

01;03;08

О дроблении пузырьков газа в жидкости при действии волны давления конечной амплитуды

© В.Г. Ковалев

Институт импульсных процессов и технологий,
327018 Николаев, Украина

(Поступило в Редакцию 18 марта 1998 г.)

Рассмотрен механизм дробления газовых пузырьков в жидкости в поле волны давления высокой интенсивности. Получены критерии дробления. Обнаружена и объяснена аномальная зависимость дробящего давления от начального радиуса пузырька.

В работе [1] в квазиакустическом приближении получены уравнения динамики несферических колебаний газового пузырька в жидкости. При выводе названного уравнения граничные условия редуцировались к подвижной поверхности путем предельного перехода. Поскольку колебания пузырька предполагались аксиально-симметричными, то потенциал скоростей внешнего гидродинамического поля, радиус-вектор и скорость движения поверхности пузырька, лапласово давление и другие пространственные характеристики процесса были представлены в виде разложений по полиномам Лежандра. Далее, ограничиваясь нулевым и вторым членами разложений [2], получены в двухмодовом приближении уравнения динамики несферических колебаний, позволяющие рассмотреть процесс дробления пузырька при действии волн давления высокой интенсивности [3]. В качестве эталонной выбрана волна ступенчатого профиля, для которого давление дробления минимально.

Целью данной работы является исследование процесса дробления пузырька, которое, учитывая существенную нелинейность полученных в [1] уравнений, целесообразно осуществить методом численного эксперимента.

Начальное состояние пузырька характеризуется его начальным радиус-вектором поверхности, который в двухмодовом приближении может быть представлен в виде

$$R(\theta, t) = R_s(t) + R_e(t)(3\xi^2 - 1),$$

где R_s , R_e — амплитуды сферической и несферической компонент соответственно; $3\xi^2 - 1$ — полином Лежандра первого порядка.

Таким образом, в качестве характеристик можно выбрать начальное значение сферической компоненты R_{s0} , которое далее будем называть начальным радиусом, и отношение компонент $e_0 = R_{e0}/R_{s0}$, которое назовем начальной несферичностью. Текущие значения указанных величин будем называть соответственно радиусом и несферичностью пузырька.

Прежде всего определим величину давления эталонной волны, при котором происходит дробление пузырька. Результаты расчетов давления дробления при различных значениях начального радиуса и начальной несферичности приведены в таблице.

В целом характер зависимости давления дробления от указанных характеристик вполне очевиден: чем меньше начальная несферичность пузырька, тем выше давление дробления. Однако два нетривиальных момента: резкий рост дробящего давления и изменение знака его зависимости от начального радиуса при $R_{e0}/R_{s0} < 0.11$ требуют более детального исследования особенностей процесса.

Поскольку рассматриваемая механическая система обладает двумя степенями свободы, то ее фазовое пространство четырехмерно, однако из шести его проекций наиболее информативной представляется проекция на плоскость V_s , V_e , приведенная на рис. 1. Здесь начальный радиус пузырька принят равным 1 мм, начальная относительная несферичность 0.1, давление в падающей волне равно 535, 538, 540 МПа (соответственно кривые 1–3), последнее значение давления соответствует случаю дробления.

Фазовую траекторию удобно разбить на три участка, соответствующие трем стадиям процесса. На первом участке все три фазовые траектории идут, сливаясь, практически строго вертикально вниз, таким образом, на данной стадии происходит значительное уменьшение нулевой моды R_s , при этом V_e практически остается равной нулю, т.е. абсолютное значение несферичности не изменяется, а относительное $e = R_e/R_s$ увеличивается только за счет уменьшения R_s .

На следующей стадии, где уже появляется некоторое различие фазовых траекторий, они тем не менее идут почти горизонтально, что означает резкое уменьшение R_e . Тот факт, что траектории на этом участке идут горизонтально, свидетельствует, что этот процесс

Зависимость давления дробления P_B (МПа) от начального радиуса R_{s0} и относительной начальной несферичности R_{e0}/R_{s0}

R_{s0}, mm	R_{e0}/R_{s0}									
	0.3	0.2	0.15	0.12	0.11	0.105	0.102	0.1	0.08	0.06
1	0.8	1.7	3.8	10.7	27	98.0	300	540	4900	$37 \cdot 10^3$
0.1	0.85	1.9	3.9	10.9	27	96.0	295	530	4860	$36 \cdot 10^3$
0.01	1.4	2.4	4.0	11.2	27	95.5	289	527	4710	$34 \cdot 10^3$
0.001	2.5	4.5	5.1	12.0	27	85.0	268	490	4500	$23 \cdot 10^3$

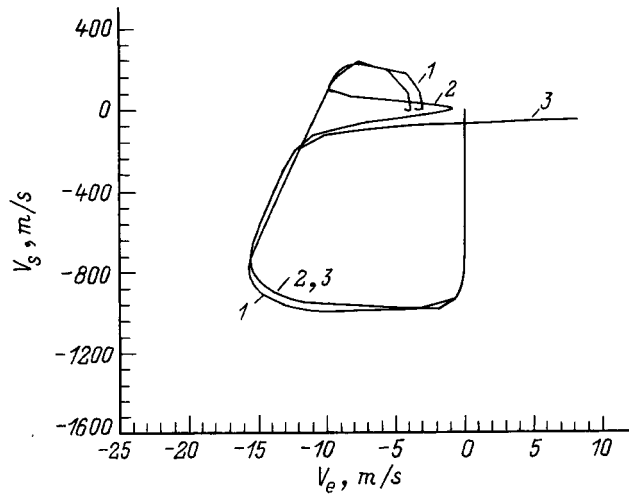


Рис. 1.

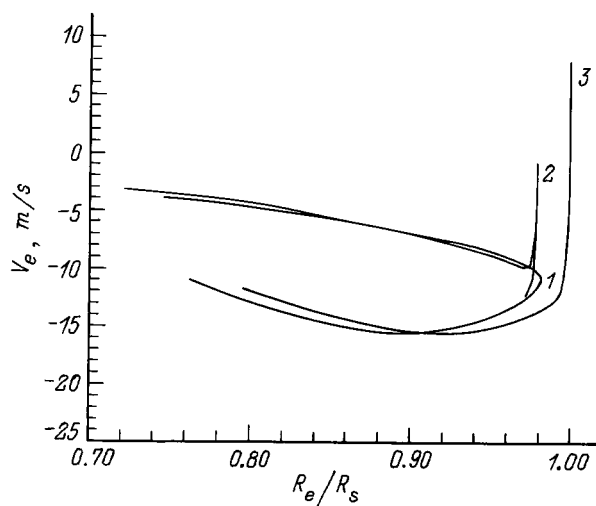


Рис. 2.

происходит в момент динамического торможения коллапса, когда ускорение нулевой моды обращается в нуль, а скорость схлопывания достигает максимального значения. Заметим, что скорости мод V_s и V_e различаются почти на два порядка, поэтому, несмотря на некоторое уменьшение абсолютной несферичности, относительная несферичность продолжает расти.

На следующей стадии процесса, когда размеры пузырька достигли минимума, развивается очень большое положительное ускорение нулевой моды, сопровождающееся излучением в жидкость короткого положительного импульса давления высокой интенсивности. Одновременно развивается положительная фаза пульсаций второй моды, однако поскольку внешнее давление на этой стадии суммируется с излученным положительным импульсом, то ускорение второй моды по модулю оказывается намного большим, чем на первой стадии, поэтому фазовая траектория на этом участке идет наклонно. Заметим, что вплоть до дробления $|V_s| > |V_e|$, таким образом, и на этой стадии относительная несферичность продолжает

возрастать, несмотря на уменьшение абсолютной несферичности R_e .

Как видно из рис. 2, при $e \sim 1$ возникает зона притяжения, граница которой при заданном внешнем давлении определяется величиной относительной несферичности, иными словами, величиной второй моды лапласова давления $P_{\sigma e}$. Поскольку давление газа в пузырьке предполагается однородным по объему и равным внешнему давлению, а давление поверхностного натяжения в зоне шейки пузырька имеет отрицательный знак, то в качестве критерия можно принять, что граница зоны притяжения траекторий определяется равенством названных давлений. Запишем выражение для второй моды давления в виде [1]

$$P_{\sigma e} = \frac{2\sigma e(17e - 10)}{R_s(1 - e)}.$$

Определение точного значения R_s в момент, когда фазовая траектория приближается к зоне неустойчивости, представляет сложную задачу. Однако для оценки можно, исходя из вида фазовых траекторий в плоскости R_s, V_s , принять, что при больших давлениях минимальный радиус пузырька составляет $\approx 1/3$ его конечного установившегося адиабатического радиуса [4,5]. Тогда

$$R_s \approx \frac{R_{s0}}{3} \left(1 + \frac{P_w}{P_0}\right)^{-\frac{1}{3\gamma}},$$

где P_w — давление в падающей волне.

Теперь, полагая $P_{\sigma e} = P_w$, получим оценку границы зоны притяжения

$$e_R = 1 - \frac{42}{R_{s0}} \left(\frac{P_w}{P_0}\right)^{-(1+\frac{1}{3\gamma})}.$$

При $P_w = 540$ МПа и $R_{s0} = 1$ мм расчет дает значение $e_R = 0.997$, что хорошо согласуется с рис. 2.

Для дальнейшей оценки можно принять, что в момент дробления $e \approx 1$. Таким образом, дробление наступает при $R_e \approx R_s$. Далее, учтем, что, за исключением случаев очень большой начальной несферичности, т.е. малых давлений дробления, $|V_s| \gg |V_e|$, таким образом, к моменту дробления $R_e \approx R_{e0}$, $R_s \approx R_e = e_0 R_{s0}$. Тогда в момент дробления

$$R_s = \frac{R_{s0}}{3} \left(1 + \frac{P_w}{P_0}\right)^{-\frac{1}{3\gamma}}.$$

Отсюда получим оценку давления дробления

$$P_w \approx P_0 + \frac{P_0}{(3e_0)^{3\gamma}}.$$

Сделанная оценка объясняет как сравнительно слабую зависимость давления от начального радиуса, так и резкий рост его с уменьшением начальной несферичности. Если учесть тот факт, что R_e в действительности несколько уменьшается к моменту дробления, то зависимость $P_w(e_0)$ станет еще более резкой.

Рассмотрим, наконец, вопрос о влиянии начального радиуса пузырька на величину давления дробления. Сравнительно слабая зависимость точки дробления от начального радиуса указывает, что основным фактором в данном случае является соотношение двух компонент давления поверхностного натяжения, причем указанное соотношение играет основную роль на начальной стадии процесса, когда оба давления соизмеримы с давлением газа в пузырьке. Сферическая компонента P_{σ_s} оказывает стабилизирующее влияние, т.е. способствует снижению несферичности, роль компоненты P_{σ_e} , как было показано выше, противоположная.

Рассмотрим вопрос о знаке величины $(\partial(P_{\sigma_e}/P_{\sigma_s}))/\partial R_s$. Легко видеть, что данная величина имеет минимум при $\zeta = R_e/(R_s - R_e) = 0.12$. Таким образом, при уменьшении начального радиуса, т.е. при $\delta R_s < 0$, величина $\partial(P_{\sigma_e}/P_{\sigma_s})/\partial R_s \delta R_s$ отрицательна при $\zeta > 0.12$ и положительна при $\zeta < 0.12$. Это означает, что в начальной стадии дестабилизирующая роль P_{σ_e} уменьшается при переходе к более мелким пузырькам, если $\zeta > 0.12$, и увеличивается при $\zeta < 0.12$. Точка равновесия $\zeta = 0.12$ описывает ситуацию, когда давление дробления не зависит от начального радиуса пузырька. Поскольку ζ и e связаны соотношением $e = \zeta/(1 + \zeta)$, то получим, что точке равновесия соответствует начальная несферичность $e_0 = 0.107$, что хорошо согласуется с данными таблицы.

Таким образом, полученные результаты позволяют не только оценить величину давления дробления пузырька в зависимости от его начального радиуса и начальной несферичности, но и понять механизмы не вполне тривиального вида указанной зависимости.

Список литературы

- [1] Ковалев В.Г. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. Вып. 24. С. 79–83.
- [2] Plesset M.S., Mitchell T.P. // Quart. Appl. Math. 1956. Vol. 13. N 4. P. 419–430.
- [3] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. II. 360 с.
- [4] Исследовать процесс высоковольтного электрического разряда в двухфазной среде. Отчет о НИР/ИИПТ НАН Украины. № ГР 01910008378. Николаев, 1993. 160 с.
- [5] Ковалев В.Г. // Тез. докл. VII научной школы "Физика импульсных разрядов в конденсированных средах". Николаев, 1995. С. 122.