

01;10

Теоретическое исследование группировки электронного пучка в релятивистских усилителях мощности

© Э.А. Перельштейн, Л.В. Бобылева, А.В. Елзов, В.И. Казача

Объединенный институт ядерных исследований,
141980 Дубна, Московская область, Россия

(Поступило в Редакцию 15 июля 1997 г.)

Современный подход к разработке инжектора драйвера двухпучкового ускорителя базируется на использовании сгруппированного электронного пучка. Обсуждаются результаты моделирования и сравнения процессов группировки релятивистского электронного пучка в лазере на свободных электронах и в лампе бегущей волны в области низких энергий электронных пучков. Дано сравнение результатов моделирования и имеющихся экспериментальных результатов группировки электронного пучка в лазере на свободных электронах.

1. Введение

В настоящее время во всем мире ведутся работы над следующим поколением электрон-позитронных коллайдеров для тэвного диапазона энергий. Они потребуют больших градиентов ускоряющихся электрических полей (до $\sim 100 \text{ MeV/m}$) для экономии мощности питания, а также для того, чтобы ускорители имели не слишком большую длину. Для решения этой проблемы исследуются две схемы, базирующиеся на концепции двухпучкового ускорителя [1,2]. В двухпучковом ускорителе первый ускоритель создает сильноточный электронный пучок, который должен быть сгруппирован по всей длине коллайдера. Образующиеся электронные сгустки генерируют высокочастотную электромагнитную мощность для запитки ускоряющих резонаторов второго ускорителя, который ускоряет главный пучок до тэвного диапазона энергий.

Существует несколько схем для получения таких высокоинтенсивных драйверных электронных сгустков. Одна из таких схем была реализована в [13], где так называемый "Чопертрон" использовал поперечную модуляцию скорости основного пучка, имевшего энергию 2.5 MeV и ток 1 kA , в отклоняющем резонаторе с коллиматором для получения продольной группировки пучка. Другая идея получения таких сгустков заключается в использовании группировки пучка, которая происходит в лазере на свободных электронах (ЛСЭ). В [5,6] были выполнены подробные численные расчеты с целью определения достоинств этого метода, эффективности группировки как функции от энергии пучка, его тока и эмиттанса. В [5,6] было также показано, что в ЛСЭ усилителях высокая степень группировки пучка может быть получена на достаточно коротких длинах. Но при этом способе группировки серьезными проблемами являются чувствительность стабильности фазы к изменению энергии пучка в течение длительности импульса и его быстрая разгруппировка при возбуждении ЛСЭ.

В работах [7–9] представлены первые результаты прямого наблюдения группировки релятивистского электронного пучка в мощном ЛСЭ. Измерения, использовавшие как электромагнитную, так и оптическую тех-

нику, были выполнены на выходе вигглера и четко продемонстрировали группировку пучка.

Данная работа посвящена численному моделированию и сравнению группировки релятивистского электронного пучка в ЛСЭ и в лампе бегущей волны (ЛБВ). Результаты расчетов группировки электронного пучка в ЛСЭ также сравниваются с экспериментальными результатами, полученными в [7,8].

Уравнения, описывающие группировку пучка

Следующие уравнения описывают самосогласованную пространственную задачу о движении релятивистского электронного пучка в электрическом поле СВЧ волны. Они могут быть использованы как для ЛСЭ в комптоновском режиме, так для ЛБВ

$$\frac{d\gamma_j}{dZ} = -\kappa a_s \sin \psi_j \quad (j = 1, \dots, M), \quad (1)$$

$$\frac{d\Theta_j}{dZ} = \frac{1}{\beta_{\parallel j}} - \frac{1}{\beta_{ph}}, \quad (2)$$

$$\frac{da_s}{dZ} = \eta \langle \sin \psi_j \rangle, \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{dZ} a_s = \eta \langle \cos \psi_j \rangle. \quad (4)$$

Здесь M — число электронов (макрочастиц); γ_j — энергия $j^{\text{го}}$ электрона ($E_j = m_0 c^2 \gamma_j$) в единицах $E_0 = m_0 c^2$, m_0 — масса покоя электрона, c — скорость света; $Z = z\omega_0/c$ — безразмерная продольная координата, ω_0 — частота СВЧ волны. Величина Θ_j является фазой $j^{\text{го}}$ электрона относительно электромагнитного поля; φ — фаза комплексной амплитуды ($\hat{a} = a_s \exp(i\varphi)$), $\psi_j = \varphi + \Theta_j$ — полная пондеромоторная фаза. Скобки в уравнениях (3) и (4) означают усреднение по сгустку. Величина a_s является безразмерной амплитудой электрического поля СВЧ волны

$$a_s = \frac{eE_s}{m_0\omega_0 c}, \quad (5)$$

где e — заряд электрона; E_s — амплитуда электрического поля СВЧ волны.

Параметр k является коэффициентом связи электронов с СВЧ волной. Его величина зависит от типа используемого устройства. Параметр η в уравнениях (3) и (4) дается выражением [10]

$$\eta = \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \frac{2\kappa}{N}. \quad (6)$$

Константа $I_A = m_0 c^3 / e \simeq 17 \text{ kA}$, N — норма электромагнитной волны, $\beta_{\parallel j}$ — продольная скорость электрона и β_{ph} — фазовая скорость СВЧ волны.

Моделирование процесса группировки в лазере на свободных электронах

Чтобы получить систему дифференциальных уравнений для моделирования процесса группировки в ЛСЭ со спиральным вигглером, мы взяли за основу соответствующие уравнения из [10,11], учитывая эффективный сдвиг частоты ω_p , связанный с плазменной волной в пучке. Это соответствует учету плазменной волны в резонансном условии в [7,8]. Окончательно имеем

$$\frac{d\omega_j}{dZ} = \kappa_{1j} a_s \sin \psi_j \quad (j = 1, \dots, M), \quad (7)$$

$$\frac{d\Theta_j}{dZ} = -\frac{(k_\omega + k_s)c}{\omega_0} + 1 + \frac{\omega_p}{\omega_0 \beta_z} + \frac{1 + a_\omega^2 + a_\omega a_s \cos \psi_j}{2\gamma_0^2 (1 - \omega_j)^2}, \quad (8)$$

$$\frac{da_s}{dZ} = \eta_1 \left\langle \frac{\sin \psi_j}{1 - \omega_j} \right\rangle, \quad (9)$$

$$\frac{d\varphi}{dZ} a_s = \eta_1 \left\langle \frac{\cos \psi_j}{1 - \omega_j} \right\rangle, \quad (10)$$

где

$$\kappa_{1j} = \frac{a_\omega}{2\gamma_0 \gamma_j} = \frac{\kappa_0}{1 - \omega_j}. \quad (11)$$

Здесь $\omega_j = 1 - E_j/E_0$ есть относительное изменение энергии $j^{\text{го}}$ электрона; $k_\omega = 2\pi/\lambda_\omega$; λ_ω — период вигглера; k_s — аксиальное волновое число резонансной волноводной моды в вигглере; $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - \beta_0^2}$ — начальная энергия электронного пучка; β_z — продольная безразмерная скорость резонансной частицы, определяемая из соотношений $\beta_z = \sqrt{\beta_0^2 - \beta_\perp^2}$, $\beta_\perp/\beta_z = a_\omega/\gamma_0$; $\kappa_0 = a_\omega/2\gamma_0^2$, ω_p — релятивистская плазменная частота

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_0}} \frac{1}{\gamma_z \gamma^{1/2}}. \quad (12)$$

Здесь n_e — плотность электронного пучка, $\gamma_z = 1/\sqrt{1 - \beta_z^2}$, параметр a_ω дается формулой

$$a_\omega = \frac{eB_\omega \lambda_\omega}{2\pi m_0 c^2}, \quad (13)$$

где B_ω — амплитуда магнитного поля вигглера.

Коэффициент η_1 дается следующим выражением:

$$\eta_1 = \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \frac{2k_0 \gamma_0}{N}. \quad (14)$$

Для нашего моделирования мы использовали параметры электронного пучка и ЛСЭ из [7,8]: энергия электронного пучка $\sim 2.2 \text{ MeV}$ ($\gamma_0 \simeq 5.31$, $\beta_0 \simeq 0.982$); электронный ток внутри вигглера $I_b \sim 500 \text{ A}$; радиус электронного пучка $\sim 0.5 \text{ cm}$; период вигглера $\lambda_\omega = 12 \text{ cm}$; поле вигглера $B_\omega = 0.11 \text{ T}$; частота СВЧ волны $f_0 = 3.5 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$ (H_{11} -мода).

В [7,8] начальная мощность СВЧ волны 10 kW инжектировалась в круглый волновод в H_{11} -моду. Соответствующая амплитуда электрического поля СВЧ волны $a_s \simeq 4.4 \cdot 10^{-4}$ (см. формулу (5)). Тогда мы получаем следующие значения параметров из (11), (13) и (14); $\kappa_0 \simeq 0.022$ и $\eta_1 \simeq 2.5 \cdot 10^{-4}$ (норма волны в нашем случае $N = N_{11} \simeq 24.3$).

Мы определяем параметр группировки B так же, как в [7]: $B = |\langle \exp(i\psi) \rangle|$. Начальный энергетический разброс в электронном пучке мы моделировали с помощью 2000 электронов, которые были распределены по фазам в 40 точках от $\Theta = 0$ до 2π и в каждой точке 50 электронов имели гауссовское распределение по относительной энергии с дисперсией σ .

Система дифференциальных уравнений (7)–(10) решалась с помощью метода Рунге–Кутты для указанных выше значений параметров. Рис. 1 показывает результаты расчетов СВЧ мощности ЛСЭ и их сравнение с результатами, полученными в [7,8]. Чтобы учесть адиабатический вход вигглера в [7,8], мы предполагаем, что экспоненциальный рост мощности начинается на расстоянии 48 см от начала вигглера. Эта точка соответствует точке $z = 0$ на рис. 1. Как можно увидеть, эти результаты находятся в довольно хорошем согласии. Сравнивая распределение СВЧ мощности вдоль вигглера, полученное эксперимен-

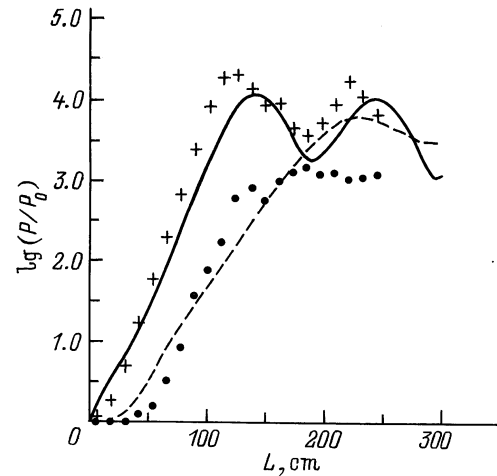


Рис. 1. СВЧ мощность ЛСЭ в зависимости от длины взаимодействия электронного пучка с вигглером: $\sigma = 0$ (сплошная кривая), 5% (штриховая); кривые — расчет, + — теория [7], ● — эксперимент [7].

тально в [7,8], можно сделать вывод, что наблюдаемое отличие максимальной СВЧ мощности в ~ 10 раз от расчетной для моноэнергетического пучка может частично объясняться наличием начального энергетического разброса в электронном пучке.

На рис. 2 представлены рассчитанные зависимости параметра группировки B от длины L вдоль вигглера. Кривые на рис. 2 соответствуют измерениям временной зависимости параметра группировки вдоль пучка [7]. Регулярная часть вигглера заканчивается на длине L , приблизительно равной 170 см. Наши расчеты за регулярной частью вигглера недостаточно корректны. Таким образом, сравнивая полученную расчетную кривую, соответствующую $\sigma = 5\%$, с экспериментальными результатами, можно предположить, что малое экспериментальное значение параметра группировки в [7]

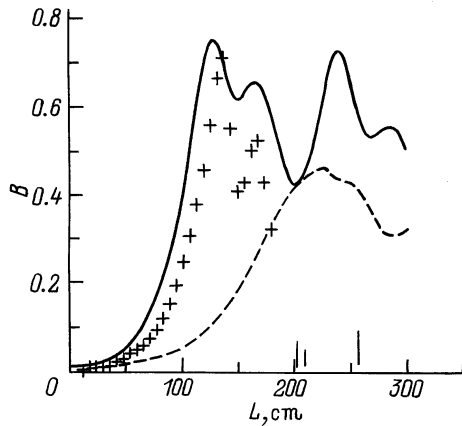


Рис. 2. Зависимость параметра группировки в ЛСЭ от длины взаимодействия электронного пучка с вигглером: $\sigma = 0$ (сплошная кривая), 5% — штриховая, + — численное моделирование [7].

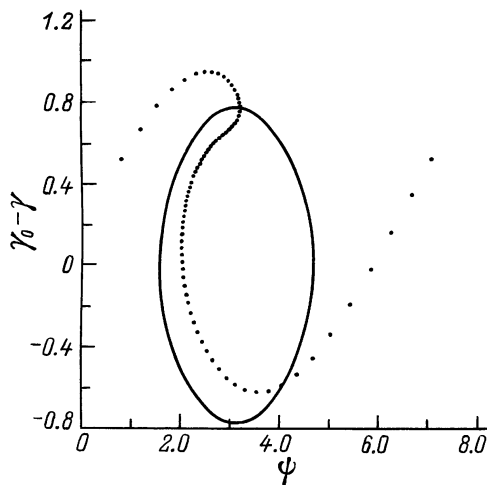


Рис. 3. Распределение в фазовом пространстве сгруппированного в ЛСЭ пучка в точке $z = 129.5$ см, соответствующее максимуму параметра группировки. Сплошной линией показана расчетная сепаратриса.

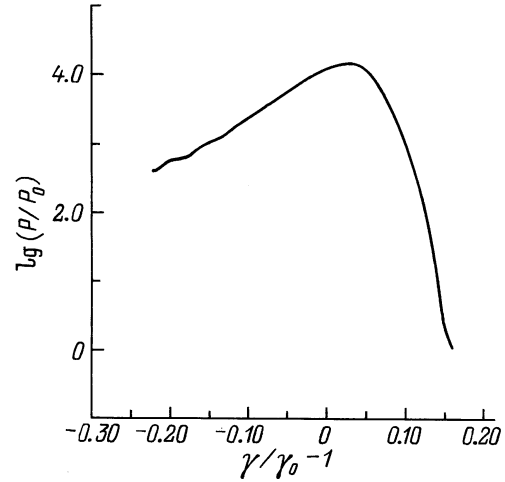


Рис. 4. Зависимость СВЧ мощности на выходе вигглера от начальной энергии пучка.

($B \sim 0.1$) объясняется влиянием энергетического разброса электронов в пучке. Длина, на которой достигается максимальная группировка, находится в области максимальных значений СВЧ мощности.

Характер распределения электронов в фазовом пространстве $\{\gamma, \psi\}$ для $B \simeq 0.75$ в случае моноэнергетического пучка ($\sigma = 0$) показан на рис. 3. Зависимость рассчитанной СВЧ мощности на выходе вигглера от начальной энергии пучка ($\sigma = 0$) показана на рис. 4. Из этой резонансной кривой можно видеть, что она асимметрична и ее максимальное значение соответствует $\gamma_0 \simeq 5.6$ для наших значений параметров.

Моделирование процесса группировки в лампе бегущей волны

Для моделирования группировки электронного пучка в ЛСВ усилителе на основе гофрированного волновода мы использовали следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\omega_j}{dZ} = \kappa_2 a_s \sin \psi_j \quad (j = 1, \dots, M), \quad (15)$$

$$\frac{d\Theta_j}{dZ} = \frac{1 - \omega_j}{\sqrt{(1 - \omega_j)^2 - 1/\gamma_0^2}} - \frac{1}{\beta_{ph}}, \quad (16)$$

$$\frac{da_s}{dZ} = \eta_2 \langle \sin \psi_j \rangle, \quad (17)$$

$$\frac{d\varphi}{dZ} a_s = \eta_2 \langle \cos \psi_j \rangle, \quad (18)$$

где

$$\kappa_2 = \frac{\pi l_0}{\gamma_0 d}, \quad (19)$$

здесь l_0 — амплитуда гофра, d — пространственный период гофра [12].

Параметр η_2 определяется как

$$\eta_2 = \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \frac{2\kappa_2\gamma_0}{N_{01}}, \quad (20)$$

где N_{01} — норма E_{01} -типа волны в ЛБВ.

Для моделирования мы выбрали следующие параметры электронного пучка и E_{01} -волны: энергии электронного пучка ~ 2.2 MeV ($\gamma_0 \simeq 5.31$), электронный ток внутри ЛБВ $I_b \sim 500$ А, радиус электронного пучка ~ 0.5 см, частота СВЧ волны $f_0 = 17 \cdot 10^9$ Hz ($\lambda \simeq 1.76$ см), входная СВЧ мощность в ЛБВ 10 kW. Значение параметра d было найдено из дисперсионной кривой гофрированного

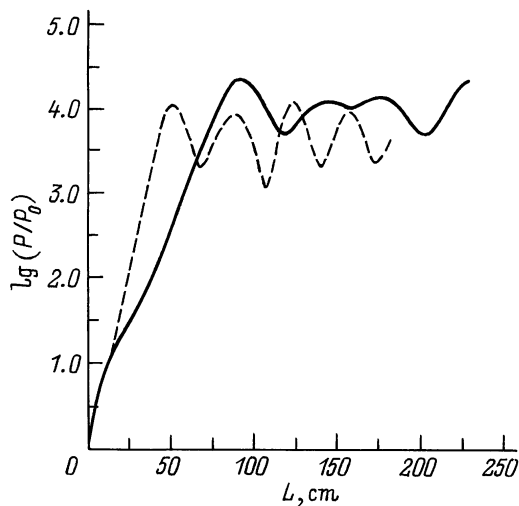


Рис. 5. Зависимость СВЧ мощности в ЛБВ от длины взаимодействия с пучком: $\gamma_0 = 5.31$ (сплошная кривая), 3.0 (штриховая).

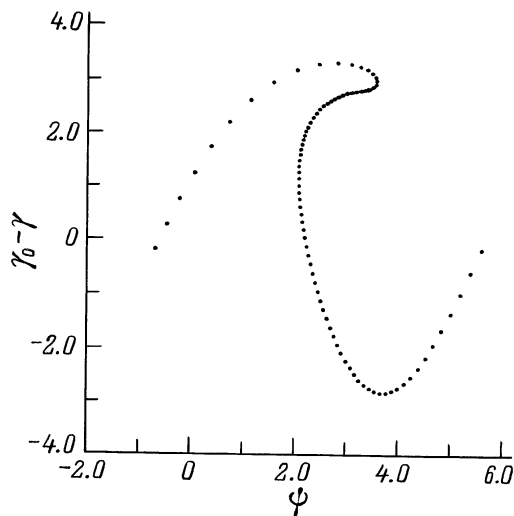


Рис. 6. Распределение в фазовом пространстве сгруппированного в ЛБВ пучка в точке $z = 88.3$ см, соответствующее максимуму параметра группировки.

волновода, имеющего $l_0 = 1$ mm, радиус $r_0 \simeq 1.8$ см, причем $\beta_{ph} \simeq 0.982$. Дисперсионная кривая была рассчитана с помощью программы URMEL. В нашем случае величина d составила ~ 5.8 mm; $k_s d = 2\pi/3$. Тогда из (19) мы имеем $\kappa_2 \simeq 0.102$, из (20) $\eta_2 \simeq 3.2 \cdot 10^{-3}$ (норма волны в нашем случае $N_{01} \simeq 10$). Для начальной СВЧ мощности в ЛБВ ~ 10 kW соответствующая безразмерная амплитуда электрического поля СВЧ волны $a_s \simeq 6.8 \cdot 10^{-4}$.

На рис. 5 представлены рассчитанные зависимости СВЧ мощности от длины вдоль ЛБВ. Две кривые соответствуют начальным энергиям электронного пучка 2.2 и 1 MeV. Как можно видеть из рис. 1 и 5, длина группировки электронного пучка с энергией 2.2 MeV в ~ 1.5 раза меньше в ЛБВ по сравнению с ЛСЭ. Распределение электронов в фазовом пространстве $\{\gamma, \psi\}$ для максимального значения параметра группировки $B = 0.61$ (перед насыщением волны в ЛБВ) показано на рис. 6. Из рис. 3 и 6 можно видеть, что энергетический разброс в сгустках больше в ЛБВ, чем в ЛСЭ. Из рис. 5 можно также видеть, что длина группировки в ЛБВ уменьшается существенно при уменьшении начальной энергии пучка.

Зависимость СВЧ мощности на выходе ЛБВ от энергетического разброса (2.2 MeV) является довольно слабой. Эта зависимость становится существенной, когда начальная энергия электронов уменьшается до 1 MeV.

Заключение

Проведенное моделирование показало, что высокая степень группировки электронного пучка, имеющего энергию в диапазоне 1–2 MeV, может быть довольно легко достигнута в короткой лампе бегущей волны.

Группировка электронного пучка (2.2 MeV, 500 А) происходит в ЛБВ на длине в ~ 1.5 раз короче, чем в ЛСЭ. Это связано с тем, что коэффициент пространственного усиления в ЛБВ много выше, чем в ЛСЭ. Разброс по энергиям в сгруппированных в ЛБВ сгустках больше, чем в ЛСЭ. Эффект группировки в ЛБВ слабо зависит от начального энергетического разброса в пучке и сильно зависит в ЛСЭ.

Эффективность группировки в ЛБВ уменьшается с увеличением начальной энергии электронов. Таким образом, ЛБВ может быть эффективно использована для группировки электронного пучка в диапазоне энергий от 1 до 2 MeV, когда длина ЛБВ может составлять от 0.5 до 1 м.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ. Работа была поддержана МНС (Сорос, грант № JLD100) и РФФИ (грант № 96-02-17395).

Список литературы

- [1] *Sessler A.M.* // Proc. Workshop on the Laser Acceleration of Particles / Ed. C. Voshi, T. Katsouleas. AIP Conf. Proc. 1982. Vol. 91. P. 154–159.
- [2] *Schnell W.* Radio-frequency acceleration for linear colliders. CERN-LEP-RF/86-27. 1986. The Drive Linac for a Two-stage RF Linear Collider. CERN-LEP-RF/88-59. 1988.
- [3] *Fiorentini G., Houk T., Wang C.* Design of a Reacceleration Experiment Using the Choppertron. UCRL-JC-111391, Livermore (USA), 1993.
- [4] *Colson W.B., Sessler A.M.* // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 1985. Vol. 35. P. 25–29.
- [5] *Shay H.D., Ryne R.A., Yu S.S., Scharlemann E.T.* // Nucl. Instr. Meth. 1991. Vol. A304. P. 262–267.
- [6] *Gardelle J., Labrouche J., le Taillander P.* // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 50. P. 4978–4981.
- [7] *Gardelle J., Labrouche J., Rullier J.L.* Preprint CESTA/4. 1996.
- [8] *Gardelle J., Labrouche J., Marchese G.* et al. Preprint CESTA/5. 1996.
- [9] *Gardelle J., Labrouche J., Rullier J.L.* // Proc. of EPAC'96. Sitges (Barcelona), 1996. Vol. 1. P. 298–300.
- [10] *Гинзбург Н.С., Сергеев А.С.* // ЖТФ. 1991. Вып. 61. С. 133–140.
- [11] *Sessler A.M., Whittum D.H., Wurtele J.S.* et al. // Nucl. Instr. Meth. 1991. Vol. A306. P. 592–605.
- [12] *Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Ковалев Н.Ф.* и др. // Релятивистская высокочастотная электроника / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова. Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 249–274.