

01;03

## Неустойчивость заряженной сферической капли, движущейся относительно среды

© А.И. Григорьев, В.А. Коромыслов, С.О. Ширяева

Ярославский государственный университет,  
150000 Ярославль, Россия

(Поступило в Редакцию 3 ноября 1997 г.)

Показано, что с увеличением скорости потока идеальной жидкости, обтекающей заряженную идеальную непроводящую каплю, критическая для реализации неустойчивости капли величина собственного заряда быстро снижается, т.е. реализуется комплексная неустойчивость, представляющая собой суперпозицию неустойчивости свободной поверхности капли по отношению к тангенциальному скачку поля скоростей и по отношению к собственному заряду.

В разнообразных задачах технической физики, геофизики и технологии приходится сталкиваться с заряженными каплями, движущимися относительно среды [1–3]. Но, хотя исследованию дробления свободно падающих капель в атмосфере посвящено весьма значительное число работ (см. обзор [4]), вопросы, связанные с закономерностями развития неустойчивости в каплях по отношению к собственному заряду и по отношению к тангенциальному скачку поля скоростей на свободной поверхности капли, до сих пор не изучены. Данная задача представляет значительный интерес для проблемы грозового электричества в связи с исследованием физического механизма инициирования разряда молнии. Согласно [5–7], молния может начаться с коронного разряда в окрестности свободно падающей крупной обводненной градины. Однако напряженность внешнего электрического поля, необходимая для зажигания коронного разряда в окрестности градины, существенно превышает реально наблюдаемые в грозовых облаках. В то же время из экспериментов [6] известно, что обдувание градины потоком воздуха снижает критическую для зажигания коронного разряда величину напряженности внешнего электрического поля. Подобное явление может быть связано с взаимодействием двух видов неустойчивости свободной поверхности водяного слоя на поверхности градины: ее неустойчивости по отношению к индуцированному заряду [3] и по отношению к тангенциальному разрыву поля скоростей [8].

Поскольку критические условия неустойчивости капиллярных волн на заряженной поверхности жидкости при наличии тангенциального разрыва поля скоростей не зависят от вязкости [9], то для упрощения нижеследующих рассуждений проведем рассмотрение в приближении идеальной жидкости.

1. Пусть идеальная несжимаемая диэлектрическая среда с плотностью  $\rho_1$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  движется с постоянной скоростью  $\mathbf{U}$  относительно сферической капли радиуса  $R$  идеальной идеально проводящей жидкости с плотностью  $\rho_2$ , имеющей заряд  $Q$ . Найдем критические условия неустойчивости капиллярных колебаний капли в описанных условиях.

Все рассмотрение проведем в сферической системе координат с началом отсчета в центре капли в линейном приближении по  $\xi(\Theta, t)$  — величине возмущения равновесной сферической поверхности капли, вызванного тепловыми капиллярными волнами, имеющего амплитудное значение  $\sim 10^{-8}$  см. Уравнение возмущенной поверхности капли запишем в виде:  $r(\Theta, t) = R + \xi(\Theta, t)$ . Волновые движения в окружающей среде и в капле будем считать, так же как и потенциал  $\Phi$  электрического поля собственного заряда в окрестности капли, потенциальными с гармоническими потенциалами скоростей  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  соответственно, удовлетворяющими уравнению Лапласа. Математическая формулировка задачи имеет вид

$$\Delta\Phi = 0; \quad \Delta\Psi_i = 0 \quad (i = 1; 2); \quad (1)$$

$$r = 0: \quad \nabla\Psi_2 = 0; \quad \Phi = \text{const}; \quad (2)$$

$$r = R + \xi: \quad \Phi = \text{const};$$

$$r = R: \quad \frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial\Psi_1}{\partial\Theta} \frac{\partial\xi}{\partial\Theta} = \frac{\partial\Psi_1}{\partial r}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} = \frac{\partial\Psi_2}{\partial r}; \quad (4)$$

$$-\rho_1 \frac{\partial\Psi_1}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial\Psi_2}{\partial t} - \rho_1 (\nabla\Psi_1)^2 - P_E + P_\sigma = 0; \quad (5)$$

$$r \rightarrow \infty: \quad \nabla\Psi_1 = \mathbf{U}; \quad \Phi \rightarrow 0. \quad (6)$$

В выражении (5) квадратичное слагаемое  $\sim (\nabla\Psi_1)^2$  сохранено, так как содержит слагаемое нулевого порядка малости;  $P_\sigma$  и  $P_E$  — давление сил поверхностного натяжения и давления электрического поля на свободной поверхности капли;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

2. Чтобы упростить решение задачи, целесообразно перейти к безразмерным переменным, в которых  $R = 1$ ,  $\sigma = 1$  и  $\rho_2 = 1$ . Тогда все остальные величины (за которыми оставим прежние обозначения) будут выражены в единицах своих характерных значений

$$r_* = R; \quad t_* = R^{3/2} \rho_2^{1/2} \sigma^{-1/2}; \quad U_* = R^{-1/2} \rho_2^{-1/2} \sigma^{1/2};$$

$$p_* = R^{-1} \sigma; \quad Q_* = R^{3/2} \sigma^{1/2}.$$

При этом будем полагать  $\rho_1/\rho_2 \equiv \rho$ . Решение уравнений (1) для  $\Psi_1, \Psi_2$  с учетом (2), (6) и возмущение  $\xi(\theta, t)$  будем искать (как это делалось в похожей задаче о неустойчивости Гельмгольца [8, 9]) в виде

$$\begin{aligned}\Psi_1(\mathbf{r}, t) &= \varphi + \sum_n A_n r^{-(n+1)} Y_n(\mu) \exp(St); \\ \Psi_2(\mathbf{r}, t) &= \sum_n B_n r^n Y_n(\mu) \exp(St); \\ \xi(\mathbf{r}, t) &= \sum_n Z_n Y_n(\mu) \exp(St);\end{aligned}\quad (7)$$

$Y_n(\mu)$  — нормированные сферические функции;  $\mu \equiv \cos \theta$ ;  $S$  — комплексная частота;  $A_n, B_n, Z_n$  — величины одного порядка малости;  $\varphi$  — потенциал скорости течения жидкости в окрестности невозмущенной сферической поверхности, градиент которого дает выражение для поля скоростей невозмущенного потока

$$\mathbf{V} = \nabla \varphi = -\frac{R^3}{2r^3} [3\mathbf{n}(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) - \mathbf{U}] + \mathbf{U},$$

$\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности капли.

Примем для определенности, что направление скорости  $\mathbf{U}$  совпадает с направлением оси  $OZ$  в декартовой системе координат. Тогда, учитывая, что  $\mathbf{e}_z \equiv \mathbf{e}_r \cos \Theta - \mathbf{e}_\Theta \sin \Theta$ ,  $\mathbf{n} \equiv \mathbf{e}_r$ , выпишем выражение для скорости течения жидкости в окрестности капли в сферической системе координат

$$\mathbf{V} = U \cos \Theta \left[ 1 - \frac{R^3}{r^3} \right] \mathbf{e}_r - U \sin \Theta \left[ 1 + \frac{R^3}{2r^3} \right] \mathbf{e}_\Theta. \quad (8)$$

Подставляя решения (7), (8) в граничные условия (3)–(5) и используя известное [10] рекуррентное соотношение

$$\begin{aligned}\sin \Theta \frac{\partial Y_n}{\partial \theta} &= \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n+3)}} Y_{n+1} \\ &- \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n-1)}} Y_{n-1},\end{aligned}$$

в линейном приближении по малым параметрам получим

$$\begin{aligned}r = 1: \quad &\sum_n SZ_n Y_n(\mu) \exp(St) - \frac{3}{2} U \sum_n Z_n \\ &\times \left( \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n+3)}} Y_{n+1} \right. \\ &\left. - \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n-1)}} Y_{n-1} \right) \exp(St) \\ &+ \sum_n (n+1) A_n Y_n(\mu) \exp(St) = 0; \quad (9)\end{aligned}$$

$$\sum_n SZ_n Y_n(\mu) \exp(St) = \sum_n n B_n r^n Y_n(\mu) \exp(St); \quad (10)$$

$$\begin{aligned}-\rho S \sum_n A_n Y_n \exp(St) + S \sum_n B_n Y_n \exp(St) \\ + 3\rho U \sum_n A_n \left[ \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n+3)}} Y_{n+1} \right. \\ \left. - \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n-1)}} Y_{n-1} \right] \exp(St) \\ - \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon} \sum_n (n-1) Z_n Y_n \exp(St) \\ + \sum_n (n-1)(n+2) Z_n Y_n \exp(St) = 0, \quad (11)\end{aligned}$$

где было учтено, что

$$\begin{aligned}r = 1: \quad \nabla \Psi_1 &= \left[ -\sum_n A_n (n+1) Y_n(\mu) \exp(St) \right] \mathbf{e}_r \\ &+ \left[ -\frac{3}{2} U \sin \Theta + \sum_n A_n \frac{\partial Y_n}{\partial \Theta} \exp(St) \right] \mathbf{e}_\Theta;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\nabla \Psi_1)^2 &\approx \frac{9}{4} U^2 \sin^2 \Theta - 3U \sum_n A_n \\ &\times \left[ \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n+3)}} Y_{n+1} \right. \\ &\left. - \frac{n(n+1)}{\sqrt{(2n+1)(2n-1)}} Y_{n-1} \right] \exp(St); \quad (12)\end{aligned}$$

а выражения для давлений  $P_\sigma(\xi)$  и  $P_E(\xi)$  записываются в виде [9]

$$P_\sigma(\xi) = \sum_n (n-1)(n+2) z_n Y_n(\mu) \exp(St);$$

$$P_E = -\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon} \sum_n (n-1) Z_n Y_n(\mu) \exp(St).$$

Умножая выражения (9)–(11) на  $Y_m$  и интегрируя по углу  $\Theta$ , получим систему однородных уравнений для неизвестных амплитуд  $A_n, B_n, Z_n$

$$SZ_n - \frac{3}{2} U (\alpha_n Z_{n-1} - \beta_n Z_{n+1}) + (n+1) A_n = 0; \quad (12)$$

$$SZ_n = n B_n; \quad (13)$$

$$\begin{aligned}-\rho S A_n + S B_n + 3\rho U \left[ \alpha_n A_{n-1} - \beta_n A_{n+1} \right] \\ - \left[ \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon} (n-1) - (n-1)(n+2) \right] Z_n = 0;\end{aligned}$$

$$\alpha_n \equiv \frac{n(n-1)}{\sqrt{(2n-1)(2n+1)}}, \quad \beta_n \equiv \frac{(n+1)(n+2)}{\sqrt{(2n+1)(2n+3)}}. \quad (14)$$

Из (12) и (13) несложно найти

$$A_n = \frac{1}{(n+1)} \left\{ \frac{3}{2} U (\alpha_n Z_{n-1} - \beta_n Z_{n+1}) - S Z_n \right\};$$

$$B_n = \frac{1}{n} S Z_n.$$

Подставив эти соотношения в выражение (14), получим бесконечную систему однородных алгебраических уравнений для отыскания амплитуд капиллярных колебаний капли

$$\rho U^2 K_n Z_{n-2} - \rho U S L_n Z_{n-1} + \{ \varkappa_n S^2 - \rho U^2 M_n + \gamma_n \} Z_n + \rho U S L_n Z_{n+1} + \rho U^2 J_n Z_{n+2} = 0;$$

$$W \equiv \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon}; \quad M \equiv \frac{9\alpha_n\beta_{n-1}}{2n} + \frac{9\beta_n\alpha_{n+1}}{2(n+2)}; \quad K_n \equiv \frac{9\alpha_n\alpha_{n-1}}{2n};$$

$$L_n \equiv \frac{(9n+6)\alpha_n}{2n(n+1)}; \quad I_n \equiv \frac{(9n+12)\beta_n}{2(n+1)}; \quad J_n \equiv \frac{9\beta_n\beta_{n+1}}{2(n+2)};$$

$$\varkappa_n \equiv \frac{\rho}{(n+1)} + \frac{1}{n}; \quad \gamma_n \equiv (n-1)[n+2-W]. \quad (15)$$

3. Необходимым и достаточным условием существования решения однородной системы (15) является равенство нулю определителя, составленного из коэффициентов при искомым амплитудах  $Z_n$ , (см. (16)).

Это соотношение является дисперсионным уравнением, определяющим спектр капиллярных колебаний капли в зависимости от безразмерных физических параметров  $W$ ,  $U$  и  $\rho$ . При варьировании этих величин изменяется спектр колебаний, и при определенных значениях  $W$ ,  $U$  и  $\rho$  некоторые из решений  $S_n^2$  могут перейти через нуль и стать положительными. При выполнении этого условия амплитуды соответствующих капиллярных колебаний будут экспоненциально расти со временем, т.е. капля станет неустойчивой [3] и распадется по закону, описанному в [11]. Условием появления нулевых решений дисперсионного уравнения является обращение в нуль свободного коэффициента дисперсионного уравнения (16) (см. (17)).

$$\begin{vmatrix} \varkappa_2 S^2 - \rho U^2 M_2 + \gamma_2 & \rho U S L_2 & \rho U^2 J_2 & 0 & \dots \\ -\rho U S L_3 & \varkappa_3 S^2 - \rho U^2 M_3 + \gamma_3 & \rho U S L_3 & \rho U^2 J_3 & \dots \\ \rho U^2 K_4 & -\rho U S L_4 & \varkappa_4 S^2 - \rho U^2 M_4 + \gamma_4 & \rho U S L_4 & \dots \\ 0 & \rho U^2 K_5 & -\rho U S L_5 & \varkappa_5 S^2 - \rho U^2 M_5 + \gamma_5 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (16)$$

$$\begin{vmatrix} \gamma_2 - \rho U^2 M_2 & 0 & \rho U^2 J_2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \gamma_3 - \rho U^2 M_3 & 0 & \rho U^2 J_3 & 0 & \dots \\ \rho U^2 K_4 & 0 & \gamma_4 - \rho U^2 M_4 & 0 & \rho U^2 J_5 & \dots \\ 0 & \rho U^2 K_5 & 0 & \gamma_5 - \rho U^2 M_5 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \rho U^2 K_6 & 0 & \gamma_6 - \rho U^2 M_6 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (17)$$

Система (15) бесконечная, и определитель (17) также будет бесконечного порядка. Поэтому критические условия появления неустойчивости капиллярных колебаний (т.е. критическую зависимость между  $W$ ,  $U$ ,  $\rho$ ) целесообразно искать методом последовательных приближений: рассматривая два, три, четыре и т.д. уравнения системы (15). Тем не менее некоторые выводы о решениях уравнения (17) можно сделать сразу.

В пренебрежении взаимодействием мод критические условия устойчивости  $n$ -й моды капиллярных колебаний имеют простой аналитический вид

$$(n+2) - \frac{1}{(n-1)} \rho U^2 M_n - W = 0. \quad (18)$$

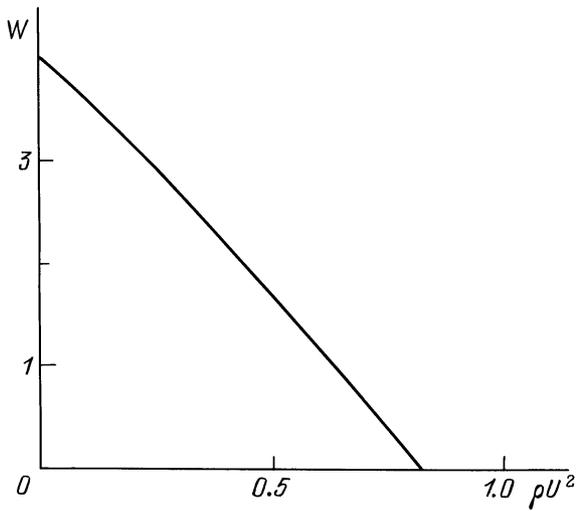
Отсюда видно, что с увеличением скорости и плотности среды уменьшается значение параметра Рэлея  $W$ , необходимое для начала развития неустойчивости капли по отношению к собственному заряду. При  $W = 0$  получим условие реализации неустойчивости капли по отношению к тангенциальному разрыву поля скоростей

$$\rho U^2 \geq (n-1)(n+2) \frac{1}{M_n}.$$

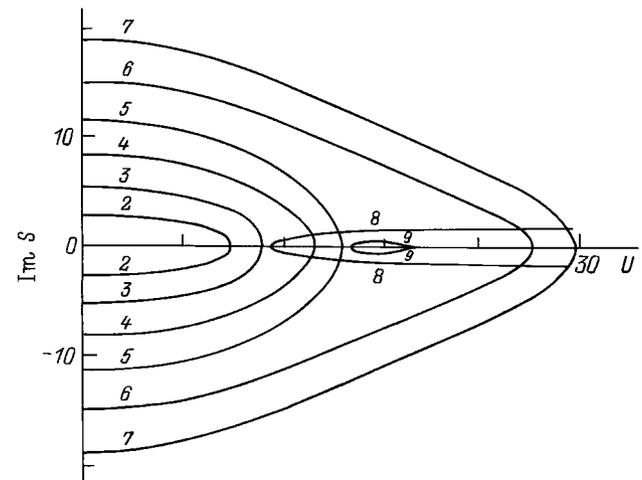
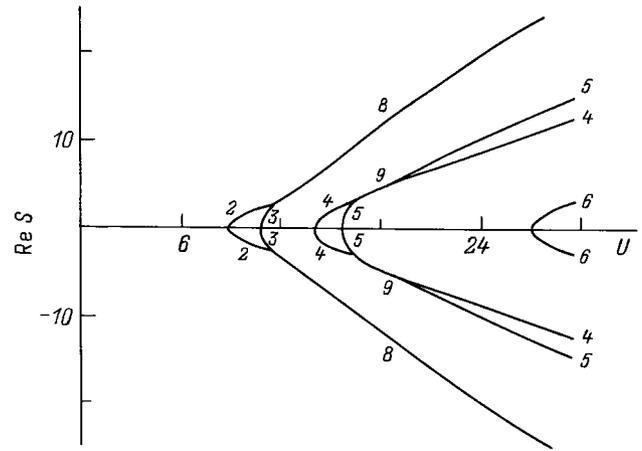
Из (18) видно, что с увеличением скорости потока, обтекающего каплю, критическая для проявления неустойчивости величина параметра Рэлея  $W = W_*$ , определенная при  $n = 2$ , быстро убывает

$$W_* = 4 - \rho U^2 M_2. \quad (19)$$

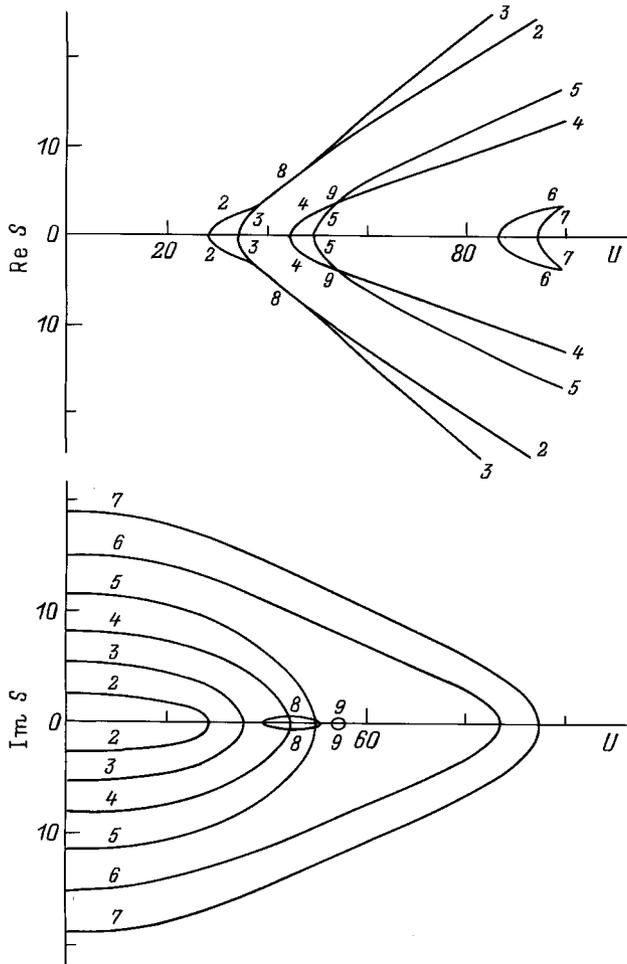
На рис. 1 приведена критическая зависимость  $W = W(\rho U^2)$ , рассчитанная численно по (17) для  $n = 2$  при учете первых шести уравнений (15). Сравнение результатов численного анализа с аналитической зависимостью (19) показывает, что в используемой процедуре последовательных приближений решения сходятся весьма быстро: на втором-третьем шаге. Из рис. 1 видно, что зависимость  $W = W(\rho U^2)$  весьма мало отличается от линейной, предсказанной выражением (18).



**Рис. 1.** Зависимость критического значения параметра Рэля  $W$  от безразмерного параметра  $\rho U^2$  для основной (второй) моды.



**Рис. 3.** Зависимость вещественной и мнимой компонент частоты  $S$  от скорости  $U$ .

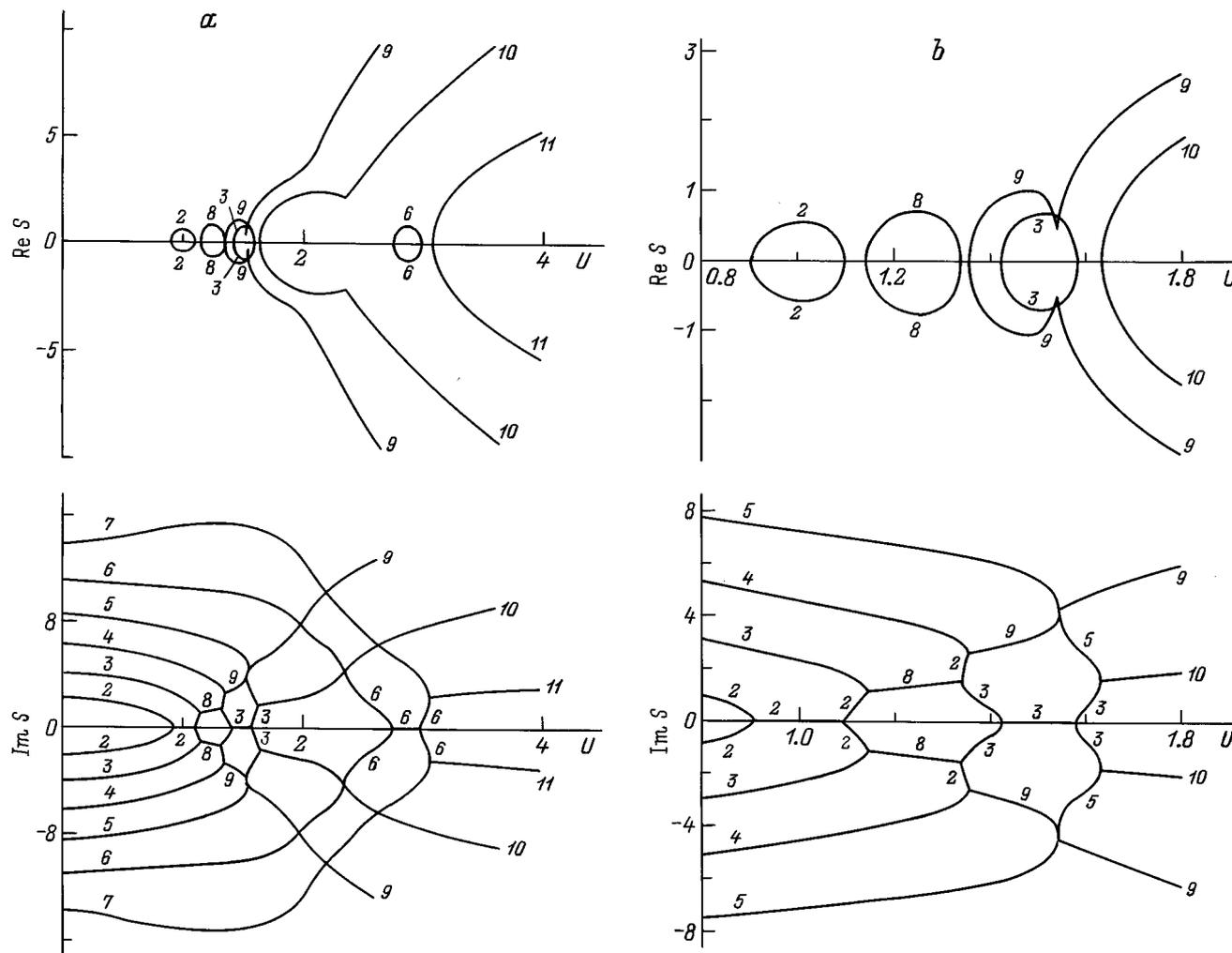


**Рис. 2.** Зависимость вещественной и мнимой компонент безразмерной частоты  $S$  капиллярных движений жидкости от безразмерной скорости  $U$  обтекающего каплю потока.

Быстрое снижение критического для реализации неустойчивости капли по отношению к собственному заряду значения параметра  $W$  с увеличением  $\rho U^2$  с геофизической точки зрения дает основание для возобновления усилий построения физической модели инициирования разряда молнии [6, 7, 12]. Существующие представления основаны на идее зажигания коронного разряда в окрестности крупной тающей градины, свободно падающей в грозовом облаке, а полученные выше результаты позволяют согласовать модель инициирования разряда с реалиями грозового облака (по измеряемым величинам зарядов на градинах, напряженности внутриоблачного электрического поля и скорости падения градин).

Дисперсионное уравнение задачи без учета взаимодействия мод также имеет простой вид

$$S_n^2 = \left[ n(n-1)[W - n + 2] - n\rho U^2 M_n \right] \left( \frac{n\rho}{(n+1)} + 1 \right)^{-1} \quad (20)$$



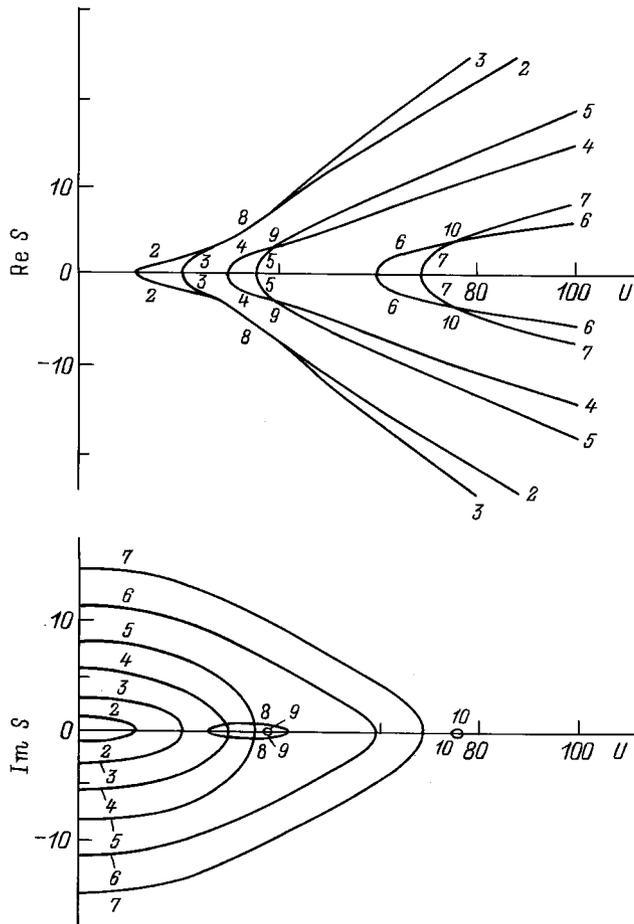
**Рис. 4.** *a* — зависимость вещественной и мнимой компонент частоты  $S$  от скорости  $U$ :  $\rho = 1, W = 0$ , номера кривых 2–7 совпадают с номером моды капиллярных движений жидкости; *b* — зависимость, аналогичная представленной на рис. 4, *a* и приведенная в более крупном масштабе.

и в предельном случае при  $U \rightarrow 0$  совпадает с известным дисперсионным уравнением капиллярных колебаний заряженной капли в диэлектрической среде [9].

4. Численные расчеты методом последовательных приближений по дисперсионному уравнению (16) показывают, что качественный ход зависимости частоты капиллярных колебаний капли от скорости набегающего потока  $S = S(U)$  для различных мод при  $W = 0$  одинаков и при  $\rho = 10^{-3}$  для первых шести мод проиллюстрирован рис. 2. Номера кривых 2–7 соответствуют номерам мод. Обращает на себя внимание эффект попарного взаимодействия четных и нечетных мод, приводящий к появлению колебательных решений 8 и 9. Ветви дисперсионного уравнения 8 и 9, обладающие в отличие от ветвей 2–7 и действительной, и мнимой компонентами, являются результатом взаимодействия второй–третьей и четвертой–пятой мод соответственно. Части кривых  $\text{Re } S = \text{Re } S(U)$ , лежащие в области  $\text{Re } S > 0$ , определяют инкременты неустойчивости соответствующих

мод капиллярных колебаний капли. Таким образом, в определенном диапазоне скоростей неустойчивость капли является колебательной (ветви 8, 9), что характерно для неустойчивости типа Кельвина–Гельмгольца [8,9,13].

Бросается в глаза, что правее диапазона скоростей, в котором реализуется взаимодействие второй и третьей мод, инкремент аperiodической неустойчивости третьей моды превышает инкремент аperiodической неустойчивости второй моды. Аналогичная картина наблюдается и для четвертой и пятой мод. Это обстоятельство можно прокомментировать исходя из уравнений (20), определяющих дисперсионное соотношение в отсутствие взаимодействия мод. Легко видеть, что производная от  $S_n^2$  по  $\rho U^2$ , определяющая скорость роста  $S_n$  с изменением  $U$ , пропорциональна  $n \cdot M_n \sim n^3$ , т.е. и в отсутствие взаимодействия мод инкременты неустойчивости высоких мод с ускорением обдувающего потока увеличиваются с ростом номера моды. Собственно говоря, при анализе классической неустойчивости Кельвина–Гельмгольца на



**Рис. 5.** Зависимость вещественной и мнимой компонент частоты  $S$  от скорости  $U$ :  $\rho = 10^{-3}$ , заряд капли докритический по Рэлею  $W = 3.5$ . Кривая 10 является результатом взаимодействия шестой и седьмой мод.

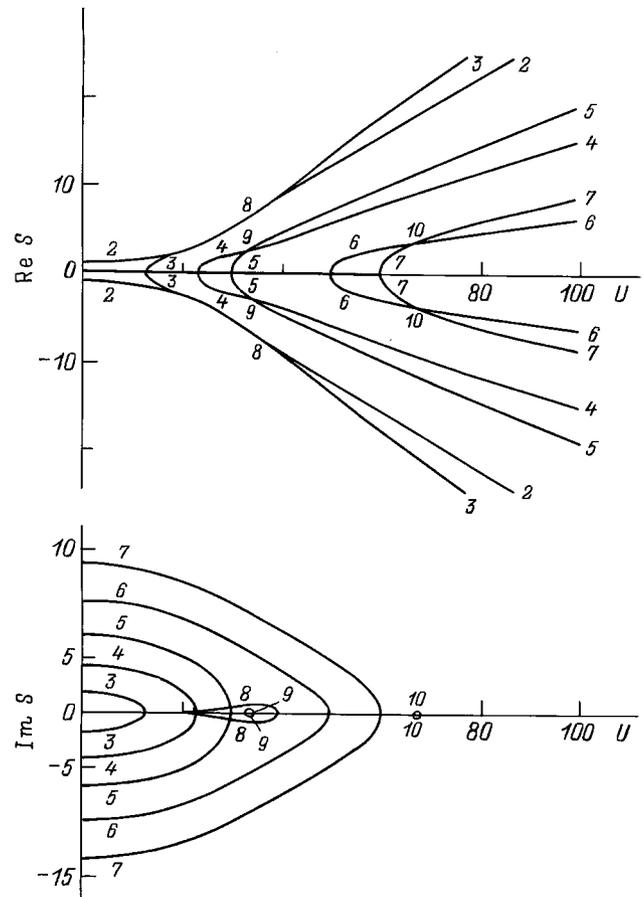
плоской свободной поверхности жидкости также отмечается рост волнового числа наиболее неустойчивой волны при увеличении скорости сдвигового потока [9].

Указанное различие в величинах инкрементов второй и третьей мод феноменологически должно проявляться в закономерностях распада неустойчивой капли. Так, если при заданных плотностях капли, среды и скорости обдувающего потока (скорости падения капли в неподвижной среде) максимальный инкремент неустойчивости имеет вторая (основная) мода, то неустойчивая капля приобретет форму, близкую к сфероиду вращения (определяемую вторым полиномом Лежандра  $P_2(\mu)$ ), а затем распадется на две примерно равные дочерние капли. Если максимальный инкремент неустойчивости имеет третья мода, то неустойчивая капля приобретает парашютообразную форму (определяемую третьим полиномом Лежандра  $P_3(\mu)$ ) и распадается на множество мелких и несколько крупных капель. Оба эти возможных канала распада наблюдаются экспериментально [4]. Отличается в экспериментах и колебательная неустойчивость свободно падающей капли [4].

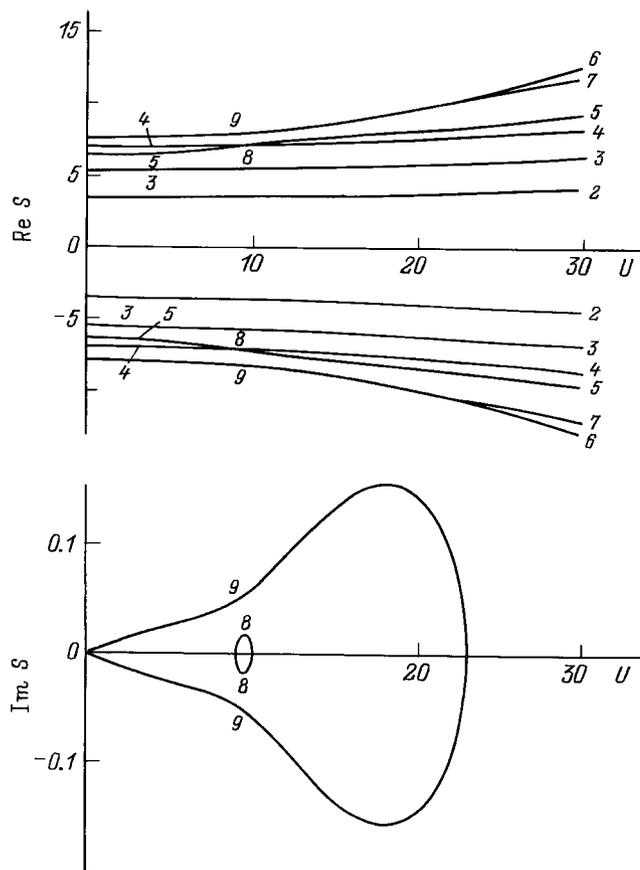
Следует указать также, что критические зависимости от  $W$ ,  $\rho$ ,  $U$  для шестой и седьмой мод получены при малой степени межмодового взаимодействия, так как при численных расчетах использовался определитель для первых шести уравнений системы (15). Этим объясняется некоторое отличие от более низких мод качественного хода зависимостей  $\text{Im}S = \text{Im}S(U)$  для шестой и седьмой мод.

С ростом плотности среды увеличивается ширина диапазона, в котором реализуется колебательная неустойчивость. Данная ситуация проиллюстрирована при  $\rho = 10^{-2}$  на рис. 3. Обозначения кривых совпадают с таковыми на рис. 2. Видно, что имеет место не только расширение области неустойчивости типа Кельвина–Гельмгольца, но и рост величины соответствующих данным решениям частот ( $\text{Im}S$ ). В остальном качественные зависимости хода кривых  $S = S(U)$  сходны с приведенными на рис. 2.

Зависимости  $S = S(U)$ , представленные на рис. 4, *a* и *b*, имеют несколько экзотический характер, поскольку рассчитаны для равных плотностей среды и капли. Здесь наблюдается не только взаимодействие между соседними модами: второй–третьей (кривая 8), шестой–седьмой (кривая 11), но также приведены ветви, соответствующие



**Рис. 6.** Зависимость вещественной и мнимой компонент частоты  $S$  от скорости  $U$ :  $\rho = 10^{-3}$ , заряд капли закритический по Рэлею  $W = 4.5$ .



**Рис. 7.** Зависимость вещественной и мнимой компонент частоты  $S$  от скорости  $U$ :  $\rho = 10^{-3}$ , заряд капли сильно закритический по Рэлею  $W = 10$ . Кривые 8 и 9 являются результатом взаимодействия четвертой и пятой, шестой и седьмой мод соответственно.

щие взаимодействию второй и четвертой мод (кривая 9), третьей и пятой мод (кривая 10). Тем не менее подобная зависимость может реализовываться для физических объектов типа шаровой молнии и позволяет объяснить, почему в свидетельствах очевидцев не встречается описаний быстро движущихся шаровых молний [14, 15].

При наличии на капле заряда (рис. 5) основные тенденции зависимости  $S = S(U)$  совпадают с описанными выше, за исключением уменьшения критических значений скорости, при которых капля становится неустойчивой, что согласуется с аналитической зависимостью (19) и данными, приведенными на рис. 1. Обозначения номеров кривых совпадают с принятыми выше.

На рис. 6 представлен случай капли несущей заряд, слабо закритический по отношению к рэлеевскому распаду:  $W = 4.5$  (капля становится неустойчивой при  $W = 4$  [3]). Видно, что при малых скоростях обдувающего потока существует неустойчивое решение, определяемое инкрементом второй моды. В остальном приведенная зависимость  $S = S(U)$  идентична представленной на рис. 5. При этом еще более снижаются крити-

ческие значения скорости, при которых капля становится неустойчивой.

На рис. 7 представлена зависимость  $S = S(U)$  для сильно закритического заряда:  $W = 10$ . Отличием данной ситуации от рассмотренных выше является то, что инкремент основной моды имеет минимальную величину по сравнению с инкрементами неустойчивости более высоких мод, неустойчивость которых колебательная или аperiodическая в зависимости от скорости  $U$ , и определяет распад капли.

Появление на капле большого электрического заряда означает, что в ней могут реализовываться неустойчивости двух различных типов: неустойчивость по отношению к собственному заряду [3, 11] и неустойчивость по отношению к тангенциальному разрыву поля скоростей на свободной поверхности [8, 9, 13]. Взаимодействие этих неустойчивостей приводит к появлению нескольких различных каналов распада неустойчивой капли. Во всяком случае теперь дочерние капли будут нести значительные заряды независимо от того, по какому каналу происходит распад.

5. Заряженная капля в обтекающем ее потоке идеальной жидкости или газа способна претерпевать неустойчивость, сопровождающуюся эмиссией сильно заряженных капель, при докритической в смысле устойчивости по отношению к собственному заряду (по Рэлею) величине заряда капли. Это возможно благодаря суперпозиции двух типов неустойчивости: неустойчивости свободной поверхности капли по отношению к тангенциальному скачку поля скоростей и неустойчивости по отношению к собственному заряду. В зависимости от отношения плотностей капли и среды, величины ее заряда и скорости обдувающего потока капля может претерпевать как аperiodическую, так и колебательную неустойчивости. Аperiodическая неустойчивость может реализоваться путем деформации к вытянутому сфероиду и распаду капли на две части сравнимых размеров (при малых скоростях обдувающего потока) или путем деформации к парашютообразной форме и распаду на множество мелких и несколько крупных капель (при больших скоростях обдувающего потока). Результаты проведенного анализа качественно согласуются с данными экспериментов [4].

### Список литературы

- [1] Монодиспергирование вещества. Принципы и применение / Под. ред. В.А. Григорьева. М.: Энергоатомиздат, 1991. 332 с.
- [2] Шевченко С.И., Григорьев А.И., Ширяева С.О. // Научное приборостроение. 1991. Т. 1. № 4. С. 3–21.
- [3] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 3–22.
- [4] Гонор А.Л., Ривкинд В.Я. // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. Т. 17. М.: Изд. ВИНТИ, 1982. С. 98–159.
- [5] Мучник В.М., Рудько Ю.С. // Труды УкрНИГМИ. Вып. 103. 1971. С. 96–101.

- [6] Дячук В.А., Мучник В.М. // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 1. С. 60–63.
- [7] Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. // Phys. Scripta. 1996. Vol. 54. P. 660–666.
- [8] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733. с.
- [9] Ширяева С.О., Григорьев А.М. Методы расчета критических условий электродинамических неустойчивостей. Ярославль: Изд-во ЯрГУ, 1996. 60 с.
- [10] Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 439 с.
- [11] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 3. С. 19–28.
- [12] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 5. С. 6–13.
- [13] Григорьев О.А., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 2. С. 23–34.
- [14] Стаханов И.П. Физическая природа шаровой молнии. М.: Атомиздат, 1979. 242 с.
- [15] Григорьев А.И., Григорьева И.Д., Ширяева С.О. // Химия плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1991. № 17. С. 218–248.