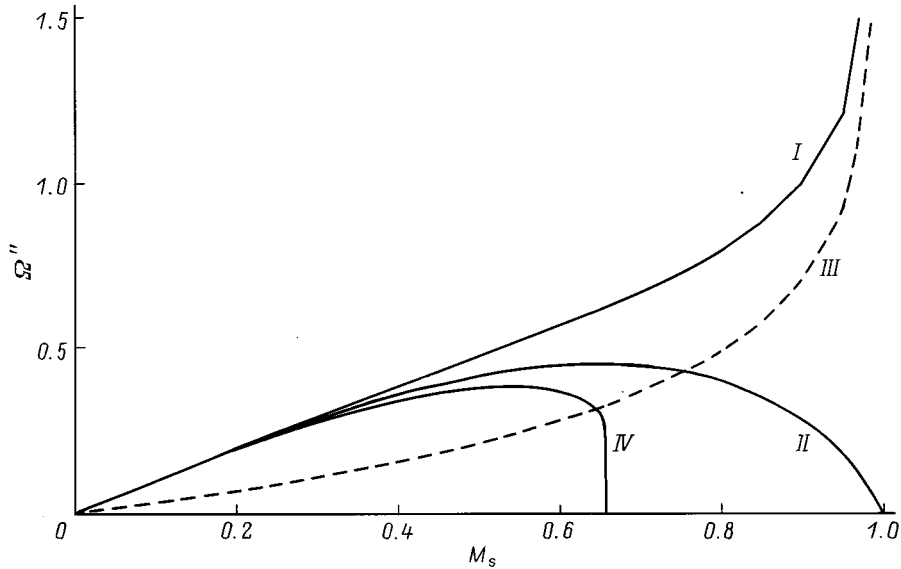
$$\frac{F_2(1)}{F_1(1)} \exp \left( i \int_0^1 (k_2 - k_1) d\eta \right) = -R, \quad (24)$$

где  $R = (1 + M_s)/(1 - M_s)$  — амплитудный коэффициент усиления для транзистора с неоднородным каналом. Заметим, что в случае однородного канала ( $\alpha = 0$ )  $R = R_{sd}$ , так как  $M = M_s = M_d$ .

Используя выражение (24), легко найти как вещественную, так и мнимую составляющие комплексной частоты  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} \Omega' &= \pi n/2 \int_0^1 \frac{d\eta}{s(1 - M^2)}, \\ \Omega'' &= \left\{ \ln(R) + f(M_d) - f(M_s) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 \frac{\alpha M}{3} \left( \frac{2 + M^2}{1 - M^2} \right)^2 d\eta \right\} / \left/ 2 \int_0^1 \frac{d\eta}{s(1 - M^2)} \right., \end{aligned} \quad (25)$$

где  $f(y) = \ln[(1 + y)/(1 - y)] - 2y/3$ . Подчеркнем, что выражения (25) написаны в приближении высоких мод,



**Рис. 4.** Зависимость инкремента неустойчивости  $\Omega''$  от числа Маха на истоке для электронного диффузора,  $c(\eta) = 1 + 0.5\eta$ , при постоянных напряжении на истоке и токе на стоке транзистора (I), при постоянном напряжении на истоке и стоке прибора (III), транзистора с однородным каналом [1] (II), электронного конфузора,  $c(\eta) = 1 - 0.1\eta$  (IV).

т. е. при  $n \gg 1$ . Задавая зависимость  $C(\eta)$ , с помощью уравнения (14) легко найти пространственное распределение числа Маха  $M(\eta)$ , что в свою очередь позволяет вычислить инкремент неустойчивости  $\Omega''$  исходя из уравнения (25). Окончательно инкремент неустойчивости зависит лишь от значения числа Маха на истоке,  $M_s$ . На рис. 4 изображена зависимость  $\Omega''(M_s)$  для диффузора и конфузора. В случае электронного диффузора инкремент неустойчивости намного больше по сравнению с электронным диффузором и транзистором, имеющим однородный канал. Более того, при  $M_s \rightarrow 1$  инкремент неустойчивости становится бесконечно большим, так как  $R \rightarrow \infty$ . В действительности в реальном транзисторе всегда присутствует рассеяние носителей, которое, как будет показано далее, приводит к существенному уменьшению инкремента.

#### 4. Порог неустойчивости в электронном диффузоре при наличии рассеяния носителей

Как было показано в работе [2], в случае транзистора, имеющего однородный канал, наличие рассеяния носителей (аналог трения между жидкостью и стенками в гидродинамике) приводит к уменьшению инкремента неустойчивости. Неустойчивость приобретает пороговый характер. При достаточно большом трении неустойчивость исчезает. Подобное пороговое поведение неустойчивости при наличии трения наблюдается и в случае электронного диффузора.

Легко переписать уравнения (1), (12), учитывая наличие трения электронной жидкости. Для этого необходимо добавить в правой части уравнения (1) соответствующее рассеянию [1,2,7] слагаемое  $V/\tau$ . Далее, уравнение (15), описывающее стационарное состояние, может быть переписано в виде

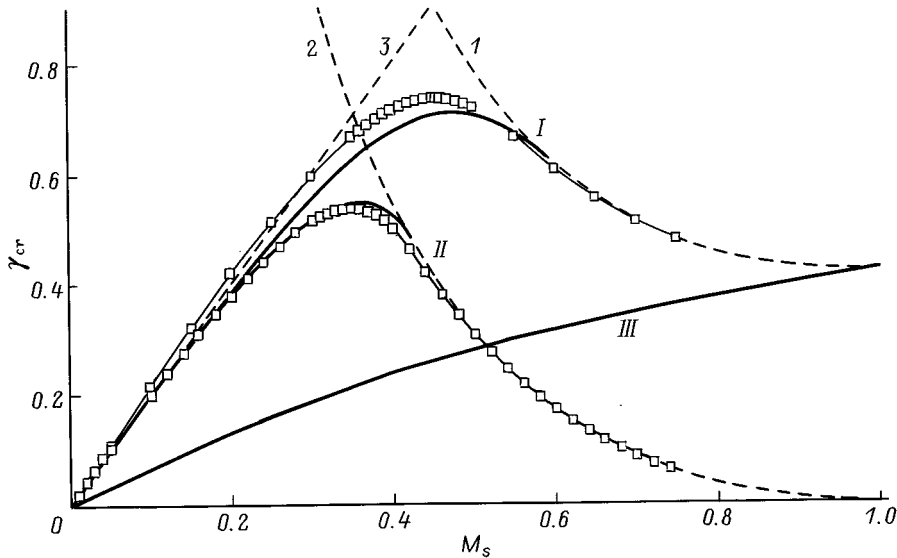
$$\frac{M'}{M} = -\frac{\alpha}{2} \frac{2 + M^2}{1 - M^2} + \frac{3\gamma}{2s} \frac{M}{1 - M^2}, \quad (26)$$

где  $\gamma = l/S_s\tau$  — параметр трения [2].

Напомним, что для электронного диффузора в отсутствие трения выполняется неравенство  $M_s > M_d$ . Влияние трения сводится к следующему: при заданном значении числа Маха на истоке  $M_s$  значение числа Маха на стоке увеличивается с увеличением трения  $\gamma$ . При некотором значении параметра трения начинается выполнение обратного неравенства  $M_s < M_d$ . Далее, имеется строгое определенное значение параметра трения  $\gamma_{ch}$ , такое, что на стоке наступает choking-эффект, т. е. когда  $M_d = 1$ . В choking-режиме неустойчивость исчезает. На рис. 5 изображена пороговая кривая  $\gamma_{ch}(M_s)$  для заданного диффузора, находящегося в этом режиме.

Легко показать, что при небольшом трении ( $\gamma \ll 1$ ) выражение (25) для инкремента неустойчивости  $\Omega''$  содержит дополнительное слагаемое  $-\gamma/2$ . Очевидно также, что в пределе сильного рассеяния ( $\gamma \geq 1$ ) неустойчивость должна полностью исчезнуть. Таким образом, при заданном значении  $M_s$  должно существовать некоторое критическое значение параметра трения,  $\gamma_{cr}$ , такое, что для  $\gamma > \gamma_{cr}$  течение всегда устойчиво. Легко найти порог неустойчивости, подставляя  $\Omega'' = 0$  в уравнение (25) и производя учитывающую наличие трения замену





**Рис. 5.** Диаграмма порога неустойчивости. Зависимость  $\gamma_{cr}(M_s)$  при граничных условиях (19) для электронного диффузора,  $c(\eta) = 1 + 0.5\eta$  (I), транзистора с однородным каналом [2] (II). III — порог неустойчивости для электронного диффузора при заданных постоянными напряжениях на истоке и стоке прибора. Точки — численный расчет, толстая сплошная линия — теория. Асимптоты: порог  $\gamma_{ch}(M_s)$  chocking-режима для диффузора (I), транзистора с однородным каналом [2] (2); 3 — предел малого трения,  $\gamma \ll 1$ .

параметра  $\alpha$  в виде

$$\alpha \rightarrow \alpha - \frac{1 + M^2 + M^4}{(2 + M^2)^2} \frac{3\gamma}{Ms}. \quad (27)$$

На рис. 5 изображена диаграмма порога неустойчивости,  $\gamma_{cr}(M_s)$ , для заданного диффузора. Пороговая диаграмма заключена между двумя асимптотами. Первая из них (штриховая линия I) соответствует порогу  $\gamma_{ch}(M_s)$  chocking-режима работы электронного диффузора. Другая асимптота  $\gamma_{cr} = 2M_s$  (штриховая линия 3) соответствует случаю малого трения  $\gamma \ll 1$ , когда число Маха практически не изменяется вдоль канала. Кроме того, на рис. 5 показан результат численного расчета порога неустойчивости на основе непосредственного решения системы уравнений (1), (12), (13) по методу, описанному ранее в работе [8]. Результаты аналитического и численного методов находятся в прекрасном соответствии в пределах ошибки численного счета. Данное согласие подтверждает правильность использованного нами приближения высоких мод для исследования неустойчивости в электронном диффузоре.

Сравним диаграмму порога неустойчивости диффузора с аналогичной диаграммой, вычисленной для транзистора, имеющего однородный канал. В пределе малых токов и рассеяния носителей обе кривые совпадают, так как в обоих случаях распределение числа Маха вдоль канала практически однородно. Напротив, в области больших токов порог неустойчивости для электронного диффузора значительно больше по сравнению с прибором, имеющим однородный канал. Для рассмотренного на рис. 5 диффузора неустойчивость отсутствует при  $\gamma_{cr} \geq 0.75$ ,

в то время как в случае прибора с однородным каналом этот критерий значительно меньше. Поэтому для достижения того же самого уровня неустойчивости, что и в транзисторе с однородным каналом, в случае диффузора можно использовать материал с меньшей подвижностью. Мы предлагаем использовать электронный диффузор в качестве более эффективного генератора (детектора) по сравнению с уже известным [9,10].

В заключение мы рассмотрим неустойчивость в электронном диффузоре (трение отсутствует), когда оба напряжения затвор–исток и затвор–сток поддерживаются постоянными. Подчеркнем, что в случае прибора, имеющего однородный канал, при данных граничных условиях неустойчивость отсутствует (разд. 1). Действительно, поток энергии, поступающий в канал транзистора на истоке, в точности равен исходящему потоку энергии на стоке прибора. Напротив, при данных граничных условиях инкремент неустойчивости в диффузоре существенно положителен. Действительно, при заданном напряжении на границе плотность потока энергии пропорциональна значению числа Маха  $M$ . Поскольку для диффузора выполняется неравенство  $M_s > M_d$ , разница потоков энергии  $\Delta\Phi$  на истоке и стоке прибора будет существенно положительна при данных граничных условиях. Энергия из внешней цепи поступает в канал транзистора и приводит к возникновению неустойчивости. Можно показать, что коэффициент усиления в электронном диффузоре равен  $R = [(1 + M_s)/(1 - M_s)][(1 - M_d)/(1 + M_d)]$ . Тогда с помощью подстановки данного выражения в (26) легко найти инкремент неустойчивости (рис. 4) применительно в данным граничным условиям. Легко

также найти порог неустойчивости (рис. 5) при наличии рассеяния носителей в канале диффузора, используя выражения (25)–(27). Видно, что величина инкремента неустойчивости сравнима с аналогичной величиной для транзистора, имеющего однородный канал. Преимущество диффузора состоит в том, что граничные условия, когда заданы оба напряжения на истоке и стоке прибора, могут быть легко реализованы на практике. Таким образом, генератор (детектор), построенный на основе электронного диффузора, может рассматриваться в качестве альтернативы уже существующим приборам [9,10].

Проведем количественные оценки характерных параметров полевого МОП транзистора на основе AlGaAs, необходимых для достижения условия неустойчивости и генерации плазменных колебаний. При температурах  $T = 4 \div 20, 77$  и  $300$  К значения подвижности носителей в канале полевого транзистора могут достигать  $300, 30$  и  $1 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  соответственно. Задавая длину канала  $l = 1 \text{ мкм}$  и типичное значение напряжения затвор–исток  $U_{sd} = 0.1 \text{ В}$ , получаем значения параметра трения для трех выбранных значений подвижности:  $\gamma = 0.02, 0.2$  и  $6$  соответственно. При заданных граничных условиях (13) для рассмотренного нами выше диффузора (рис. 4) неустойчивость будет иметь место лишь в случае криогенных температур, поскольку  $\gamma < \gamma_{\text{cr}} = 0.75$ . Заметим, что значение параметра  $\gamma_{\text{cr}}$  зависит лишь от геометрии конкретно взятого диффузора и может значительно отличаться от полученного выше, в том числе и в большую сторону. Поэтому в диффузоре неустойчивость может быть получена при использовании менее чистых материалов. Это может существенно упростить задачу наблюдения неустойчивости на практике.

## Заключение

Проведен анализ неустойчивости двумерной электронной жидкости в канале баллистического полевого транзистора на основе исследования баланса энергии. Найден критерий неустойчивости в общем случае произвольных граничных условий. Основываясь на анализе баланса энергии, мы предлагаем специально сконструированный транзистор, обладающий большим инкрементом неустойчивости. Данный прибор, названный нами электронным диффузором, имеет соответствующий аналог в классической гидродинамике. Найденные простые аналитические выражения для инкремента и порога неустойчивости для случая электронного диффузора произвольной формы. Мы предлагаем данный прибор в качестве более эффективного генератора (детектора) по сравнению с уже известными [9,10].

Авторы признательны М. Дьяконову, М. Шуру и М. Левинштейну за поддержку и плодотворные дискуссии.

Данная работа осуществлена при поддержке Французского правительства и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-17895).

## Список литературы

- [1] M.I. Dyakonov, M.S. Shur. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 2465 (1993).
- [2] M.V. Cheremisin, M.I. Dyakonov, M.S. Shur, G.G. Samsonidze. *Proc. ISDRS'97* (Sol. St. Electron., 1998) p. 485.
- [3] L.D. Landau, E.E. Lifshitz. *Fluid Mechanics* (Pergamon, N. Y., 1966).
- [4] V.L. Streeter, E.B. Whylic. *Fluid Mechanics* (McGraw Hill, N. Y., 1985).
- [5] M. Shur. *Physics of Semiconductor Devices* (Engelwood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1990).
- [6] M.V. Cheremisin, G.G. Samsonidze. *Proc. ISPC24* (Jerusalem, 1998); *Proc. CMD17–JMC6* (Grenoble, 1998).
- [7] M.I. Dyakonov, M.S. Shur. *Phys. Rev. B*, **51**, 14 341 (1995).
- [8] A.P. Dmitriev, V.Yu. Kachorovskii, A.S. Furman. *Phys. Rev. B*, **54**, 14 020 (1996).
- [9] M.I. Dyakonov, M.S. Shur. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **43**, 380 (1996).
- [10] R. Weikle II, J.-Q. Lu, M.S. Shur, M.I. Dyakonov. *Electron. Lett.*, **32**, 2148 (1996).

Редактор Л.В. Шаронова

## The D'yakonov–Shur instability in a ballistic field transistor with a spatially inhomogeneous canal

M.V. Cheremisin<sup>\*,+</sup>, G.G. Samsonidze<sup>\*,+,-</sup>

<sup>\*</sup> A.F. Ioffe Physicotechnical Institute,  
Russian Academy of Sciences,  
194021 St. Petersburg, Russia

<sup>+</sup> GES, 074, Universite Montpellier-11, France

<sup>-</sup> Electrical Engineering Department,  
University of Maryland,  
20742-3285, US