

Отражение и поглощение света широкой квантовой ямой при наличии двух близких уровней возбуждения

© И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов*,**

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

* Facultad de Fisica de la UAZ, Apartado Postal C-580,
8060 Zacatecas, Mexico

** Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
119991 Москва, Россия

E-mail: korovin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 14 ноября 2005 г.)

Вычислены спектры отражения и поглощения монохроматического света полупроводниковыми квантовыми ямами (КЯ), ширина которых сравнима с длиной волны возбуждающего излучения. Рассмотрен случай резонанса с двумя близко расположенными возбужденными уровнями. Эти уровни могут возникнуть благодаря расщеплению энергии электронно-дырочной пары из-за магнетополяронного эффекта, если КЯ помещена в сильное магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости КЯ. Показано, что в отличие от случая узких КЯ коэффициенты отражения и поглощения света зависят от ширины КЯ. Теория применима при любых соотношениях величин обратных радиационных и нерadiационных времен жизни электронных возбуждений.

PACS: 78.67.De, 78.20.Ci, 73.21.Fg

1. Введение

При прохождении света сквозь квантовую яму (КЯ) в отраженной и прошедшей волнах появляются характерные особенности, по которым можно судить об электронных процессах, протекающих в КЯ [1–4]. Наиболее интересные результаты получаются в том случае, когда уровни энергии электронной системы являются дискретными. Это имеет место в сильном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости КЯ, либо при учете экситонных состояний в нулевом магнитном поле.

Два близко расположенных уровня возбуждений возникают в случае магнетофонного резонанса [5], когда выполняется условие

$$\omega_{LO} = j\omega_{e(h)H}, \quad (1)$$

где ω_{LO} — частота продольных оптических (LO) колебаний решетки, а циклотронная частота

$$\omega_{e(h)H} = |e|H/(cm_{e(h)}),$$

e — заряд электрона, $m_{e(h)}$ — эффективная масса электрона (дырки). Число j может быть как целым, что соответствует „классическому“ магнетополярону, так и дробным (ослабленный магнетополярон) [6].

Современные полупроводниковые технологии позволяют изготавливать КЯ высокого качества, когда радиационное уширение линии поглощения может быть сравнимо с вкладами нерadiационных механизмов релаксации или превышать их. В такой ситуации нельзя ограничиваться линейным по взаимодействию электрона с электромагнитным полем приближением, а

необходимо учитывать все порядка этого взаимодействия [7–25].

В качестве возбуждающей световой волны рассматривались как импульсы света, так и монохроматическое облучение. Учитывались один, два и большое число возбужденных уровней. Результаты всех предыдущих работ, кроме [22,23], справедливы для сравнительно узких КЯ, когда выполняется условие

$$\kappa d \ll 1,$$

где κ — модуль волнового вектора световой волны, d — ширина КЯ. Как показывают расчеты, в случае узких ям от ширины ямы зависит только положение пиков отражения и поглощения, но не их высота и форма.

В [22,23] построена теория отражения и поглощения света более широкими КЯ, для которых

$$\kappa d \geq 1. \quad (2)$$

В обеих работах рассматривается взаимодействие света с одним возбужденным уровнем: в [22] — при монохроматическом, в [23] — при импульсном облучении. При условии (2) результаты начинают зависеть от ширины КЯ d .

В настоящей работе теоретически исследуются отражение, поглощение и прохождение монохроматического света сквозь широкую КЯ в случае, когда существенно взаимодействие света с двумя близко расположенными энергетическими уровнями. Теория применяется к случаю двух уровней, обусловленных магнетополяронным расщеплением. Полученные результаты сравниваются с выводами работы [24], посвященной исследованию аналогичных проблем в случае узких ям.

2. Постановка задачи и исходные уравнения

Рассматривается случай нормального падения света на поверхность полупроводниковой КЯ, расположенной в плоскости $xу$. КЯ может находиться в нулевом или сильном магнитном поле, перпендикулярном поверхности КЯ. Температура близка к нулю. Показатель преломления ν считаем одинаковым внутри ямы и барьеров. Свет возбуждает электронно-дырочные пары (ЭДП). В теории существенны межзонные матричные элементы \mathbf{p}_{cv} квазиимпульса, характеризующие переход электрона из валентной зоны в зону проводимости, т.е. рождение ЭДП. Как и в предыдущих работах, использована следующая модель. Векторы \mathbf{p}_{cv} для двух сортов ЭДП с индексами I и II имеют вид

$$\mathbf{p}_{cvI} = p_{cv}(\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}, \quad \mathbf{p}_{cvII} = p_{cv}(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2},$$

где \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — орты вдоль осей x и y ; p_{cv} — вещественная величина. Эта модель соответствует тяжелым дыркам в полупроводнике со структурой цинковой обманки, если ось z направлена вдоль оси четвертого порядка [26,27]. Если использовать векторы круговой поляризации возбуждающего света

$$\mathbf{e}_l = (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2},$$

то выполняется условие сохранения вектора поляризации

$$\sum_{v=I,II} \mathbf{p}_{cv}^*(\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}) = \sum_{v=I,II} \mathbf{p}_{cv}(\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}^*) = \mathbf{e}_l p_{cv}^2.$$

При этом ни волновые функции ЭДП, ни энергетические уровни не зависят от номеров I или II. Ось z направлена перпендикулярно плоскости ямы.

В теории существен вид волновой функции $F_\rho(\mathbf{r})$ при $\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_h = \mathbf{r}$ в приближении эффективных масс, где $\mathbf{r}_e(\mathbf{r}_h)$ — радиус-вектор электрона (дырки) [25]. Если возбуждение представляет собой пару магнетоплярон–дырка, волновые функции возбуждения содержат фононные функции [6,28]. В этом случае величина $F_\rho(\mathbf{r})$ получается следующим образом: функцию пары слева умножаем на $\langle 0|$, где $|0\rangle$ — фононный вакуум, и полагаем $\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_h = \mathbf{r}$. Предполагаем, что переменные \mathbf{r}_\perp и z разделяются, т.е. можно записать

$$F_\rho(\mathbf{r}) = Q_\pi(\mathbf{r}_\perp)\phi_\chi(z). \quad (3)$$

Разделение переменных возможно, если кулоновское взаимодействие электронов и дырок слабо влияет на движение этих частиц в плоскости $xу$. Это происходит, если сильное магнитное поле направлено вдоль оси z и выполняется условие

$$a_{\text{exs}}^2 \gg a_H^2, \quad (4)$$

где $a_{\text{exs}} = \hbar^2 \epsilon_0 / (\mu e^2)$ — радиус экситона Ванье–Мотта в отсутствие магнитного поля, ϵ_0 — статическая диэлек-

трическая проницаемость, μ — приведенная эффективная масса, $a_H = (c\hbar/|e|H)^{1/2}$ — магнитная длина.

Для GaAs получаем (использованы параметры из [29])

$$a_{\text{exs}} = 146 \text{ \AA}, \quad a_H^{\text{res}} = 57.2 \text{ \AA}, \quad (5)$$

где a_H^{res} соответствует магнитному полю H_{res} , которое получено из (1) при $j = 1$ для магнетополярона, содержащего электрон. Согласно (5), получаем $(a_H^{\text{res}}/a_{\text{exs}})^2 \cong 0.154$, т.е. условие (4) выполняется. Влияние кулоновского взаимодействия на движение частиц в плоскости $xу$ рассматривалось в [30].

Для того чтобы можно было пренебречь кулоновскими силами при описании движения частиц вдоль оси z , требуется выполнение условия

$$a_{\text{exs}} > d. \quad (6)$$

Совместимы ли условия (2) и (6)? Например, для GaAs ширина запрещенной зоны $\hbar\omega_g \cong 1.52 \text{ eV}$, частота возбуждающего света должна немного превышать эту величину. Частоте ω_g соответствует модуль $\kappa_g = \omega_g \nu / c$ волнового вектора света, где c — скорость света в вакууме. Для GaAs получаем $\kappa_g = 2.60 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$, т.е. если $d = a_{\text{exs}}$, то $\kappa_g a_{\text{exs}} = 0.38$, что сравнимо с единицей. Таким образом, для случая GaAs пренебрежение кулоновскими силами при движении вдоль оси z можно совместить с условием $\kappa d \geq 1$ для широких ям только с некоторой натяжкой. Поэтому в дальнейшем до раздела 6 используем неизвестную функцию $\phi_\chi(z)$ и соответствующее ей значение энергии ϵ_χ .

Возбуждающее электрическое поле, распространяющееся вдоль оси z , запишем в виде

$$\mathbf{E}(z, t) = (\mathbf{e}_l / 2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(-i\omega t) \mathcal{E}_0(z, \omega) + \text{с.с.},$$

$$\mathcal{E}_0(z, \omega) = 2\pi E_0 \exp(i\kappa z) \mathcal{D}_0(\omega), \quad \kappa = \omega \nu / c, \quad (7)$$

где показатель преломления ν одинаков внутри КЯ и вне ее, $\mathcal{D}_0(\omega)$ может соответствовать световому импульсу любой формы [25], а при возбуждении монохроматическим светом с частотой ω_l имеет вид

$$\mathcal{D}_0(\omega) = \delta(\omega - \omega_l). \quad (8)$$

Разложим истинное поле $\mathbf{E}(z, t)$ в интеграл Фурье

$$\mathbf{E}(z, t) = (\mathbf{e}_l / 2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(-i\omega t) \mathcal{E}(z, \omega) + \text{с.с.}$$

В [25] для Фурье-компоненты $\mathcal{E}(z, \omega)$ в приближении бесконечно глубокой ямы получено уравнение

(см. также [22])

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(z, \omega) = & -\frac{i}{2} \sum_{\rho} \gamma_{r\pi} \int_{-d/2}^{d/2} dz' \phi_{\chi}(z') \mathcal{E}(z', \omega) \\ & \times \left\{ e^{ikz} \int_{-d/2}^z dz'' e^{-ikz''} \phi_{\chi}(z'') + e^{-ikz} \int_z^{d/2} dz'' e^{-ikz''} \phi_{\chi}(z'') \right\} \\ & \times \left\{ (\omega - \omega_{\rho} + i\gamma_{\rho}/2)^{-1} + (\omega + \omega_{\rho} + i\gamma_{\rho}/2)^{-1} + \mathcal{E}_0(z, \omega) \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\kappa = \omega v/c$, сумма по индексам ρ означает суммирование по уровням возбуждения в КЯ. В случае ям конечной глубины в (9) и далее пределы интегрирования $-d/2$ ($d/2$) следует заменить на $-\infty$ ($+\infty$), поскольку происходит туннельное проникновение электронов и дырок в область барьеров и функция $\phi_{\chi}(z)$ отлична от нуля при $|z| \geq d/2$. Переход к пределам $-\infty$ и $+\infty$ не усложняет расчета, но для наглядности все же будем пользоваться приближением бесконечно глубокой ямы. Набор индексов ρ разделяется на две группы $\rho \rightarrow \pi, \chi$, относящиеся, согласно (3), к поперечной и продольной волновым функциям. В случае свободной ЭДП набор χ содержит два индекса: числа размерного квантования l_e и l_h . В сильном магнитном поле (вдали от магнетофонного резонанса) набор π включает только один индекс

$$n_e = n_h = n, \quad (10)$$

где n_e (n_h) — квантовое число Ландау, относящееся к электрону (дырке). Вблизи магнетофонного резонанса уровень с индексом n расщепляется на два уровня с индексами $p = a$ и $p = b$ [6,24,28].

Равенство (10) обусловлено законом сохранения квантового числа n при рождении ЭДП в случае нормального падения света на поверхность КЯ.

Уровни энергии в случае сильного магнитного поля вдали от магнетофонного резонанса описываются выражениями

$$\omega_{\rho} = \omega_g + \varepsilon_{\chi}/\hbar + \omega_{\mu H}(n + 1/2),$$

$$\omega_{\mu H} = |e|H/\mu c,$$

H — величина магнитного поля, $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h)$.

Вблизи магнетофонного резонанса для случая $j = 1$ (полярон А), согласно, например, [24], имеем

$$\omega_{\rho} = \omega_g + \varepsilon_{\chi}/\hbar + (3/2)\omega_{hH} + E_p/\hbar,$$

$$E_p = \hbar\omega_{eH} + \hbar\omega_{LO}/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + A^2},$$

$$\lambda = \hbar(\omega_{eH} - \omega_{LO}), \quad A = \Delta E/2, \quad (11)$$

ΔE — величина поляронного расщепления в точном резонансе, когда $\lambda = 0$. Верхний знак в (11) соответствует верхнему поляронному уровню $p = 1$, нижний — нижнему уровню $p = b$.

Величины $\gamma_{r\pi}$ из (9) представляют собой множители, входящие в выражения для обратных радиационных времен жизни электронных возбуждений (см. (12) и далее). В [24] эти обратные времена жизни $\gamma_{r\rho}$ вычислены как вдали, так и вблизи от магнетофонного резонанса. При $\mathcal{K}_{\perp} = 0$, где \mathcal{K}_{\perp} — поперечная компонента квазиимпульса электронного возбуждения, имеем

$$\tilde{\gamma}_{r\rho} = \gamma_{r\pi} |R_{\chi}(\omega_{\rho} v/c)|^2, \quad (12)$$

где

$$R_{\chi}(\kappa) = \int_{-d/2}^{d/2} dz e^{-ikz} \phi_{\chi}(z).$$

Вдали от магнетофонного резонанса

$$\gamma_{r\pi} = 2 \frac{e^2}{\hbar c v} \frac{p_{cv}^2}{m_0} \frac{\omega_{0H}}{\hbar \omega_g}, \quad \omega_{0H} = \frac{|e|H}{m_0 c}, \quad (13)$$

т.е. не зависит от индекса $\pi = n$. Вблизи от резонанса для возбуждения, состоящего из полярона А и дырки с $n = 1$,

$$\gamma_{r\rho} = 2 \frac{e^2}{\hbar c v} \frac{p_{cv}^2}{m_0} \frac{\omega_{0H}}{\hbar \omega_g} Q_{0p}, \quad (14)$$

где

$$Q_{0p} = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 4A^2}} \right),$$

причем верхний знак соответствует терму $p = 1$, нижний — терму $p = b$. Точно в резонансе $\lambda = 0$, множитель Q_{0p} одинаков для термов $p = a$ и $p = b$ и равен 1/2. Множитель Q_{0p} сильно зависит от величины λ отклонения циклотронной частоты от резонансного значения (см. рис. 3 в [24]). В выражениях (13) и (14) использовано приближение $\omega_{\rho} \simeq \omega_g$, что соответствует методу эффективной массы.

Наконец, величины γ_{ρ} — обратные нерадиационные времена жизни возбуждений с индексом ρ . В [24] приведены их оценки снизу для термов $p = a$ и $p = b$.

3. Вычисление электрических полей в случае двух возбужденных уровней

Ограничим сумму в (9) по номерам возбужденных уровней двумя слагаемыми: $i = 1, 2$. Это допустимо, если уровни 1 и 2 расположены достаточно близко друг к другу, а прочие уровни — на расстоянии $\Delta\omega$ достаточно далеко от них, так что

$$\gamma_{1(2)} \ll |\Delta\omega|, \quad \gamma_{r1(2)} \ll |\Delta\omega|.$$

Уровень 1 характеризуется индексами π_1, χ_1 , уровень 2 — индексами π_2, χ_2 . Введя новые обозначения,

перепишем (9) для случая двух уровней в виде

$$\mathcal{E}(z, \omega) = \mathcal{E}_0(z, \omega) + \Delta\mathcal{E}(z, \omega), \quad (15)$$

$$\Delta\mathcal{E}(z, \omega) = -\frac{i}{2} \left\{ \gamma_{r1} M_1(\omega) F_1(z) L_1(\omega) + \gamma_{r2} M_2(\omega) F_2(z) L_2(\omega) \right\}, \quad (16)$$

где $\Delta\mathcal{E}(z, \omega)$ — Фурье-компонента поля, которое будем называть „наведенным“ в отличие от компоненты $\mathcal{E}_0(z, \omega)$ возбуждающего поля,

$$\gamma_{ri} = \gamma_{r\pi i}, \quad \phi_i = \phi_{\chi_i},$$

$$M_i(\omega) = \int_{-d/2}^{d/2} dz \phi_i(z) \mathcal{E}(z, \omega),$$

$$F_i(z) = e^{ikz} \int_{-d/2}^z dz' e^{-ikz'} \phi_i(z') + e^{-ikz} \int_z^{d/2} dz' e^{ikz'} \phi_i(z'), \quad (17)$$

$$L_i(\omega) = (\omega - \omega_i + i\gamma_i/2)^{-1}$$

$$+ (\omega + \omega_i + i\gamma_i/2)^{-1}, \quad i = 1, 2. \quad (18)$$

Уравнение (15) описывает электрические поля при любых значениях z , т.е. слева от КЯ при $z \leq -d/2$, внутри КЯ при $-d/2 \leq z \leq d/2$, справа от КЯ при $z \geq d/2$. Из (16) и (17) следует, что слева от КЯ компонента $\Delta\mathcal{E}_{\text{left}}(z, \omega)$ пропорциональна $\exp(-ikz)$, что соответствует отраженному свету, справа от КЯ компонента $\Delta\mathcal{E}_{\text{right}}(z, \omega)$ пропорциональна $\exp(ikz)$, что соответствует волне, распространяющейся слева направо. Внутри КЯ решение более сложное.

Уравнения (15), (16) можно решать методом итераций, если взаимодействие возбуждающего поля с системой электронов можно считать слабым. Далее покажем, что низшим приближением можно ограничиться при условии

$$\gamma_{r1(2)} \ll \gamma_{1(2)}.$$

Но мы будем решать уравнения (15), (16) точно, вычисляя коэффициенты $M_1(\omega)$ и $M_2(\omega)$. Для этого умножим (15) последовательно на $\phi_1(z)$ и $\phi_2(z)$ и проинтегрируем по z в пределах от $-d/2$ до $d/2$. Получаем систему из двух уравнений

$$a_{11}M_1 + a_{12}M_2 = C_1, \quad a_{21}M_1 + a_{22}M_2 = C_2, \quad (19)$$

где

$$a_{11} = 1 + \frac{i}{2} \gamma_{r1} L_1 J_{11}, \quad a_{12} = \frac{i}{2} \gamma_{r2} L_2 J_{12},$$

$$a_{21} = \frac{i}{2} \gamma_{r1} L_1 J_{21}, \quad a_{22} = 1 + \frac{i}{2} \gamma_{r2} L_2 J_{22},$$

$$C_i = \int_{-d/2}^{d/2} dz \mathcal{E}_0(z, \omega) \phi_i(z), \quad (20)$$

$$J_{ii'} = \int_{-d/2}^{d/2} dz \phi_i(z) F_{i'}(z). \quad (21)$$

Решая систему уравнений (19), находим

$$M_1 = \frac{C_1 a_{22} - C_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, \quad M_2 = \frac{C_2 a_{11} - C_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}. \quad (22)$$

Отметим важные свойства коэффициентов C_i и $a_{ii'}$. Подставив (7) в (20), получаем

$$C_i = 2\pi E_0 \mathcal{D}_0(\omega) R_i^*(\kappa),$$

где

$$R_i(\kappa) = R_{\chi_i}(\kappa) = \int_{-d/2}^{d/2} dz \exp(-i\kappa z) \phi_i(z).$$

Подставив (17) в (21), имеем

$$J_{ii'} = \int_{-d/2}^{d/2} dz \phi_i(z) \left\{ e^{ikz} \int_{-d/2}^z dz' e^{-ikz'} \phi_{i'}(z') + e^{-ikz} \int_z^{d/2} dz' e^{ikz'} \phi_{i'}(z') \right\}, \quad (23)$$

что легко преобразовать к виду

$$J_{ii'} = \int_{-d/2}^{d/2} dz e^{ikz} \left\{ \phi_i(z) \int_{-d/2}^z dz' e^{-ikz'} \phi_{i'}(z') + \phi_{i'}(z) \int_{-d/2}^z dz' e^{-ikz'} \phi_i(z') \right\}. \quad (24)$$

Из (23) и (24) следует

$$J_{ii'} = J_{i'i},$$

$$\text{Re } J_{ii'} = \frac{1}{2} \left\{ R_i^*(\kappa) R_{i'}(\kappa) + R_i(\kappa) R_{i'}^*(\kappa) \right\},$$

в частности

$$\text{Re } J_{ii} = |R_i(\kappa)|^2.$$

Вводим также обозначения

$$q_{ii'} = \text{Im } J_{ii'}, \quad q_{ii'}(\kappa = 0) = 0.$$

Итак, подставив (22) в (16) и используя формулу

$$\Delta\mathbf{E}(z, t) = \frac{\mathbf{e}_l}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t} \Delta\mathcal{E}(z, \omega) + \text{c. c.}, \quad (25)$$

мы в принципе решили задачу о вычислении наведенных полей в случае двух возбужденных уровней в широкой КЯ. Далее рассмотрим некоторые частные случаи.

4. Взаимодействие только с одним уровнем

Если положить $\gamma_{r2} = 0$, то из (16) следует, что остается взаимодействие света только с одним уровнем. Введем обозначения

$$\gamma_{r1} = \gamma_r, \quad \omega_1 = \omega_0, \quad L_1(\omega) = L(\omega),$$

$$R_1(\kappa) = R(\kappa), \quad q_1(\kappa) = q(\kappa)$$

и получим следующие выражения для полей слева и справа от КЯ:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}_{\text{left}}(z, t) = & -\frac{i}{2} \mathbf{e}_l E_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\omega t - ikz + i\alpha} \\ & \times \frac{\tilde{\gamma}_r(\omega) L(\omega) \mathcal{D}_0(\omega)}{1 + (i\tilde{\gamma}_r(\omega)/2 - \Delta(\omega)) L(\omega)} + \text{с. с.}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}_{\text{right}}(z, t) = & -\frac{i}{2} \mathbf{e}_r E_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\omega t + ikz} \\ & \times \frac{\tilde{\gamma}_r(\omega) L(\omega) \mathcal{D}_0(\omega)}{1 + (i\tilde{\gamma}_r(\omega)/2 - \Delta(\omega)) L(\omega)} + \text{с. с.}, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_r(\omega) = \gamma_r |R(\kappa)|^2, \quad \Delta(\omega) = \gamma_r q(\kappa)/2, \\ e^{i\alpha} = R^*(\kappa)/R(\kappa). \end{aligned} \quad (28)$$

Если в выражении (18) отбросить нерезонансный член $(\omega + \omega_0 + i\gamma/2)^{-1}$, то из (26) и (27) соответственно получаем

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}_{\text{left}}(z, t) = & -\frac{i}{2} \mathbf{e}_l E_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t - ikz + i\alpha} \\ & \times \frac{\tilde{\gamma}_r(\omega) \mathcal{D}_0(\omega)}{\omega - (\omega_0 + \Delta) + i(\tilde{\gamma}_r + \gamma)/2}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}_{\text{right}}(z, t) = & -\frac{i}{2} \mathbf{e}_r E_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t + ikz} \\ & \times \frac{\tilde{\gamma}_r(\omega) \mathcal{D}_0(\omega)}{\omega - (\omega_0 + \Delta) + i(\tilde{\gamma}_r + \gamma)/2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Сравнивая первое равенство из (28) с выражением (12), находим, что $\tilde{\gamma}_r(\omega)$ — обратное радиационное время жизни возбужденного состояния с энергией, равной ω . Величина $\Delta(\omega)$ означает сдвиг возбужденного уровня в КЯ, обусловленный взаимодействием со светом.

Если в работах [22,23] положить $\nu_1 = \nu$, где $\nu_1(\nu)$ — показатель преломления вещества КЯ (барьера), получим результаты (29) и (30).

В случае узких КЯ ($\kappa d \ll 1$) получаем

$$\tilde{\gamma}_r \simeq \gamma_r \int_{-d/2}^{d/2} dz \phi(z), \quad \exp(i\alpha) \simeq 1, \quad \Delta(\omega) = 0.$$

Подчеркнем, что в случае широких КЯ появляется зависимость наведенных полей от ширины КЯ d (через величины $\tilde{\gamma}_r(\omega)$ и $\Delta(\omega)$).

5. Два уровня в широкой КЯ

5.1. Электрические поля. Рассмотрим частный случай, когда функции $\phi_{\chi_i}(z)$ для двух уровней совпадают, т.е. $\phi_{\chi_1}(z) = \phi_{\chi_2}(z) = \phi(z)$. Допустим, что могут отличаться друг от друга только величины $\gamma_{r1(2)}$, $\gamma_{l1(2)}$ и энергии $\hbar\omega_{1(2)}$. К такому случаю относятся два близко расположенных уровня системы, состоящей из обычного (некомбинированного) магнетополарона и дырки.

С помощью (16) и (22) получаем

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E}(z, \omega) = & -i\pi E_0 \mathcal{D}_0(\omega) R^*(\kappa) \\ & \times [\gamma_{r1} L_1(\omega) + \gamma_{r2} L_2(\omega)] F(z) \\ & \times \left\{ 1 + \frac{i}{2} [\gamma_{r1} L_1(\omega) + \gamma_{r2} L_2(\omega)] J(\kappa) \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (31)$$

$L_i(\omega)$ определено в (18), $F(z)$ — в (17),

$$\begin{aligned} J(\kappa) = & \int_{-d/2}^{d/2} dz \phi(z) \left\{ e^{i\kappa z} \int_{-d/2}^z dz' e^{-i\kappa z'} \phi(z') \right. \\ & \left. + e^{-i\kappa z} \int_z^{d/2} dz' e^{i\kappa z'} \phi(z') \right\}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$J(\kappa) = |R(\kappa)|^2 + iq(\kappa).$$

Для наведенных электрических полей слева и справа от КЯ с помощью (25) и (31) получаем

$$\Delta \mathbf{E}_{\text{left}}(z, t) = \mathbf{e}_l E_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t - ikz + i\alpha} \tilde{\mathcal{D}}(\omega) + \text{с. с.}, \quad (33)$$

$$\Delta \mathbf{E}_{\text{right}}(z, t) = \mathbf{e}_r E_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t + ikz} \tilde{\mathcal{D}}(\omega) + \text{с. с.}, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{D}}(\omega) = & -\frac{i}{2} \mathcal{D}_0(\omega) [\tilde{\gamma}_{r1}(\omega) L_1(\omega) + \tilde{\gamma}_{r2}(\omega) L_2(\omega)] \\ & \times \left\{ 1 - \Delta_1(\omega) L_1(\omega) - \Delta_2(\omega) L_2(\omega) \right. \\ & \left. + (i/2) [\tilde{\gamma}_{r1}(\omega) L_1(\omega) + \tilde{\gamma}_{r2}(\omega) L_2(\omega)] \right\}^{-1}, \end{aligned}$$

где

$$\tilde{\gamma}_{r1(2)}(\omega) = \gamma_{r1(2)} |R(\kappa)|^2, \quad \Delta_{1(2)}(\omega) = \frac{1}{2} \gamma_{r1(2)} q(\kappa),$$

$$e^{i\alpha} = \frac{R^*(\kappa)}{R(\kappa)}. \quad (35)$$

Отбрасываем нерезонансные вклады в величины $L_1(\omega)$ и $L_2(\omega)$, тогда получаем

$$\tilde{\mathcal{D}}(\omega) = -i\mathcal{D}_0(\omega) \left(\frac{\tilde{\gamma}_{r1}/2}{\omega - \Omega_1 + iG_1/2} + \frac{\tilde{\gamma}_{r2}/2}{\omega - \Omega_2 + iG_2/2} \right), \quad (36)$$

где величины $o_{1(2)} = \Omega_{1(2)} - iG_{1(2)}/2$ (Ω и G вещественны по определению) удовлетворяют уравнению

$$(o - \omega_1 + i\gamma_1/2)(o - \omega_2 + i\gamma_2/2) - \Delta_1(o - \omega_2 + i\gamma_2/2) - \Delta_2(o - \omega_1 + i\gamma_1/2) + i(\tilde{\gamma}_{r1}/2)(o - \omega_2 + i\gamma_2/2) + i(\tilde{\gamma}_{r2}/2)(o - \omega_1 + i\gamma_1/2) = 0$$

и равны

$$(\Omega - iG/2)_{1(2)} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2 \pm \sqrt{(\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2)^2 + (2\Delta_1 - i\tilde{\gamma}_{r1})(2\Delta_2 - i\tilde{\gamma}_{r2})} \right\}, \quad (37)$$

причем знак плюс относится к индексу 1, а знак минус — к индексу 2,

$$\tilde{\omega}_{1(2)} = \omega_{1(2)} + \Delta_{1(2)} - i\tilde{\Gamma}_{1(2)}/2, \quad (38)$$

$$\tilde{\Gamma}_{1(2)} = \tilde{\gamma}_{r1(2)} + \gamma_{1(2)}. \quad (39)$$

Выражение под знаком корня в (37), вообще говоря, является комплексным. Также введены обозначения

$$\tilde{\gamma}_{r1} = \tilde{\gamma}_{r1} + \Delta\gamma, \quad \tilde{\gamma}_{r2} = \tilde{\gamma}_{r2} - \Delta\gamma,$$

$$\Delta\gamma = \frac{\tilde{\gamma}_{r1}[\Omega_2 - \omega_2 - i(G_2 - \gamma_2)/2]}{\Omega_1 - \Omega_2 + i(G_2 - G_1)/2} + \frac{\tilde{\gamma}_{r2}[\Omega_1 - \omega_1 - i(G_1 - \gamma_1)/2]}{\Omega_1 - \Omega_2 + i(G_2 - G_1)/2}.$$

Сравним результаты (33) и (34) с подстановкой (36) с формулами (29) и (30) для случая одного уровня возбуждения в широкой КЯ. Видно, что уровни с номерами 1 и 2 влияют друг на друга, что приводит к перенормировке величин $\omega_i + \Delta_i$, $\tilde{\Gamma}_i$ и γ_{ri} : они заменяются соответственно на Ω_i , G_i и $\tilde{\gamma}_{ri}$. В случае узких ям при $kd \ll 1$ $\Delta_1 \cong \Delta_2 \cong 0$, $\exp(ikd) = 1$, а при выполнении (6), т. е. без учета кулоновских сил,

$$\tilde{\gamma}_{r1} = \gamma_{r1} \delta_{l_e, l_h}, \quad \tilde{\gamma}_{r2} = \gamma_{r2} \delta_{l_e, l_h}, \quad (40)$$

где $l_e(l_h)$ — число размерного квантования для электронов (дырок), и получаются результаты [24] для двух уровней в узкой КЯ.

5.2. Коэффициенты отражения и поглощения света при монохроматическом облучении. Зная выражения для электрических полей слева и справа от КЯ, вычислим коэффициенты отражения и поглощения света. Введем векторы Умова–Пойнтинга $\mathbf{S}_{\text{left(right)}}$ слева (справа) от КЯ

$$\mathbf{S}_{\text{left}} = \mathbf{S}_0 + \Delta\mathbf{S}_{\text{left}},$$

$$\mathbf{S}_{\text{right}} = (c\nu/4\pi)(\mathbf{E}_0 + \Delta\mathbf{E}_{\text{right}})^2 \mathbf{e}_z,$$

$$\Delta\mathbf{S}_{\text{left}} = -(\Delta\mathbf{E}_{\text{left}})^2 \frac{c\nu}{4\pi} \mathbf{e}_z,$$

$$\mathbf{S}_0 = (c\nu/2\pi)E_0^2 \mathbf{e}_z. \quad (41)$$

Безразмерный коэффициент отражения света определяется как

$$\mathcal{R} = \frac{|\Delta\mathbf{S}_{\text{left}}|}{|\mathbf{S}_0|}, \quad (42)$$

а коэффициент поглощения — как

$$\mathcal{A} = \frac{|\Delta\mathbf{S}_{\text{left}} - \Delta\mathbf{S}_{\text{right}}|}{|\mathbf{S}_0|}. \quad (43)$$

Коэффициент прохождения света равен

$$\mathcal{T} = \frac{|\mathbf{S}_{\text{right}}|}{|\mathbf{S}_0|} = 1 - \mathcal{R} - \mathcal{A}.$$

Рассмотрим случай монохроматического облучения КЯ, когда выполняется (8). С помощью (33), (34), (41)–(43) находим следующие формулы для коэффициентов отражения и поглощения света:

$$\mathcal{R} = \frac{1}{4Z} \left\{ [\tilde{\gamma}_{r1}(\omega_l - \omega_2) + \tilde{\gamma}_{r2}(\omega_l - \omega_1)]^2 + \frac{1}{4} (\tilde{\gamma}_{r1}\gamma_2 + \tilde{\gamma}_{r2}\gamma_1)^2 \right\}, \quad (44)$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2Z} \left\{ \tilde{\gamma}_{r1}\gamma_1 [(\omega_l - \omega_2)^2 + \gamma_2^2/4] + \tilde{\gamma}_{r2}\gamma_2 [(\omega_l - \omega_1)^2 + \gamma_1^2/4] + (\Delta_1\tilde{\gamma}_{r2} - \Delta_2\tilde{\gamma}_{r1}) \times [(\omega_l - \omega_2)\gamma_1 - ((\omega_l - \omega_1)\gamma_2)] \right\}, \quad (45)$$

где

$$\tilde{\gamma}_{r1(2)} = \tilde{\gamma}_{r1(2)}(\omega_l) \cong \tilde{\gamma}_{r1(2)}(\omega_g),$$

$$\Delta_{1(2)} = \Delta_{1(2)}(\omega_l) \cong \Delta_{1(2)}(\omega_g),$$

$$Z = [(\omega_l - \Omega_1)^2 + G_1^2/4][(\omega_l - \Omega_2)^2 + G_2^2/4]. \quad (46)$$

Используя (37)–(39), преобразуем (46) к виду

$$Z = \left\{ (\omega_l - \omega_1)(\omega_l - \omega_2) - \frac{1}{4} (\tilde{\gamma}_{r1}\gamma_2 + \tilde{\gamma}_{r2}\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2) - \Delta_1(\omega_l - \omega_2) - \Delta_2(\omega_l - \omega_1) \right\}^2 + \frac{1}{4} \left\{ (\omega_l - \omega_1)\tilde{\Gamma}_2 + (\omega_l - \omega_2)\tilde{\Gamma}_1 - \Delta_1\gamma_2 - \Delta_2\gamma_1 \right\}^2.$$

Подчеркнем, что выражения (44) и (45) для коэффициентов отражения и поглощения света, так же как выражения (33) и (34) для наведенных электрических полей, справедливы при условии (3), но выполнение условия (6) не обязательно. В случае узких ям при $kd \ll 1$ получаем

$$R_\chi = \int_{-\infty}^{\infty} dz \phi(z), \quad \Delta_\chi \simeq 0.$$

Рассмотрим некоторые предельные случаи.

1) При условии $kd \ll 1$, т.е. при узких КЯ, используем (40). Тогда выражения (44) и (45) переходят в соответствующие формулы из [24]. Подчеркнем, что в пределе $kd \ll 1$ для свободных ЭДП в бесконечно глубокой яме допустимо только $l_e = l_h$.

2) Положив $\gamma_{r2} = 0$, исключаем взаимодействие света с уровнем 2. Тогда получаем результаты для одного уровня

$$\mathcal{R} = \frac{\tilde{\gamma}_{r1}^2}{4[(\omega_l - \omega_1 - \Delta_1)^2 + (\tilde{\gamma}_{r1} + \gamma_1)^2/4]}, \quad (47)$$

$$\mathcal{A} = \frac{\tilde{\gamma}_{r1}\gamma_1}{2[(\omega_l - \omega_1 - \Delta_1)^2 + (\tilde{\gamma}_{r1} + \gamma_1)^2/4]}. \quad (48)$$

3) Рассмотрим предельный случай

$$\tilde{\gamma}_{r1(2)} \ll \gamma_{r1(2)}, \quad \Delta_{1(2)} \ll \gamma_{1(2)},$$

когда применима теория возмущений по взаимодействию света с электронной системой. Из (44) и (45) получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \frac{(\tilde{\gamma}_{r1}/2)^2}{(\omega_l - \omega_1)^2 + (\gamma_1/2)^2} + \frac{(\tilde{\gamma}_{r2}/2)^2}{(\omega_l - \omega_2)^2 + (\gamma_2/2)^2} \\ &+ \frac{\tilde{\gamma}_{r1}\tilde{\gamma}_{r2}}{2} \frac{(\omega_l - \omega_1)(\omega_l - \omega_2) + \gamma_1\gamma_2/4}{[(\omega_l - \omega_1)^2 + (\gamma_1/2)^2][(\omega_l - \omega_2)^2 + (\gamma_2/2)^2]}, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\mathcal{R} = \frac{\tilde{\gamma}_{r1}\gamma_1/2}{(\omega_l - \omega_1)^2 + (\gamma_1/2)^2} + \frac{\tilde{\gamma}_{r2}\gamma_2/2}{(\omega_l - \omega_2)^2 + (\gamma_2/2)^2}. \quad (50)$$

Поскольку

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_{r1(2)} &= \gamma_{r1(2)} |R(\kappa_l)|^2, \\ R(\kappa_l) &= \int_{-d/2}^{d/2} dz e^{-i\kappa_l z} \phi(z), \quad \kappa_l = \frac{\omega_l v}{c}, \end{aligned}$$

а коэффициент отражения (49) квадратичен по величинам $\tilde{\gamma}_r$, то в правой части (49) множитель $|R(\kappa_l)|^4$ может быть вынесен за скобки. Аналогично в (50) можно вынести за скобки $|R(\kappa_l)|^2$. В скобках величины $\tilde{\gamma}_{r1(2)}$ должны быть заменены на $\gamma_{r1(2)}$. Таким образом, зависимость коэффициентов \mathcal{R} и \mathcal{A} от толщины КЯ определяется множителями $|R(\kappa_l)|^4$ и $|R(\kappa_l)|^2$ соответственно.

Согласно (50), коэффициент поглощения света \mathcal{A} представляет собой сумму вкладов от уровней 1 и 2. Каждый их этих вкладов может быть получен из (48) при условии $\tilde{\gamma}_r \ll \gamma$, $\Delta \ll \gamma$.

Коэффициент отражения \mathcal{R} , согласно (49), квадратичен по $\tilde{\gamma}_{r1}$ и $\tilde{\gamma}_{r2}$ и поэтому кроме вкладов отдельных уровней содержит интерференционный вклад.

4) Следующий предельный случай противоположен предыдущему и определяется условиями

$$\gamma_{r1(2)} \gg \gamma_{1(2)}, \quad \Delta_{1(2)} \gg \gamma_{1(2)}.$$

Положим в правых частях (44) и (45)

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0,$$

тогда $\mathcal{A} = 0$,

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= [(\tilde{\gamma}_{r1} + \tilde{\gamma}_{r2})/2]^2 (\omega_l - \Omega_0)^2 \\ &\times \left\{ [(\omega_l - \omega_1)(\omega_l - \omega_2) - \Delta_1(\omega_l - \omega_2) - \Delta_2(\omega_l - \omega_1)]^2 \right. \\ &\left. + [(\tilde{\gamma}_{r1} + \tilde{\gamma}_{r2})/2]^2 (\omega_l - \Omega_0)^2 \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (51)$$

где

$$\Omega_0 = \frac{\omega_1 \tilde{\gamma}_{r2} + \omega_2 \tilde{\gamma}_{r1}}{\tilde{\gamma}_{r1} + \tilde{\gamma}_{r2}}.$$

Определив корни уравнения

$$(\omega_l - \omega_1)(\omega_l - \omega_2) - \Delta_1(\omega_l - \omega_2) - \Delta_2(\omega_l - \omega_1) = 0,$$

преобразуем (51) к виду

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= [(\tilde{\gamma}_{r1} + \tilde{\gamma}_{r2})/2]^2 (\omega_l - \Omega_0)^2 \left\{ (\omega_l - \omega_{d1})^2 (\omega_l - \omega_{d2})^2 \right. \\ &\left. + [(\tilde{\gamma}_{r1} + \tilde{\gamma}_{r2})/2]^2 (\omega_l - \Omega_0)^2 \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (52)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_{d1(2)} &= \frac{1}{2} \left\{ \omega_1 + \Delta_1 + \omega_2 + \Delta_2 \right. \\ &\left. \pm \sqrt{(\omega_1 + \Delta_1 - \omega_2 - \Delta_2)^2 + 4\Delta_1\Delta_2} \right\}. \end{aligned}$$

Из (52) следует, что при $\omega_l = \Omega_0$ коэффициент $\mathcal{R} = 0$, т.е. существует точка полного прохождения света через КЯ. При $\omega_l = \omega_{d1}$ или $\omega_l = \omega_{d2}$ коэффициент $\mathcal{R} = 1$, т.е. свет полностью отражается. Сравним полученный результат (52) с результатом [24] для узких КЯ ($kd \ll 1$). Находим, что при переходе к случаю широких КЯ величины $\tilde{\gamma}_{r1(2)}$ начинают зависеть от ширины КЯ, допустимо взаимодействие с ЭДП, для которых $l_e \neq l_h$ и точки полного отражения смещаются (при $kd \ll 1$ это точки $\omega_l = \omega_1$ и $\omega_l = \omega_2$).

Но существование одной точки полного прохождения и двух точек полного отражения в случае широких КЯ сохраняется (см. далее рис. 6).

5) Следующий предельный случай — малость обратных времен жизни и энергетических сдвигов по сравнению с расстоянием $\omega_1 - \omega_2$ между уровнями, т.е.

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_{r1(2)} &\ll \omega_1 - \omega_2, & \Delta_{1(2)} &\ll \omega_1 - \omega_2, \\ \gamma_{1(2)} &\ll \omega_1 - \omega_2, \end{aligned} \quad (53)$$

при этом соотношение между нерадиационными обратными временами жизни $\gamma_{1(2)}$ и величинами $\tilde{\gamma}_{r1(2)}$ и $\Delta_{1(2)}$ может быть любым.

Пусть частота ω_l близка к резонансу с уровнем 1, т.е. дополнительно к (53) выполняются условия

$$\begin{aligned} \omega_l - \omega_1 &\ll \omega_l - \omega_2, & \tilde{\Gamma}_{1(2)} &\ll \omega_l - \omega_2, \\ \Delta_{1(2)} &\ll \omega_l - \omega_2. \end{aligned}$$

Тогда из (44) и (45) получаем результаты (47) и (48), т.е. второй уровень слабо влияет на коэффициенты \mathcal{R} и \mathcal{A} .

6) Наконец, рассмотрим случай сливающихся уровней, когда

$$\begin{aligned} \omega_1 = \omega_2 = \omega_0, & & \tilde{\gamma}_{r1} = \tilde{\gamma}_{r2} = \tilde{\gamma}_r, \\ \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta, & & \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma. \end{aligned}$$

Из (37) получаем

$$\Omega_1 = \omega_0 + 2\Delta, \quad \Omega_2 = \omega_0, \quad G_1 = 2\tilde{\gamma}_r + \gamma, \quad G_2 = \gamma,$$

тогда и (44), (45) следует

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \frac{\tilde{\gamma}_r^2}{(\omega_l - \omega_0 - 2\Delta)^2 + (2\tilde{\gamma}_r + \gamma)^2/4}, \\ \mathcal{A} &= \frac{\tilde{\gamma}_r \gamma}{(\omega_l - \omega_0 - 2\Delta)^2 + (2\tilde{\gamma}_r + \gamma)^2/4}. \end{aligned}$$

Сравнивая полученные результаты с (47) и (48), находим, что в случае дважды вырожденного возбужденного уровня справедливы формулы для одного невырожденного уровня с удвоенными значениями $\tilde{\gamma}_r$ и Δ .

6. Результаты численных расчетов

В качестве электронных возбуждений в КЯ, которым соответствуют два близко расположенных энергетических уровня, будем рассматривать пару, состоящую из двойного электронного магнетополярона и дырки.

В возбуждении 1 фигурирует пара, состоящая из дырки и состояния *a* полярона, в возбуждении 2 — пара из дырки и состояния *b*. Обоим уровням соответствует одна и та же функция $\phi(z)$, как это предполагалось в разделе 5.

Без учета кулоновских сил, т.е. для свободных электронов и дырок, при выполнении условия (6) имеем

$$\phi_\chi(z) = \phi_{l_c}^e(z)\phi_{l_h}^h(z), \quad (54)$$

где $\phi_l^{e(h)}(z)$ — волновая функция электронов (дырок), соответствующая квантовому числу *l* размерного квантования,

$$\varepsilon_\chi = \varepsilon_{l_c}^e + \varepsilon_{l_h}^h.$$

Для ям конечной глубины вид функций $\phi_l^{e(h)}$ и энергий $\varepsilon_l^{e(h)}$ приведен, например, в [28]. Для бесконечно глубокой ямы, когда нет туннельного проникновения электронов и дырок в барьеры,

$$\phi_{l_c}^e(z) = \phi_{l_h}^h(z) = \phi_l(z), \quad l = 1, 2, \dots,$$

$$\phi_l(z) = \begin{cases} \sqrt{2/d} \sin\left(\frac{\pi lz}{d} + \frac{\pi l}{2}\right), & |z| \leq d/2, \\ 0, & |z| \geq d/2, \end{cases} \quad (55)$$

$$\varepsilon_l^{e(h)} = \frac{\hbar^2 \pi^2 l^2}{2m_{e(h)} d^2}. \quad (56)$$

Влияние кулоновских сил на спектр возбуждений дырка–магнетополярон рассмотрено в [31]. Показано, что если поперечная проекция квазиимпульса суммарного движения $\mathcal{K}_\perp = 0$, то экситонный эффект не приводит к размытию дискретных уровней, а может только сдвигать эти уровни и вносить дополнительный вклад в затухание γ нижнего из уровней. В случае нормального падения света в силу закона сохранения квазиимпульса возбуждаются именно пары, для которых $\mathcal{K}_\perp = 0$.

Для численных расчетов используем волновые функции (55) и энергии (56). В случае узких квантовых ям, характеризуемых неравенством $\kappa d \ll 1$, свет взаимодействует только с теми парами, у которых числа размерного квантования электронов и дырок совпадают ($l_e = l_h$). Назовем рождение таких пар разрешенными переходами. Для более широких КЯ, когда $\kappa d \geq 1$, проявляются запрещенные переходы, для которых $l_e \neq l_h$.

Поскольку энергии ε_l^e и ε_l^h , определенные в (56), зависят от чисел *l*, разрешенные переходы с индексами $l_e = l_h = 1$ и $l_e = l_h = 2$ разнесены по частоте на величину

$$D_{\text{ch}} = 3\hbar\pi^2/2\mu d^2.$$

Например, для GaAs, используя параметры [29] $m_e = 0.065m_0$, $m_h = 0.16m_0$ и ширину ямы $d = 150 \text{ \AA}$, получаем

$$\hbar D_{\text{ch}} = 0.11 \text{ eV}.$$

Для достаточно широких ям в промежутке между разрешенными переходами $l_e = l_h = 1$ и $l_e = l_h = 2$ появляются два запрещенных перехода при $l_e = 1$, $l_h = 2$ на расстоянии $3.2 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$ от перехода $l_e = l_h = 1$ и при $l_e = 2$, $l_h = 1$ на расстоянии $7.9 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$ от перехода $l_e = l_h = 1$. Каждому из переходов при резонансном значении H_{res} магнитного поля соответствует дублет близко расположенных максимумов коэффициентов отражения и поглощения света.

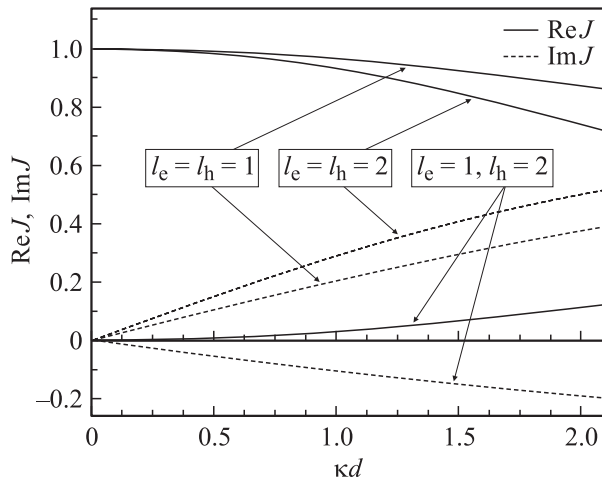


Рис. 1. Зависимости радиационного затухания $\tilde{\gamma}_r$ (сплошные линии) и радиационного сдвига Δ энергии ЭДП или возбуждения, состоящего из магнетополярона и дырки (пунктирные линии), от ширины d квантовой ямы. По оси ординат отложены $\text{Re} J = \tilde{\gamma}_r/\gamma_r$ и $\text{Im} J = 2\Delta/\gamma_r$, величина J вычислена по формуле (32). $l_{e(h)}$ — числа размерного квантования электрона (дырки), κ — модуль волнового вектора световой волны.

Приведем еще численные оценки. В [32] вычислены величины ΔE поляронных расщеплений еще некоторых сортов обыкновенных двойных поляронов и некоторых веществ КЯ и барьеров. Построены зависимости ΔE от ширины d ямы. При d от 150 до 300 Å $\Delta E \approx (5-7) \cdot 10^{-3}$ eV для $l_e = l_h = 1$ и $l_e = l_h = 2$. Величина $\hbar\gamma_r$, вычисленная по формуле (13) с использованием параметров GaAs из [29], равна $\hbar\gamma_r \approx 5.35 \cdot 10^{-5} (H/H_{\text{res}})$ [eV] (см. также [24]). При $H = H_{\text{res}}$ $\gamma_{ra} = \gamma_{rb} = \gamma_r/2$. На рис. 1 изображены зависимости величин $\tilde{\gamma}_r$ и радиационных сдвигов Δ энергии от ширины d ямы для двух разрешенных переходов $l_e = l_h = 1$ и $l_e = l_h = 2$ и двух запрещенных переходов $l_e = 1, l_h = 2$ и $l_e = 2, l_h = 1$, причем результаты для двух запрещенных переходов точно совпадают, поскольку, согласно (54), функция $\phi_\chi(z)$ не меняется при замене индекса l_e на l_h и наоборот [33]. При $H = H_{\text{res}}$ нерадиационные затухания $\gamma_a = \gamma_b$, но величины их неизвестны, в [24] сделана только попытка оценить эти величины снизу.

Рис. 2 и 3 приблизительно соответствуют приведенным выше численным оценкам ΔE и $\gamma_{r1} = \gamma_{r2}$ при $H = H_{\text{res}}$. Это справедливо только в приближении бесконечно глубоких ям, которое использовано при построении графиков. Используются две произвольные величины $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$: $\gamma = 0.001$ и 0.007 , обе они намного превышают величину $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = 2.7 \cdot 10^{-5}$, так что рис. 2 и 3 соответствуют случаю $\tilde{\gamma}_{r1(2)} \ll \gamma_{1(2)}$. Видно, что $\mathcal{R} \ll 1$, $\mathcal{A} \ll 1$ и $\mathcal{R} \ll \mathcal{A}$ как для разрешенных, так и для запрещенных переходов.

Сопоставляя использованные для рис. 2 и 3 значения поляронного расщепления ΔE_{res} и γ_r , находим,

что величина γ_r , на два порядка меньше, чем ΔE_{res} . Но это справедливо только для обычных двойных поляронов. В случае ослабленных поляронов величины поляронных расщеплений гораздо меньше. Рис. 4–7 могут относиться к ослабленным поляронам, когда величины ΔE_{res} и γ_r могут быть сравнимы. На рис. 4, 5 изображены кривые зависимостей $\mathcal{R}(\omega_l)$ и $\mathcal{A}(\omega_l)$ в случае $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_1 = \gamma_2$. Для разрешенного перехода при равенстве радиационного и нерадиационного затуханий коэффициенты \mathcal{R} и \mathcal{A} достигают наибольших значений,

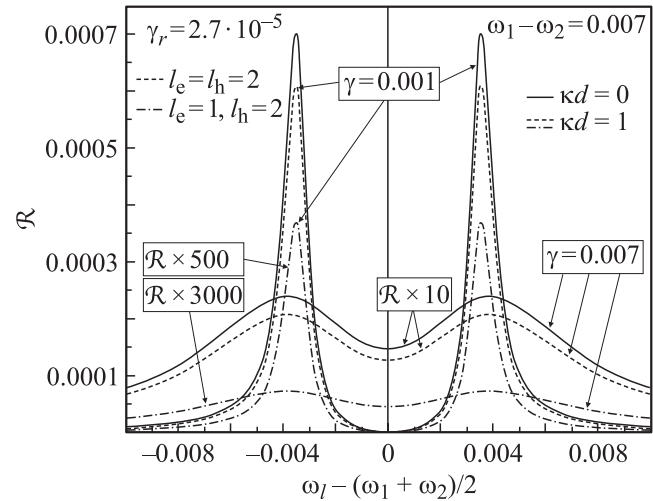


Рис. 2. Безразмерный коэффициент отражения \mathcal{R} в зависимости от частоты ω_l света в случае двух уровней возбуждения в широкой квантовой яме при условии $\gamma_r \ll \gamma$. Сплошные и пунктирные линии — разрешенные, штрихпунктирные — запрещенные переходы. $\gamma_r(\gamma)$ — обратное радиационное (нерадиационное) время жизни возбужденных состояний.

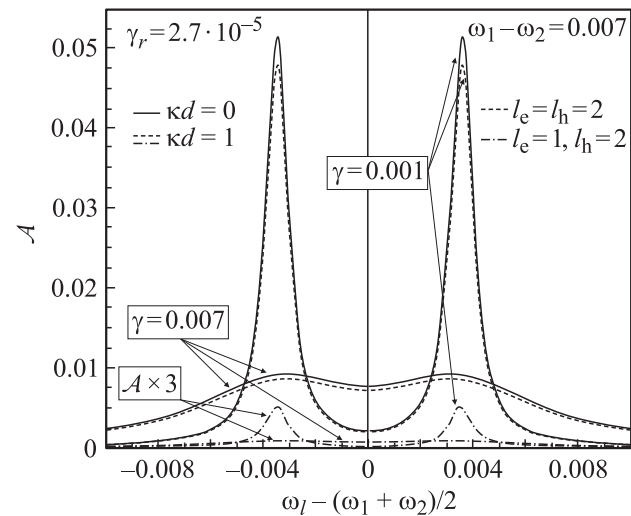


Рис. 3. Безразмерный коэффициент поглощения \mathcal{A} в зависимости от частоты ω_l света в случае двух уровней возбуждения в широкой квантовой яме при условии $\gamma_r \ll \gamma$. Сплошные и пунктирные линии — разрешенные, штрихпунктирные — запрещенные переходы.

сравнимых между собой и с единицей, что видно из рис. 4, 5. Что касается запрещенных переходов на этих рисунках, то для них выполняется условие $\tilde{\gamma}_{r1(2)} \ll \gamma_{1(2)}$ и соответствующие значения \mathcal{R} и \mathcal{A} малы.

Наконец, рис. 6, 7 соответствуют неравенству $\gamma_r \gg \gamma$, для которого получаются самые интересные результаты. В обоих случаях $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = 0.002$ и 0.01 для разрешенного перехода на рис. 6 получаем результаты, соответствующие формуле (52), т.е. равный нулю коэффициент отражения в точке $\omega_l = (\omega_1 + \omega_2)/2$ и близкое к полному отражение ($\mathcal{R} \simeq 1$) в точках $\omega_l = \omega_{d1}$ и $\omega_l = \omega_{d2}$, положение которых зависит от толщины ямы.

Запрещенному переходу на рис. 6 при $kd = 1$ соответствуют большие значения коэффициента \mathcal{R} в максимумах. Это происходит потому, что величины $\tilde{\gamma}_{r1(2)} \ll \gamma_{r1(2)}$ и $\gamma \simeq 10^{-4}$ сравнимы. Но пики очень узкие, поскольку $\tilde{\gamma}_{r1(2)} \ll \omega_1 - \omega_2$ и $\gamma_{1(2)} \ll \omega_1 - \omega_2$. На

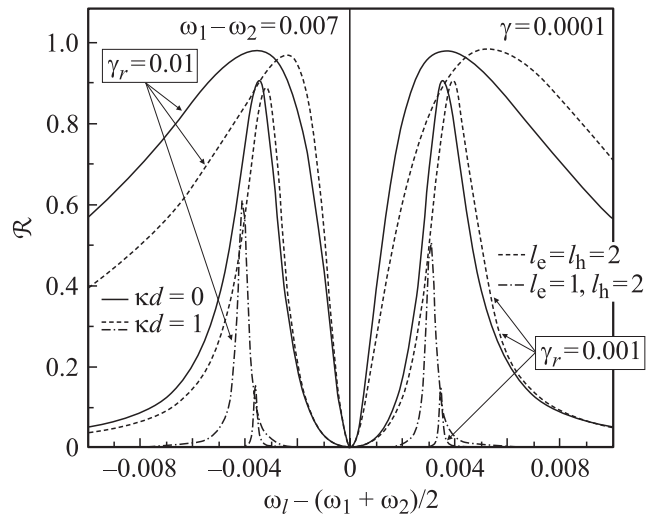


Рис. 6. То же, что на рис. 2, при условии $\gamma_r \gg \gamma$.

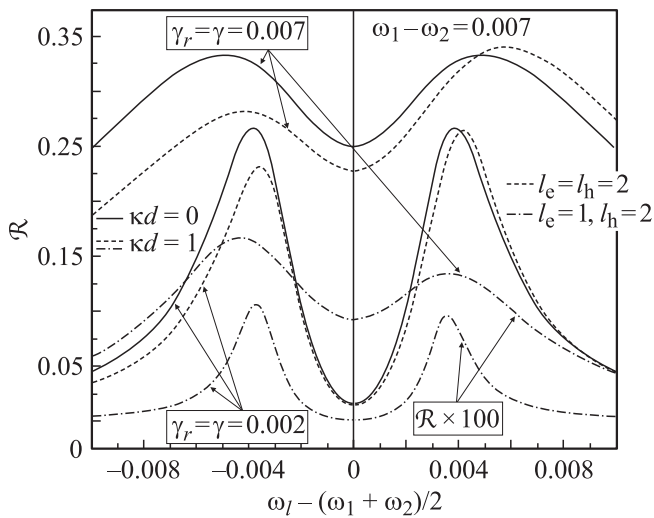


Рис. 4. То же, что на рис. 2, при условии $\gamma_r = \gamma$.

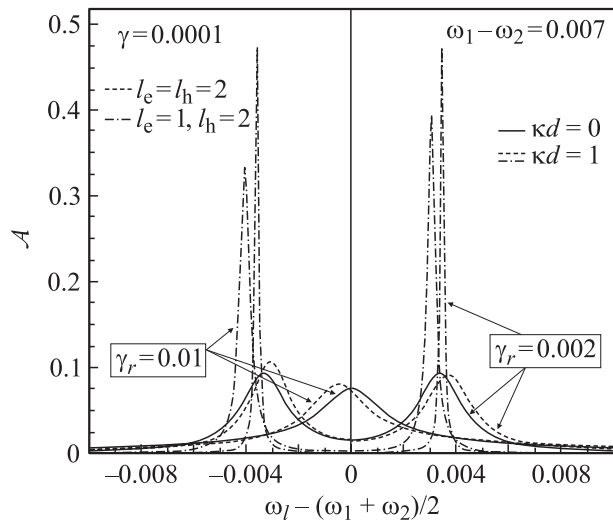


Рис. 7. То же, что на рис. 3, при условии $\gamma_r \gg \gamma$.

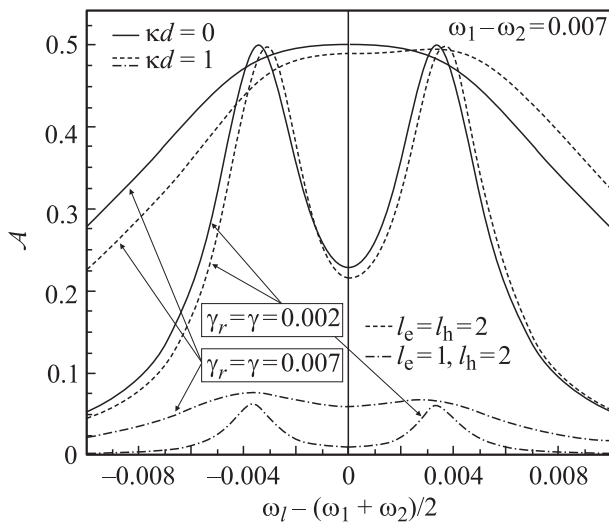


Рис. 5. То же, что на рис. 3, при условии $\gamma_r = \gamma$.

рис. 7, где изображены зависимости $\mathcal{A}(\omega_l)$, запрещенному переходу при $kd = 1$ соответствуют по той же причине такие же высокие и узкие пики.

7. Заключение

Вычислены безразмерные коэффициенты отражения \mathcal{R} и поглощения \mathcal{A} при нормальном падении монохроматического света на КЯ, ширина которой сравнима с длиной световой волны. Рассмотрен случай резонанса возбуждающего излучения с двумя близко расположенными уровнями в КЯ, каковыми являются два терма системы, состоящей из магнетополярона и дырки. Результаты сравниваются с полученными ранее в [24] для случая узких КЯ (ширина которых много меньше длины световой волны). Во-первых, показано,

что, если длина световой волны сравнима с шириной КЯ, высота и форма пиков отражения \mathcal{R} и поглощения \mathcal{A} начинают зависеть от ширины КЯ.

Во-вторых, установлено, что в случае широких КЯ — бесконечно глубоких и без учета экситонного эффекта — появляется взаимодействие света с возбуждениями, которые характеризуются различными числами размерного квантования электронов и дырок ($l_e \neq l_h$). Зависимость коэффициентов \mathcal{R} и \mathcal{A} от ширины КЯ d различна для разрешенных ($l_e = l_h$) и запрещенных ($l_e \neq l_h$) переходов. Подчеркнем, что существует ряд других механизмов, приводящих к снятию запрета на переходы при $l_e \neq l_h$, среди них конечная глубина ямы и присутствие членов kp в гамильтониане. Все параметры и частоты на рис. 2–6 приведены в произвольных единицах, поскольку выражения (44) и (45) содержат только отношения этих величин. В-третьих, показано, что в случае широких КЯ сохраняется своеобразное поведение коэффициента отражения \mathcal{R} в зависимости от частоты ω_l возбуждающего света в том случае, если обратные нерадиационные времена жизни много меньше обратных радиационных. Существуют две точки $\omega_l = \omega_{d1}$ и $\omega_l = \omega_{d2}$ полного отражения ($\mathcal{R} = 1$) и между ними одна точка $\omega_l = \Omega_0$ полного прохождения ($\mathcal{R} = 0$), однако положение точек ω_{d1} и ω_{d2} зависит от ширины КЯ.

Учтена вся последовательность процессов поглощения и переизлучения световых квантов, что означает выход за пределы теории возмущений по константе связи света с электронами. Показано, что теория возмущений непригодна, когда обратные радиационные времена жизни возбуждений сравнимы с обратными нерадиационными временами.

Список литературы

- [1] H. Ztolz. Time resolved light scattering from excitons. Springer tracts in modern physics. Springer, Berlin (1994).
- [2] J. Shah. Ultrafast spectroscopy of semiconductors and semiconductor nanostructures. Springer, Berlin (1996).
- [3] H. Hang, S.W. Koch. Quantum theory of the optical and electronic properties of semiconductors, World Scientific (1993).
- [4] Л.Е. Воробьев, Е.Л. Ивченко, Д.А. Фирсов, В.И. Шалыгин. Оптические свойства наноструктур. Наука, СПб (2001).
- [5] E.J. Johnson, D.M. Larsen. Phys. Rev. Lett. **16**, 15, 655 (1966).
- [6] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ФТТ **47**, 9, 1704 (2005); Cond-mat/0411692; S.T. Pavlov, I.G. Lang, L.I. Korovin. 13th Int. Symp. „Nanostructures: physics and technology“. St. Petersburg, Russia (2005). P. 416.
- [7] L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. Solid State Commun. **77**, 19, 641 (1991).
- [8] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 8, 2388 (1991).
- [9] Е.Л. Ивченко, А.В. Кавокин. ФТТ **34**, 6, 1815 (1992).
- [10] L.C. Andreani. In: Confined electrons and photons / Eds E. Burstein, C. Weisbuch. Plenum Press, N. Y. (1995). P. 57.
- [11] F. Tassone, F. Bassani, L.C. Andreani. Phys. Rev. B **45**, 11, 6023 (1992).
- [12] T. Stroucken, A. Knorr, C. Anthony, P. Thomas, S.W. Koch, M. Koch, S.T. Gundiff, J. Feldman, E.O. Göbel. Phys. Rev. Lett. **74**, 9, 2391 (1995).
- [13] T. Stroucken, A. Knorr, P. Thomas, S.W. Koch. Phys. Rev. B **53**, 4, 2026 (1996).
- [14] M. Hubner, T. Kuhl, S. Haas, T. Stroucken, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. Solid State Commun. **105**, 2, 105 (1998).
- [15] L.C. Andreani, G. Panzarini, A.V. Kavokin, M.R. Vladimirova. Phys. Rev. B **57**, 8, 4670 (1998).
- [16] I.G. Lang, V.I. Belitsky, M. Cardona. Phys. Stat. Sol. (a) **164**, 1, 307 (1997).
- [17] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Phys. Lett. A **245**, 3–4, 329 (1998).
- [18] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Solid State Commun. **107**, 10, 577 (1998).
- [19] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **42**, 12, 2230 (2000); Cond-mat/0006364.
- [20] D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov, L.I. Korovin, I.G. Lang. Phys. Rev. B **62**, 24, 16 815 (2000); Cond-mat/0002229.
- [21] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **43**, 6, 1117 (2001); Cond-mat/0004178.
- [22] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **43**, 11, 2091 (2001); Cond-mat/0104262.
- [23] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **44**, 9, 1681 (2002); Cond-mat/0203390.
- [24] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **44**, 11, 2084 (2002); Cond-mat/0001248.
- [25] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ФТТ **46**, 9, 1706 (2004); Cond-mat/0311180.
- [26] J.M. Luttinger, W. Kohn. Phys. Rev. **97**, 4, 869 (1955).
- [27] М. Цидильковский. Зонная структура полупроводников. Наука, М. (1978).
- [28] I.G. Lang, V.I. Belitsky, A. Cantarero, L.I. Korovin, S.T. Pavlov, M. Cardona. Phys. Rev. B **54**, 24, 17768 (1996).
- [29] A. Garsia-Cristobal, A. Cantarero, C. Trallero-Giner. Phys. Rev. B **49**, 19, 13 430 (1994).
- [30] И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **78**, 3, 1167 (1980).
- [31] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **118**, 2(8), 388 (2000).
- [32] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **115**, 1, 187 (1999).
- [33] P.Y. Yu, M. Cardona. Fundamentals of semiconductors. Springer, Berlin (2003).