

01;09

Распределение полей магнитостатических волн в касательно намагниченной ферромагнитной пластине

© А.Ю. Анненков, С.В. Герус

Институт радиотехники и электроники РАН,
141120 Фрязино, Московская обл., Россия

(Поступило в Редакцию 17 июня 1997 г.)

Теоретически исследовано распределение полей поверхностных и объемных магнитостатических волн при их распространении под произвольным углом к постоянному полю в касательно намагниченной ферромагнитной пластине (волны Деймона–Эшбаха). Построены мгновенные картины линий магнитного поля волны. Обнаружено качественное изменение распределения магнитного поля по толщине для объемной волны при прохождении через угол, равный углу отсечки поверхностной волны, в результате чего синусоидальное распределение волны по толщине почти скачком набирает дополнительную разность фаз.

Магнитостатические моды в касательно намагниченной ферромагнитной пластине были впервые рассмотрены Дэймоном и Эшбахом в известной работе [1]. Авторами было показано, что в такой магнитной среде могут распространяться два типа магнитостатических волн (МСВ): поверхностные и объемные. Получены дисперсионные соотношения для указанных волн и исследованы условия их существования. В частности, было отмечено, что поверхностные волны могут распространяться только в определенном секторе направлений, а для объемных мод такого ограничения не существует. Были изучены распределения волновых функций МСВ по толщине пластины для двух ситуаций: для объемной волны при распространении ее вдоль поля подмагничивания и поверхностной, бегущей в перпендикулярном направлении.

В последующих работах, посвященных МСВ в ферромагнитных пластинах, исследовалось влияние на них направления поля подмагничивания, разнообразных граничных условий, включая металлизацию поверхности ферромагнетика и создание периодических препятствий на пути волн [2–4]. Изучались МСВ также и в многослойных ферритовых структурах [5]. Однако в основном внимание уделялось таким динамическим характеристикам, как дисперсионное соотношение, фазовая и групповая скорости, время задержки МСВ. Распределение полей МСВ по объему пластины рассматривалось только для частных случаев направления распространения упомянутых выше [6].

Настоящая работа является в какой-то степени продолжением работы [1]. В ней исследуется распределение полей поверхностных и объемных МСВ при их распространении под произвольным углом к постоянному полю в касательно намагниченной ферромагнитной пластине.

Основные соотношения

Пусть поле подмагничивания H_0 параллельно оси z , а ферромагнитная пластина лежит в плоскости yz (см. рис. 1). Обозначим через α угол между осью y и

направлением распространения волны \mathbf{r} . Следуя работе [1], используем магнитостатическое приближение, согласно которому магнитное поле волны выражается через магнитостатический потенциал Ψ

$$\mathbf{h} = \text{grad}\Psi, \quad (1)$$

благодаря чему она и называется магнитостатической. Потенциал Ψ удовлетворяет уравнению Уокера внутри пластины

$$\text{div}(\hat{\mu} \times \text{grad}\Psi) = 0 \quad (2)$$

и уравнению Лапласа снаружи

$$\Delta\Psi = 0. \quad (3)$$

Здесь $\hat{\mu}$ — тензор магнитной проницаемости ферромагнетика [6].

На границе поверхности ферромагнетика должны выполняться условия непрерывности тангенциальной компоненты магнитного поля волны и нормальной компоненты индукции.

Согласно работе [1], решение уравнения (2) внутри пластины выражается через тригонометрические функции для объемных волн и гиперболические для поверхностных. Нам удобно будет представить их в следующем

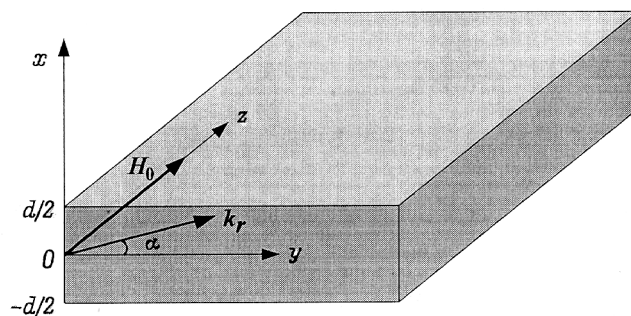


Рис. 1. Ориентации системы координат.

виде:

$$\Psi_\sigma = e^{i(\omega t - \mathbf{k}_r r)} \begin{cases} S_\sigma(d/2) \times e^{-k_r(x-d/2)}, & x > d/2, \\ S_\sigma(x), & -d/2 > x > d/2, \\ S_\sigma(-d/2) \times e^{k_r(x+d/2)}, & x < -d/2. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь в правой части первый сомножитель описывает распространение волны с частотой ω в направлении плоского волнового вектора \mathbf{k}_r ; функция $S_\sigma(x)$ отражает распределение волны по толщине пластины

$$S_\sigma(x) = \begin{cases} \text{sh}(\Phi), & \sigma = +1, \\ \sin(\Phi), & \sigma = -1, \end{cases}$$

где индекс σ определяет тип волны, он равен +1 для поверхностной МСВ и -1 для объемной; параметр $\Phi = k_x x + \Phi_0$ представляет собой пространственную фазу периодического распределения S_σ для объемной МСВ и ее обобщение на случай гиперболических функций для поверхностной МСВ; Φ_0 имеет смысл начальной фазы, управляющей симметрией функции S_σ относительно плоскости $x = 0$; k_x — положительное, вещественное число.

В формуле (4) амплитудный коэффициент для удобства положен равным 1, поскольку мы исследуем вопросы распространения линейных колебаний независимо от условий их возбуждения. Следует отметить, что использование гиперболического синуса вместо более общей формулы вида $Ae^x + Be^{-x}$ охватывает только случай разных знаков коэффициентов A и B , но тем не менее именно этот случай удовлетворяет граничным условиям.

Подставляя в уравнение Уокера (2) формулу для потенциала (4), получаем выражение, связывающее между собой волновые числа k_x и k_r ,

$$\left(\frac{k_r}{k_x}\right)^2 = \frac{\sigma\mu}{1 + (\mu - 1)\cos^2\alpha}, \quad (5)$$

где $\mu = (\Omega_\perp^2 - \Omega^2)/(\Omega_H^2 - \Omega^2)$ — диагональная компонента тензора магнитной проницаемости, $\Omega = \omega/4\pi M_0$, $\Omega_H = H_0/4\pi M_0$, $\Omega_\perp = \Omega_H(\Omega_H + 1)$, H_0 — поле подмагничивания, M_0 — намагниченность насыщения ферромагнетика.

Используя выражение для потенциала (4) и формулу (1), находим компоненты переменного магнитного поля \mathbf{h} внутри ферритовой пластины. Отношение компонент представимо в виде следующей формулы:

$$\xi_\sigma = -i\sqrt{\frac{\sigma(\Omega^2 - \Omega_\perp^2)}{\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \cos\alpha)}} T_\sigma(\Phi), \quad (6)$$

где $\xi_\sigma = h_r/h_x$,

$$T_\sigma(\Phi) = \begin{cases} \text{th}(\Phi), & \sigma = +1, \\ \text{tg}(\Phi), & \sigma = -1. \end{cases}$$

Мнимое значение ξ_σ указывает на вращение магнитного поля по эллипсу, эксцентриситет которого зависит от величины ξ_σ , а направление вращения — от знака ξ_σ .

Учтем теперь граничные условия. Они позволяют определить значения, которые должны принимать фаза Φ и величина ξ_σ на верхней и нижней поверхностях пластины. Из уравнения Лапласа (3) следует, что вне феррита переменное магнитное поле \mathbf{h}^e имеет круговое вращение, направление которого различно для верхней и нижней полуплоскости. Связь между компонентами внешнего поля можно записать следующим образом:

$$h_r^e = i\zeta h_x^e,$$

где

$$\zeta = \begin{cases} +1, & x \geq d/2, \\ -1, & x \leq -d/2. \end{cases}$$

Так как вне пластины магнитное поле \mathbf{h}^e и вектор магнитной индукции \mathbf{b}^e равны между собой, то с учетом непрерывности на границе ферромагнетика тангенциальной составляющей поля и нормальной составляющей индукции можно записать следующее граничное соотношение:

$$h_r = h_r^e = i\zeta h_x^e = i\zeta b_x^e = i\zeta b_x. \quad (7)$$

Здесь \mathbf{h} и \mathbf{b} — поле и индукция внутри ферромагнетика. В свою очередь b_x выражается через \mathbf{h} и тензор $\hat{\mu}$

$$b_x = \mu h_x + \nu h_y, \quad (8)$$

где $\nu = i\Omega/(\Omega_H^2 - \Omega^2)$ — недиагональная компонента тензора $\hat{\mu}$.

Отсюда получаем значение, которое должно приобретать отношение компонент поля на верхней или нижней границе ферромагнетика

$$\eta_\zeta = \frac{h_r}{h_x} \left(x = \zeta \frac{d}{2}\right) = -i \frac{\Omega^2 - \Omega_\perp^2}{\Omega \cos\alpha - \zeta(\Omega^2 - \Omega_H^2)}. \quad (9)$$

Учет граничных условий в данной задаче состоит в том, чтобы приравнять значения, определяемые формулами (6) и (9),

$$\xi_\sigma(\Phi_\zeta) = \eta_\zeta, \quad (10)$$

где Φ_ζ — значение фазы Φ на верхней и нижней поверхностях ферритовой пластины.

Преобразовав выражение (10), получаем формулу для определения Φ_ζ

$$T_\sigma(\Phi_\zeta) = \frac{\sigma\sqrt{\sigma(\Omega^2 - \Omega_\perp^2) \times [\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \cos^2\alpha)]}}{\Omega \times \cos\alpha - \zeta(\Omega^2 - \Omega_H^2)}. \quad (11)$$

В свою очередь значения пространственной фазы на разных поверхностях Φ_{+1} и Φ_{-1} позволяют найти параметр $k_x = (\Phi_{+1} - \Phi_{-1})/d$. Подставив значения k_x в формулу (5), можно получить известные дисперсионные соотношения для поверхностных или объемных МСВ [1].

Однако нас интересуют распределения переменных полей МСВ. Заметим, что граничное условие в виде формулы (9) позволяет непосредственно проанализировать поведение магнитного поля на поверхности ферромагнетика, а с учетом зависимостей (6) и внутри него. Чтобы графически представить поведение поля с помощью отношения $\eta = h_r/h_x$ удобно ввести следующее преобразование:

$$\varepsilon(\eta) = \begin{cases} 2 - 1/i\eta, & i\eta > 1, \\ i\eta, & -1 < i\eta < 1, \\ -2 - 2/i\eta, & i\eta < -1. \end{cases}$$

Это преобразование ставит в соответствие точкам $h_x = 0$, $ih_r/h_x = \pm 1$, $h_r = 0$ значения $\varepsilon = 2, \pm 1, 0$ соответственно.

Обсуждение результатов

На рис. 2 представлена частотная зависимость $\varepsilon(\eta_c)$, заданная формулой (9). Каждому значению ε соответствуют определенные вид и направление эллипса вращения магнитного поля \mathbf{h} , что в качественном виде показано слева от оси ординат. При построении графиков были учтены дополнительные условия существования МСВ.

Для поверхностных МСВ ($\Omega > \Omega_1$) это два условия. Первое имеет вид

$$\Phi_{+1} > \Phi_{-1}. \quad (12)$$

Оно следует из положительности k_x и определяет известную величину угла отсечки поверхности МСВ $\alpha_c = \arctg \sqrt{1/\Omega_H}$. При $\alpha > \alpha_c$ поверхностных волн не существует. Второе условие вытекает из того, что значение гиперболического тангенса в формуле (11) ограничено единицей, оно определяет верхнюю частоту существования поверхностных МСВ, распространяющихся под заданным углом α к оси y

$$\Omega_0 = \frac{\Omega_H(1 + \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha}{2 \cos \alpha}.$$

На рис. 2 из всех рассмотренных углов поверхностная МСВ может распространяться только по двум. С увеличением угла частотная область существования МСВ сужается за счет снижения верхней частоты. В пределе при $\alpha \rightarrow \alpha_c$ верхняя частота стремится к Ω_\perp . Параметр эллипса прецессии ε внутри ферромагнетика растет от сплошной кривой $\varepsilon(\eta_{-1})$ до штриховой $\varepsilon(\eta_{+1})$. При этом прецессия поля МСВ имеет тенденцию к превращению из вертикального эллипса в окружность.

Для объемных волн ($\Omega < \Omega_\perp$) также должны выполняться два условия. Первое состоит в положительности выражения (5), оно определяет нижнюю границу существования объемных МСВ: $\Omega_1 = \sqrt{\Omega_H(\Omega_H + \cos^2 \alpha)}$. Второе условие представляет из себя соотношение (12). Из него следует, что угол α_c является характерным

параметром и для объемных МСВ. Для углов $\alpha > \alpha_c$ условие (12) справедливо автоматически. Для $\alpha < \alpha_c$ это условие выполняется только для волн, у которых фаза Φ_{+1} на верхней границе, вычисленная по формуле (11), увеличена на число π . На рис. 2 можно проследить за эволюцией, которую претерпевает эллипс прецессии первой моды объемной МСВ при переходе от нижней к верхней плоскости ферритовой пластины. Параметр ε нарастает от сплошной кривой $\varepsilon(\eta_{-1})$ до штриховой $\varepsilon(\eta_{+1})$ либо до горизонтали с ординатой, равной 2, а затем рост продолжается с отметки -2 до штриховой, если сплошная кривая лежит выше штриховой. При этом конфигурация эллипса проходит фазы, условно нанесенные слева от оси ординат. Отметим следующее обстоятельство: для объемных мод соотношение (9), представленное графически на рис. 2, не зависит от номера моды. Следовательно, если увеличить номер моды на 1, то при восхождении с нижней на верхнюю границу ферромагнетика необходимо добавить дополнительный циклический виток, равный 4 единицам по оси ординат.

Рассмотрим теперь более подробно специфическую особенность объемных МСВ, связанную с наличием угла α_c . Для этого обратимся к рис. 3, где приведены зависимости поверхностных фаз Φ_{+1} и Φ_{-1} первой моды от волнового вектора \mathbf{k}_r . Фазу внутри ферромагнитной пластины легко найти, так как, согласно формуле (1), она линейно нарастает от значения Φ_{-1} на нижней ее границе до Φ_{+1} на верхней. Напомним также, что объемные МСВ в касательно намагниченной пластине имеют отрицательную дисперсию [1].

Зависимость от волнового числа (или частоты) разности фаз $\Delta\Phi = \Phi_{+1} - \Phi_{-1}$ объемной моды оказывается различной для углов α больше или меньше критического угла α_c (рис. 3, а). Для углов больше α_c (кроме $\alpha = \pi/2$) фаза Φ_{+1} монотонно возрастает от 0 до π при росте k_r от нуля до бесконечности (уменьшении частоты от Ω_\perp до нижнего ее значения). Фаза Φ_{-1} при этом имеет некоторый отрицательный минимум в средней части диапазона и равно 0 на его краях. Разность фаз $\Delta\Phi$ в этом случае монотонно увеличивается от 0 до π .

Для углов меньше α_c поведение Φ_{+1} изменяется. В этом случае как Φ_{-1} , так и Φ_{+1} имеют минимум в средней части диапазона, но на его краях они равны 0 и π соответственно. При этом разность $\Delta\Phi$ оказывается максимальной и равной π на краях частотного диапазона и имеет минимум в его средней части.

Особый случай представляет $\alpha = \pi/2$ (волна распространяется вдоль поля \mathbf{H}_0). При этом кривые Φ_{+1} и Φ_{-1} становятся симметричными относительно оси абсцисс (а поле МСВ относительно центра пластины), что связано с отсутствием невзаимности при этом значении угла α .

Для более высоких мод поведение Φ_{+1} , Φ_{-1} и $\Delta\Phi$ отличается от рассмотренного наличием дополнительного слагаемого $n\pi$ в формулах для Φ_{+1} и $\Delta\Phi$.

Рассмотрим наконец, как распределено собственно магнитное поле МСВ волны по толщине магнитной пластины. На рис. 4 представлены мгновенные картины линий поля двух поверхностных МСВ, распространяющихся на одной частоте, но под разными углами

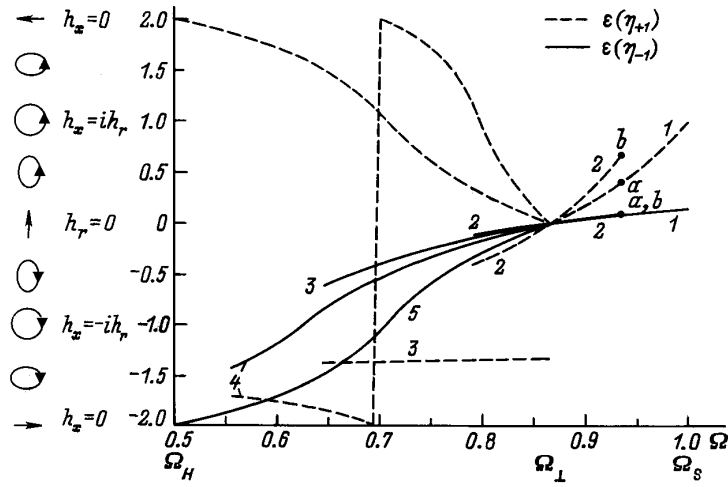


Рис. 2. Частотные зависимости параметров $\varepsilon(\eta_{+1})$ и $\varepsilon(\eta_{-1})$, представляющих форму и направление прецессии магнитного поля на верхней (штриховые) и нижней (сплошные кривые) границах ферромагнитной пластины соответственно: $\alpha = 0$ (1), 30° (2), $\alpha_c = 54.7$ (3), 70 (4), -90° (5). Слева от делений оси ординат — соответствующие им формы эллипса прецессии. $\Omega_s = \Omega_0$ ($\alpha = 0$), $\Omega_H = 0.5$.

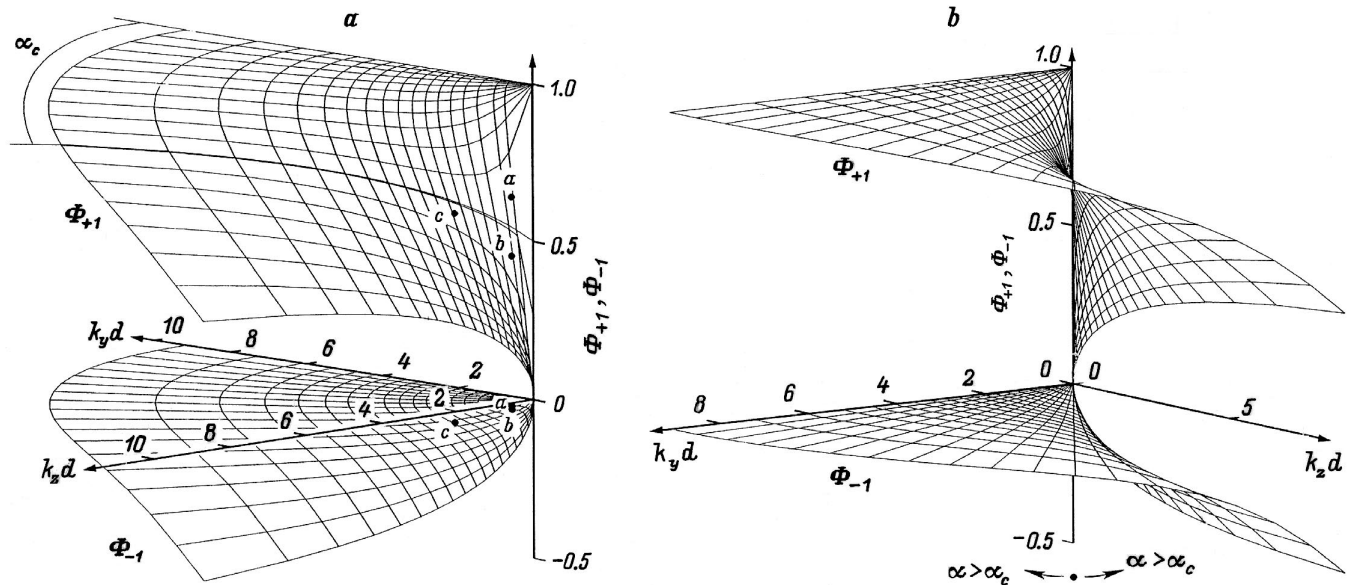


Рис. 3. Зависимости фаз Φ_{+1} и Φ_{-1} первой моды объемных МСВ для верхней и нижней поверхностей ферромагнетика от плоского волнового вектора k_r (a) и вид со стороны критического угла $\alpha_c = 54.7^\circ$ (b).

α . Касательная к линии в каждой ее точке указывает направление магнитного поля МСВ. В отличие от силовых линий магнитной индукции линии магнитного поля не непрерывны и их плотность в ферромагнетике не является показателем величины поля. Однако приведены картины магнитного поля, поскольку основные закономерности распространения МСВ в виде формул (6), (7) и (9) удастся представить именно для него в наиболее исчерпывающей и удобной форме. Для поверхностных МСВ, распространяющихся под углом α к оси y (рис. 4, b), структура линий поля схожа со случаем $\alpha = 0$ (рис. 4, a), исследованным в работе [6]. С увеличением α (при заданной частоте) нарастает волновое число и,

как следует из рис. 2, увеличивается составляющая касательной компоненты поля относительно нормальной на верхней границе пластины при практически неизменном соотношении компонент на нижней границе.

Распределение поля объемных МСВ имеет специфические особенности, связанные с существованием критического угла α_c . На рис. 5 представлены картины линий поля для 1-й моды указанных волн, им соответствуют состояния, отмеченные точками на рис. 3. Координата x , при которой касательные к линиям поля вертикальны, отвечает значению фазы $\Phi = 0$ или π , а значению фазы $\Phi = \pm\pi/2$ соответствует координата x , где линия поля представляет собой горизонтальную прямую.

Картины поля на рис. 5, *a* и *b* построены для одинаковых волновых чисел k_r и очень близких значений параметров Ω и α . Тем не менее формы линий поля внутри ферромагнетика на этих рисунках отличается весьма значительно. Это вызвано тем, что угол α для одного рисунка меньше, а для другого больше на 2° , чем α_c . При этом волновые векторы выбраны относительно малыми в той области, где фаза Φ_{+1} (рис. 3) имеет почти скачкообразную особенность для зависимости от угла α . На нижней поверхности пластины величины Φ_{-1} отрицательны, малы по абсолютной величине и почти совпадают (рис. 3). Поэтому на обоих рисунках около нижней поверхности пластины есть сечение, где касательные к линиям поля вертикальны ($\Phi = 0$). Но горизонтальная линия ($\Phi = \pi/2$) есть только на рис. 5, *a*, для которого $\Phi_{+1} > \pi/2$. Разность фаз $\Delta\Phi$ составляет величину 120° (рис. 5, *a*) и 87° (рис. 5, *b*).

Для рис. 5, *c* взято то же значение $\alpha = 57^\circ$, что и для рис. 5, *b*, а волновое число (частота) подобрано таким образом, чтобы разность фаз $\Delta\Phi$ была равна 120° , как на рис. 5, *a*. Чтобы обеспечить объемной МСВ такое же значение $\Delta\Phi$, как в случае поворота на 4° при $k_r = \text{const}$, необходимо увеличить k_r в 3.7 раза при $\alpha = \text{const}$. Отметим, что в области малых волновых векторов для углов α , близких, но меньших α_c , кривые $\Phi_{+1}(k_r)$ имеют минимум, благодаря чему возможно существование одинаковых величин Φ_{+1} , а значит, и близких распределений поля по толщине для двух разных значений k_r . С ростом k_r скачкообразная особенность на поверхности Φ_{+1} сглаживается.

В заключение можно отметить следующее. Главная ось эллипса прецессии магнитного поля поверхностных МСВ ориентирована перпендикулярно поверхности пластины ферромагнетика. Максимальное значение эксцентриситета эллипса принимает на нижней поверхности пластины. При перемещении к верхней поверхности происходит монотонный рост амплитуды поля и уменьшение эксцентриситета эллипса. Эллипс на верхней границе стремится стать окружностью при распространении

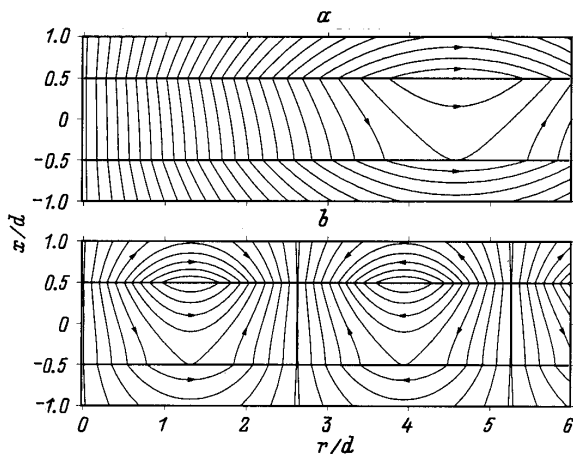


Рис. 4. Линии магнитного поля поверхностных МСВ с частотой $\Omega = 0.935$: $\alpha = 0^\circ$ (*a*), 30° (*b*); $k_r d = 0.34$ (*a*), 1.2 (*b*); единицей размера является толщина ферромагнитной пластины.

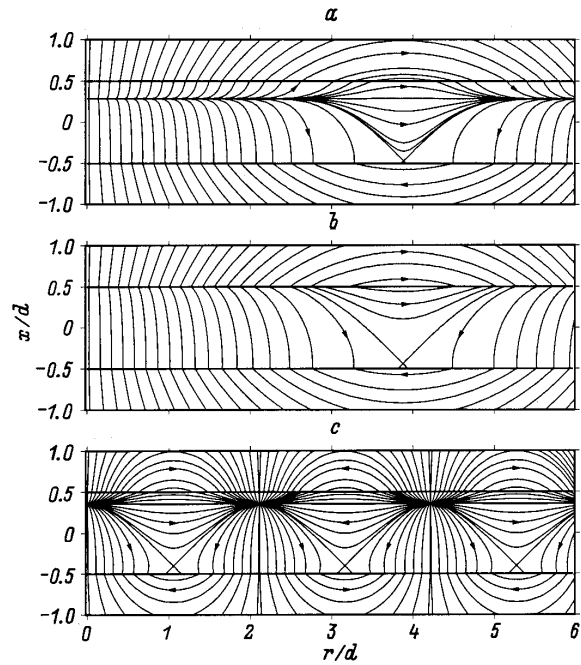


Рис. 5. Линии магнитного поля объемных МСВ: $\alpha = 53^\circ$ (*a*), 57° (*b, c*); $k_r d = 0.4$ (*a, b*), 1.49 (*c*); $\Omega = 0.859$ (*a*), 0.852 (*b*), 0.794 (*c*). Этим рисункам на поверхностях рис. 3 соответствуют точки, обозначенные теми же буквами.

МСВ перпендикулярно полю подмагничивания ($\alpha = 0^\circ$) и стремления волнового числа к бесконечности. С увеличением угла α эксцентриситет на нижней границе пластины практически не меняется, градиент изменения эксцентриситета по толщине пластины нарастает, но полный размах значений эксцентриситета сжимается до нуля при приближении угла α к его критическому значению α_c вместе с сокращением частотного диапазона.

Распространение объемных МСВ также имеет особенность в окрестности углов, близких к α_c . В области малых волновых чисел при уменьшении угла α происходит почти скачкообразное увеличение пространственной фазы на верхней поверхности ферромагнетика, в результате чего картина распределения поля объемной МСВ по толщине пластины резко меняется.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 96-02-17283а.

Список литературы

- [1] Damon R.W., Eshbach J.R. // J. Phys. Chem. Solids. 1961. Vol. 19. P. 308.
- [2] Damon R.W., Van der Vaart H. // J. Appl. Phys. 1965. Vol. 36. N 11. P. 3453.
- [3] Bongianini W.L. // J. Appl. Phys. 1972. Vol. 43. N 6. P. 2541.
- [4] Вороненко А.В., Герус С.В., Харитонов В.Д. // Изв. вузов. Физика. 1988. Vol. 31. № 11. P. 76.
- [5] Зубков В.И., Епанечников В.А. // РиЭ. 1986. Vol. 31. № 4. P. 656.
- [6] Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994. 464 с.