

01;05

Кинетика необратимого перехода в нормальное состояние многопроводной сверхпроводящей композиции

© В.Р. Романовский

Российский научный центр "Курчатовский институт",
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 3 июня 1997 г. В окончательной редакции 26 января 1998 г.)

В рамках модели, учитывающей дискретный характер многопроводной сверхпроводящей среды, исследованы характерные закономерности переходных процессов, которые имеют место при появлении участка с нормальной проводимостью. В основе выполненного анализа лежат численные эксперименты, моделирующие распространение нормальной зоны внутри сверхпроводящей области, состоящей из прямолинейных сверхпроводников, описывающие кинетику необратимого разрушения сверхпроводящих свойств однослойной обмотки большого радиуса. Проведен анализ теплофизических особенностей процесса необратимого распространения теплового возмущения в поперечном сечении многопроводной сверхпроводящей среды. Сформулированы основные закономерности явлений, происходящих при разрушении сверхпроводимости дискретной области в зависимости от условий теплообмена между ее элементами, характера возмущения, величины протекающего тока, условий стабилизации. Рассмотрено влияние механизма продольной теплопроводности на величину поперечной скорости распространения нормальной зоны.

Введение

Сохранение работоспособности сверхпроводящей магнитной системы (СМС) после возникновения в ней участка с нормальной проводимостью и его последующего распространения по обмотке является одним из основных требований, предъявляемых в СМС, к схеме ее защиты. Особое значение защитные мероприятия приобретают при создании СМС с большим уровнем запасенной энергии, выделение которой может сопровождаться разрушением магнитной системы. Поэтому исследованию переходных процессов, происходящих в СМС после появления в ней участка с нормальной проводимостью (нормальной зоны), постоянно уделяется значительное внимание.

Многие теоретические результаты анализа переходных процессов в той или иной степени были получены на основе использования модели сплошной среды. В этом случае СМС рассматривается как анизотропный континуум с усредненными характеристиками. В результате данной аппроксимации пространственно-временное развитие переходного процесса внутри обмотки может быть описано моделью расширяющегося эллипсоида [1–3] с большой осью, направленной вдоль оси провода. При этом между значениями скоростей в поперечном V_y и продольном V_x направлениях, с которыми происходит увеличение его размеров, имеет место следующее соотношение: $V_y = V_x \sqrt{\lambda_y / \lambda_x}$, где λ_x , λ_y — коэффициенты теплопроводности по соответствующим направлениям. В рамках данной модели V_x определяется из решения соответствующей одномерной задачи о переходе в нормальное состояние одиночного сверхпроводящего композитного провода [3]. Однако подобное приближение не позволяет в полной мере описать особенности переходных процессов в СМС с учетом ее дискретного

характера [4,5]. Тем самым из внимания опускаются характерные механизмы, ответственные за распространение нормальной зоны в областях с многовитковой структурой.

Постановка задачи

Рассмотрим распространение нормальной зоны внутри охлаждаемой сверхпроводящей среды с дискретной структурой, составленной из прямолинейных сверхпроводящих композитов (сверхпроводник в нормально проводящей матрице), которая инициируется мощным внешним источником теплового возмущения. Для упрощения анализа предположим, что ток в каждом элементе композиции постоянный, а их тепло- и электрофизические свойства не зависят от температуры и магнитного поля. С этой же целью будем пренебрегать изменением температуры в поперечном сечении каждого провода. Пометим начало координат в центре участка начального температурного возмущения и опишем процесс симметричного перераспределения тепла внутри соприкасающихся между собой композитных сверхпроводников, разделенных друг от друга конечным термическим сопротивлением, системой уравнений вида

$$C \frac{\partial T_k}{\partial t} = \lambda \frac{\partial T_k^2}{\partial x^2} - \frac{hp}{S} (T_k - T_0) + \frac{I^2}{S^2} \rho(T_k) - \begin{cases} \frac{P}{SR} (T_1 - T_2), & k = 1 \\ \frac{P}{SR} (2T_k - T_{k-1} - T_{k+1}), & k = \overline{2, N-1}, \\ \frac{P}{SR} (T_N - T_{N-1}), & k = N \end{cases} \quad (1)$$

с начально-краевыми условиями

$$T_k(x, 0) = \begin{cases} T_i, & 0 < x < x_0, & k = k_i, & i = 1, 2, \dots, \\ T_0, & x_0 \leq x \leq 1, & k = k_i, \\ T_0, & 0 \leq x \leq 1, & k \neq k_i, \end{cases}$$

$$\frac{\partial T_k}{\partial x}(0, t) = 0, \quad T_k(1, t) = T_0. \quad (2)$$

Здесь $k = 1, \dots, N$ — номер провода в композиции; C — объемная теплоемкость k -го элемента; λ — его коэффициент теплопроводности в продольном направлении; h — коэффициент теплоотдачи; p — охлаждаемый периметр; S — площадь поперечного сечения; P — периметр соприкосновения между двумя соседними проводами; R — тепловое контактное сопротивление; I — транспортный ток в каждом проводе; T_0 — температура охлаждающей среды; T_i — начальная температура теплового возмущения протяженностью x_0 ; $\rho(T_i)$ — эффективное удельное электросопротивление сверхпроводящего композита, учитывающее существование области деления тока между участками, находящимися в k -м проводе в сверхпроводящем и нормальном состояниях [2,3]

$$\rho(T_k) = \rho_0(T_k) \begin{cases} 1, & T_k > T_{CB}, \\ \frac{T_k - T_C}{T_{CB} - T_C}, & T_C \leq T_k \leq T_{CB}, \\ 0, & T_k < T_C = T_{CB} - (T_{CB} - T_0) \frac{I}{I_C}, \end{cases}$$

где ρ_0 — удельное электросопротивление матрицы; I_C , T_{CB} — критические параметры сверхпроводника.

Записанная система уравнений описывает коллективный процесс распространения внутри многопроводной композиции теплового возмущения с заданной начальной температурой и протяженностью, которое вызвало появление в элементе композиции с номером k_i локального участка с нормальной проводимостью. При этом тепловое взаимодействие проводов друг с другом описано моделью, предполагающей в межконтактной области линейное установившееся распределение температуры, верное для случая тонкой изолирующей прослойки [6]. Для определения текущего распределения температуры всех элементов композиции и соответствующей скорости распространения участков с нормальной проводимостью использовался метод конечных разностей [7]. При этом рассматривались только такие возмущения, которые обязательно вызывают необратимый переход сверхпроводника в нормальное состояние (так называемые закритические возмущения [8]).

Для формулировки основных физических закономерностей, которые имеют место при необратимом распространении нормальной зоны внутри рассматриваемой композиции, уменьшим общее число исходных параметров используя безразмерные переменные $X = x/L_x$, $i = I/I_C$, $\tau = \lambda t / (CL_x^2)$, $\Theta_k = (T_k - T_0) / (T_{CB} - T_0)$, где $L_x = [\lambda S^2 (T_{CB} - T_b) / I_C^2 \rho_0]^{1/2}$. Тогда задача (1), (2) примет

вид

$$\frac{\partial \Theta_k}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta_k}{\partial X^2} + i^2 r(\Theta_k) - \frac{1}{\alpha} \Theta_k$$

$$- \begin{cases} \omega(\Theta_1 - \Theta_2), & k = 1, \\ \omega(2\Theta_k - \Theta_{k-1} - \Theta_{k+1}), & k = \overline{2, N-1}, \\ \omega(\Theta_N - \Theta_{N-1}), & k = N, \end{cases}$$

$$\Theta_k(X, 0) = \begin{cases} \Theta_i, & 0 < X < X_0, & k = k_i, \\ 0, & X_0 \leq X \leq L, & k = k_i, \\ 0, & 0 \leq X \leq L, & k \neq k_i, \end{cases}$$

$$\frac{\partial \Theta_k}{\partial X}(0, \tau) = 0, \quad \Theta_k(L, \tau) = 0.$$

Здесь

$$r(\Theta_k) = \begin{cases} 1, & \Theta_k > 1, \\ \frac{\Theta_k - 1 + i}{i}, & 1 - i \leq \Theta_k \leq 1, \\ 0, & \Theta_k < 1 - i, \end{cases}$$

α , ω — безразмерные параметры, учитывающие соответственно теплоотдачу в хладагент и тепловую связь между проводами.

Значение α (параметр стабилизации) вычисляется согласно общепринятому выражению [2,3] $\alpha = I_C^2 \rho_0 / hpS(T_{CB} - T_0)$, а величина безразмерного термического сопротивления ω в терминах принятого обезразмеривания определяется как $\omega = PS(T_{CB} - T_0) / (RI_C^2 \rho_0)$. В частности, при $\omega = 0$ данная система уравнений принимает вид, описывающий изменение теплового состояния единичного сверхпроводящего композита [8].

Данное упрощение описание проблемы перехода СМС в нормальное состояние позволяет в общепринятых терминах теории тепловой стабилизации провести обобщенный анализ основных закономерностей тепловых процессов, происходящих при разрушении сверхпроводящих свойств токонесущего элемента СМС. Ниже обсуждаются результаты численных экспериментов, отражающие качественные закономерности перехода сверхпроводящей дискретной композиции в нормальное состояние. При проведении вычислений для уменьшения влияния краевого эффекта, обусловленного заданием граничного условия первого рода при $X = L$, протяженность расчетной области принималась равной $l = 500$. Как показывают расчеты, это соответствует практически бесконечно протяженной области в продольном направлении. Не ограничивая общности, в большинстве случаев предполагалось, что в начальный момент времени нормальная зона возникает в первом проводе ($k_i = 1$) в результате мощного локального нагрева, безразмерная величина которого равна $\Theta_i = 10$.

Особенности формирования ядра с нормальной проводимостью внутри сверхпроводящей среды с дискретной структурой

На рис. 1 показано распространение внутри многопроводной композиции тепловыделяющей области, граница которой описывается уравнением $\Theta_k(X_{k,n}, \tau) = 1$, соответствующей разделу фаз между сверхпроводящим и несверхпроводящим состояниями. Исходные параметры задавались равными $\alpha = 100$, $i = 0.5$, $\omega = 0.1$, $X_0 = 10$. На рис. 2 приведены кривые, описывающие текущие

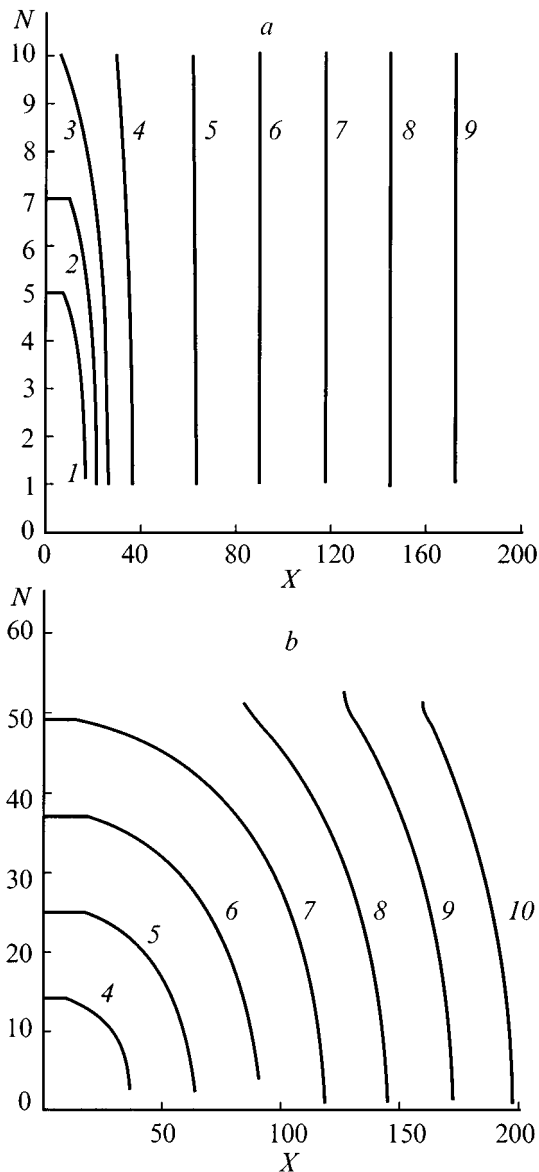


Рис. 1. Проникновение нормальной зоны внутрь сверхпроводящей дискретной композиции с различным числом проводов, локально возникшей в элементе с номером $k = 1$; N : a — 10, b — 51; τ : 1 — 10, 2 — 20, 3 — 30, 4 — 50, 5 — 100, 6 — 150, 7 — 200, 8 — 250, 9 — 300, 10 — 350.

скорости $dX_{k,n}/d\tau$ изотермы $\Theta_k(X_{k,n}, \tau) = 1$, с которой она перемещается вдоль провода с номером $k = 1$, где инициировалась нормальная зона. Расчет проводился при $\omega = 0.2$ для двух характерных значений параметра стабильности, соответствующий "плохому" ($\alpha = 100$) и "хорошему" ($\alpha = 2$) охлаждению при различных значениях тока, общего количества проводов. Для случая $\alpha = 100$ на рис. 2 также представлены значения скорости распространения изотермы $\Theta_k(X_{k,n}, \tau) = 1$ по элементам композиции с $N = 51$.

Представленные результаты наглядно демонстрируют особенности переходного процесса и формирования ядра с нормальной проводимостью внутри сверхпроводящей среды с дискретной структурой. Прежде всего видно существование двух характерных режимов, которые имеют место при распространении нормальной зоны вдоль многопроводной композиции. На начальном этапе формирования резистивной области изменение скорости нормальной зоны носит существенно нестационарный характер. Время его протекания зависит от условий охлаждения, токовой нагрузки, тепловой связи между проводами, их количества. На втором этапе скорости нормальных зон в каждом проводе поочередно стабилизируются и принимают постоянные значения, равные соответствующему значению скорости распространения нормальной зоны в одиночном композите. Это соответствует так называемым квазистационарным состояниям, когда тепловая неустойчивость распространяется вдоль композитного сверхпроводника в виде характерной тепловой волны [2,3]. При этом выход на установившиеся значения в каждом элементе композиции носит асимптотический характер. Данное состояние в первую очередь достигается в проводе, в котором она инициировалась. Распространение теплового возмущения в остальных проводах имеет не только более неустановившийся характер, но и может происходить с повышенными значениями скоростей, чем в аналогичном одиночном проводе. По вполне тривиальной причине это связано с тем, что возникновение нового участка с нормальной проводимостью происходит в проводах с повышенной фоновой температурой. В результате этого в первом проводе скорость нормальной зоны приближается к своему асимптотическому пределу снизу. В то же время в других проводах этот процесс имеет различный тип сходимости — как снизу, так и сверху. В рамках модели расширяющегося эллипсоида подобное описание кинетики нормальной зоны не может быть выполнено, так как скорость любой точки эллипса, лежащей в его верхнем "слое", всегда выше скорости точки нижнего "слоя".

Следует также обратить внимание на то, что увеличение размеров резистивной области в сверхпроводящей среде с дискретной структурой характеризуется еще рядом особенностей. Во-первых, граница области, находящейся в нормальном состоянии, имеет форму усеченного эллипса. Это обусловлено конечным временем перехода каждого провода в нормальное состояние. Очевидно, что

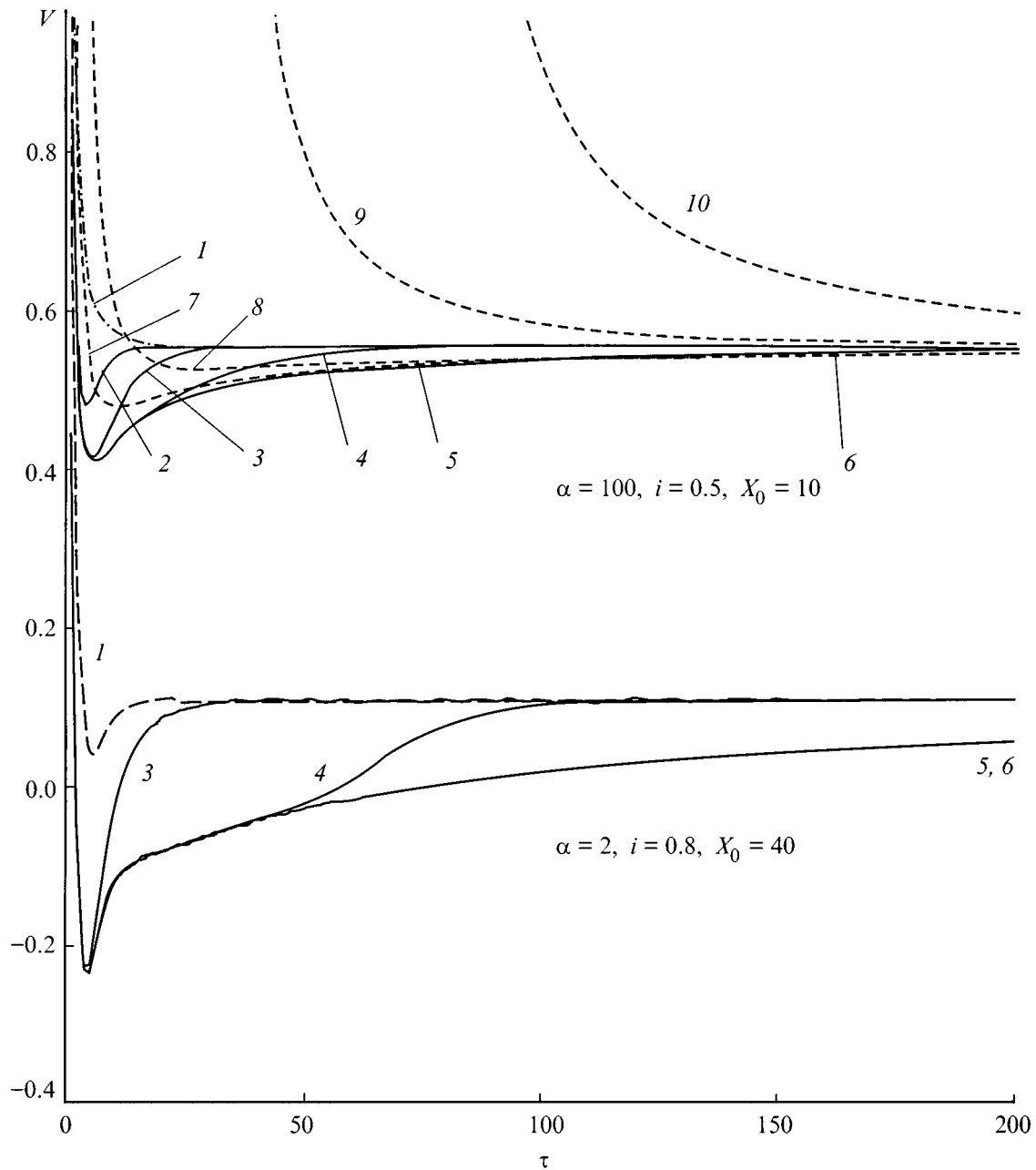


Рис. 2. Кинетика нормальной зоны по элементам композиции: $k = 1$, N : 1 — 1, 2 — 2, 3 — 3, 4 — 5, 5 — 10, 6 — 51; $N = 51$, k : 7 — 2, 8 — 3, 9 — 10, 10 — 20.

чем хуже тепловая связь между витками, тем более усеченную форму имеет резистивная область. Во-вторых, отличительной чертой перехода к установившемуся значению скорости нормальной зоны является локальный переход всех проводов в нормальное состояние. Поэтому вначале происходит постепенное уплощение границы, разделяющей сверхпроводящую область от несверхпроводящей, которая затем трансформируется в прямую линию. И наконец, отметим наиболее существенное ограничение применимости модели сплошной среды. Как следует из результатов расчетов, представленных на рис.3, 4

($N = 20$), в области токов, близких к так называемому току стационарной стабилизации (в терминах настоящей работы он равен $i_s = (\sqrt{1 + 8\alpha} - 1)/2\alpha$) в сверхпроводящей среде с дискретной структурой, оказываются возможны состояния, при которых необратимый переход в нормальное состояние всей композиции не происходит. На рис. 3 для случая $\alpha = 100$, $i = 0.5\omega = 0.1$, $X_0 = 10$ представлены текущие скорости распространения изо-термы $\theta_k(X_{k,n}, \tau) = 1$, с которой происходит ее перемещение вдоль проводов в диапазоне токов от $i = 0.14$ до 0.2, незначительно превышающих ток стационарной

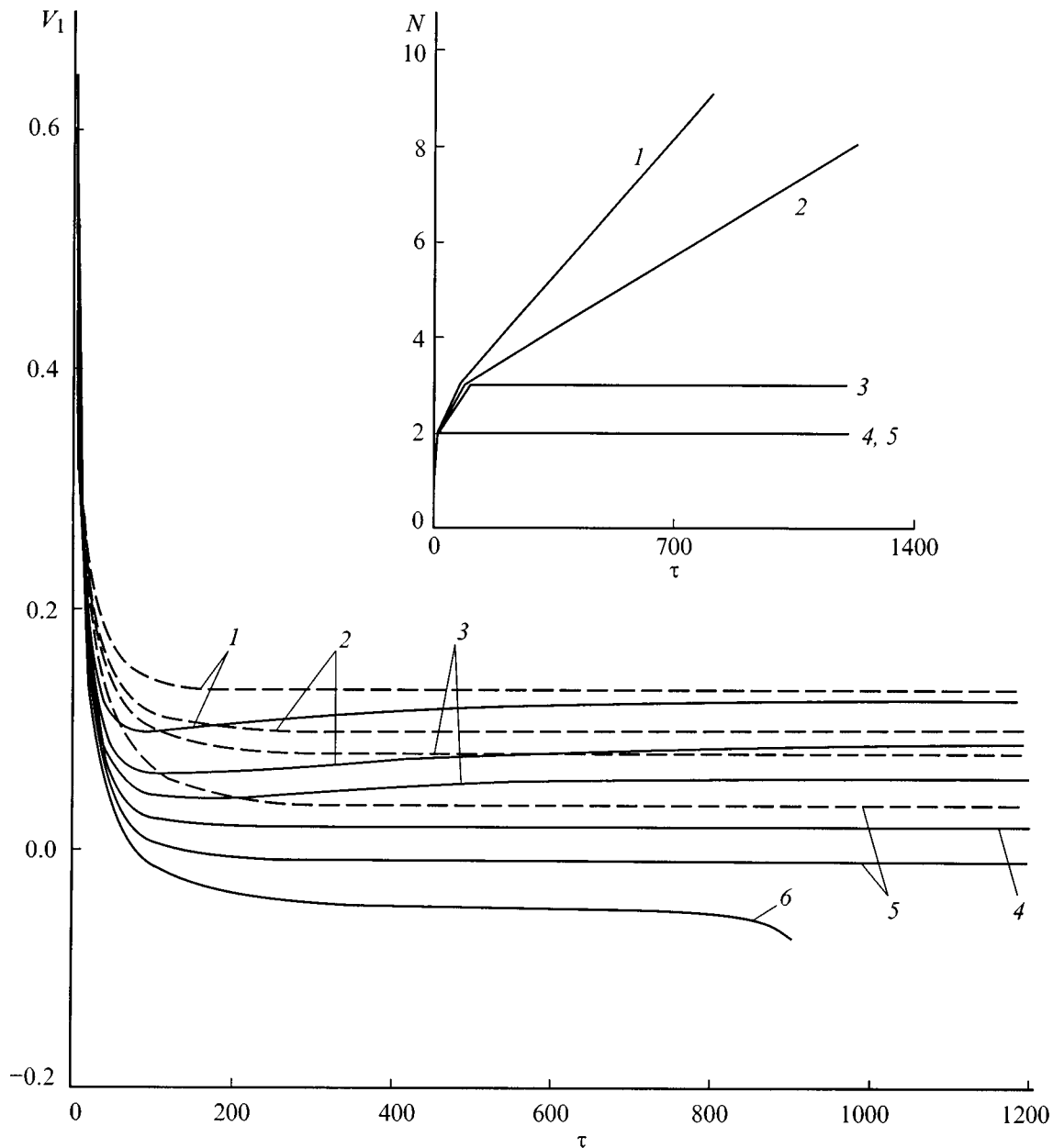


Рис. 3. Зависимость от времени скорости распространения нормальной зоны в проводе с номером $k = 1$ вблизи тока стационарной стабилизации: i : 1 — 0.2, 2 — 0.18, 3 — 0.17, 4 — 0.16, 5 — 0.15, 6 — 0.14.

стабилизации ($i_s = 0.1356$). Здесь же штриховыми кривыми приведены соответствующие значения скорости изотермы $\Theta(X_n, \tau) = 1$ для одиночного композита, а на вставке к рис. 3 показана кинетика проникновения нормальной зоны в поперечном сечении, перпендикулярном основному направлению распространения нормальной зоны. Хорошо видно, что при $i \geq 0.18$ описанные выше особенности необратимого перехода всей сверхпроводящей композиции в нормальное состояние соблюдаются в полной мере. В то же время для токов $i < 0.18$ оказываются возможными ситуации, когда внутри композиции

в нормальное состояние переходит ограниченное число проводов. Так, для заданных параметров при $i = 0.17$ резистивные области стационарно существуют только в трех проводах, а при $i = 0.16$ и 0.15 — в двух. При дальнейшем уменьшении тока квазистационарные состояния могут не возникнуть. Наличие подобных состояний приводит к тому, что скорость распространения нормальной зоны внутри дискретной композиции оказывается ниже соответствующего значения скорости нормальной зоны в одиночном композите, причем это отличие увеличивается с уменьшением тока.

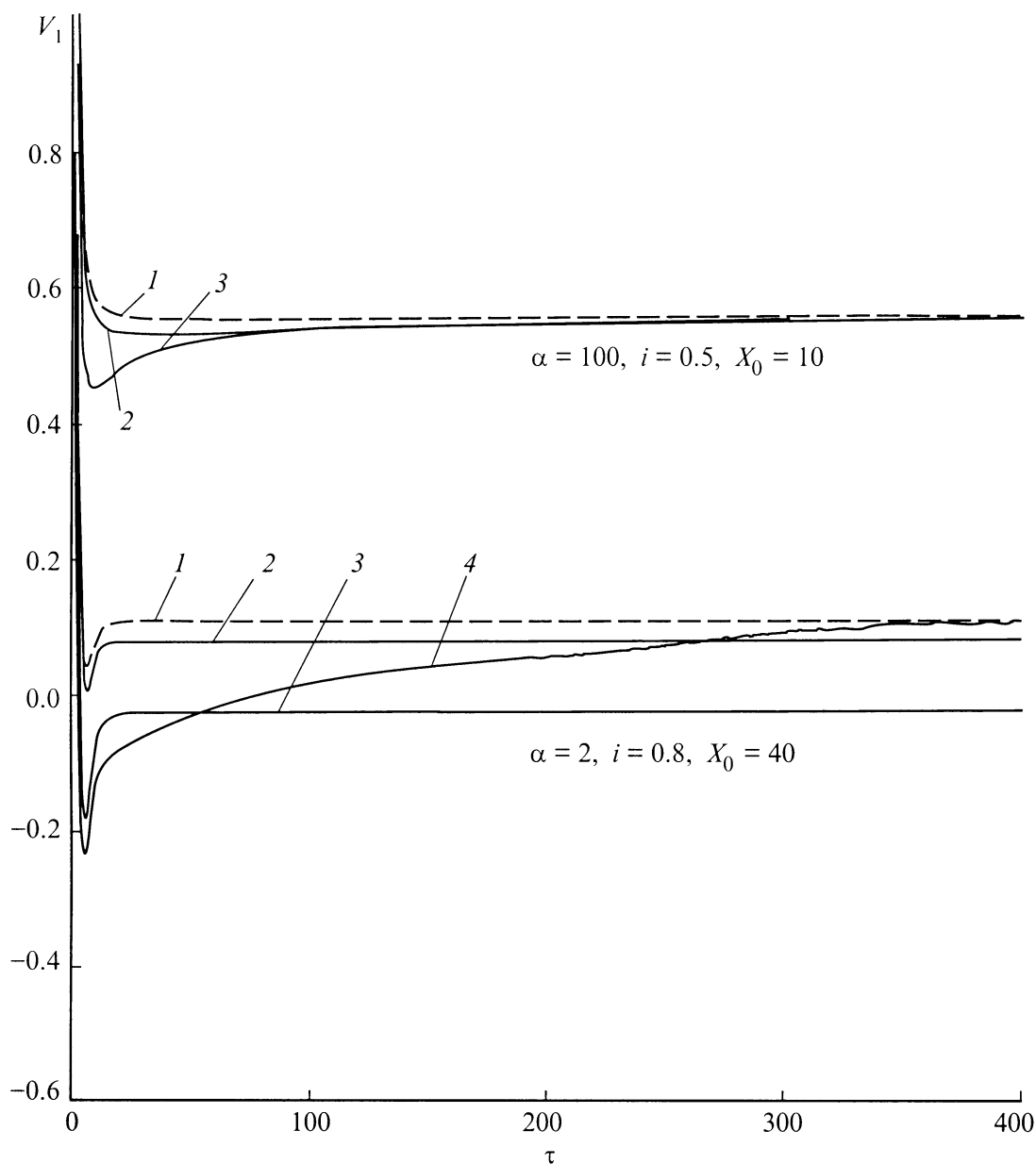


Рис. 4. Изменение во времени скорости распространения нормальной зоны в зависимости от условий теплообмена между проводами в проводе с номером $k = 1$; ω : 1 — 0, 2 — 0.01, 3 — 0.1, 4 — 0.2.

Существование данных состояний также зависит от характера тепловой связи между элементами композиции. На рис. 4 построены кривые, описывающие кинетику нормальной зоны для композиции с различными значениями ω . Видно, что при $\alpha = 100$, $i = 0.5$ величина ω влияет только на время переходного процесса. Однако при $\alpha = 2$, $i = 0.8$ ($i_s = 0.7808$) условия возникновения и распространения нормальной зоны внутри дискретной сверхпроводящей среды могут видоизмениться. Так, при $\omega = 0.01$ в нормальное состояние переходит только один провод, при $\omega = 0.1$ — два, а при $\omega = 0.2$ — вся композиция в целом.

Закономерности распространения теплового возмущения в поперечном сечении многопроводной сверхпроводящей композиции

На рис. 5–7 представлены результаты численного моделирования процессов возникновения и распространения участков с нормальной проводимостью, происходящих в поперечном сечении сверхпроводящей дискретной среды при $\alpha = 100$. Расчеты выполнены для различных значений тока, температуры и протяженности началь-

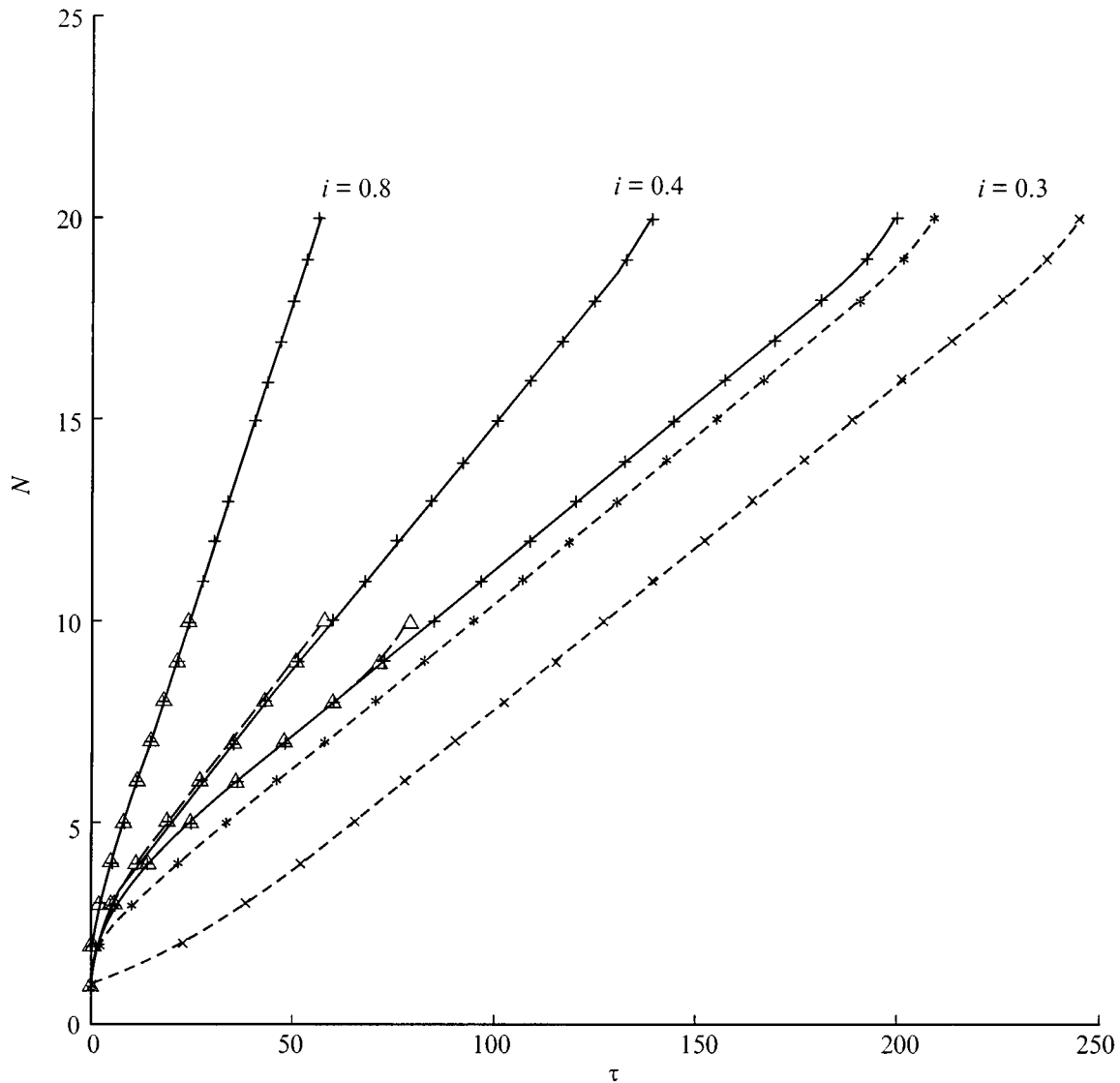


Рис. 5. Влияние общего количества провода в сверхпроводящей композиции и температуры начального возмущения на кинетику процесса необратимого разрушения сверхпроводимости в поперечном сечении: --- Δ — $N = 10$, $\Theta_i = 10$; $N = 20$, $\Theta_i = 1.0$, --- * — 5, --- \times — 1.

ного возмущения, условий теплообмена между элементами композиции, их количества. Граница тепловыделяющей области определялась из решения уравнения $\Theta_k(X_{k,n}, \tau) = 1$. При этом из условия $\Theta_k(0, \tau_{q,k}) = 1$ нетрудно найти время возникновения нормальной зоны в k -м проводе. Данные временные состояния на рис. 5–7 отмечены значками, которые соединены друг с другом. Это позволяет аппроксимировать дискретный процесс образования новых участков с нормальной проводимостью соответствующими непрерывными зависимостями.

Кривые, построенные на рис. 5, описывают кинетику переходного процесса в композициях с различным числом элементов для трех безразмерных значений тока при $X_0 = 50$, $\omega = 0.1$. Температура начального возмущения при $i = 0.4$ и 0.8 задавалась равной $\Theta_i = 10$, а для

случая $i = 0.3$ расчет переходного процесса выполнялся для нескольких значений Θ_i . На рис. 6 приведены зависимости $N(\tau)$ в случае изменения протяженности начального участка возмущения при $i = 0.3$, $N = 10$ и 20 , $\Theta_i = 10$. Результаты данных вычислений наглядно демонстрируют возможные диапазоны варьирования исходных параметров, при которых не только происходит необратимое разрушение сверхпроводящих свойств всей композиции, но и будут иметь место основные закономерности этого процесса. В частности, следует отметить, что развитие переходного процесса в поперечном сечении композиции перестает зависеть от протяженности нормальной зоны в продольном направлении, если она в начальный момент времени в безразмерных единицах становится больше 50. При этом влияние мощности

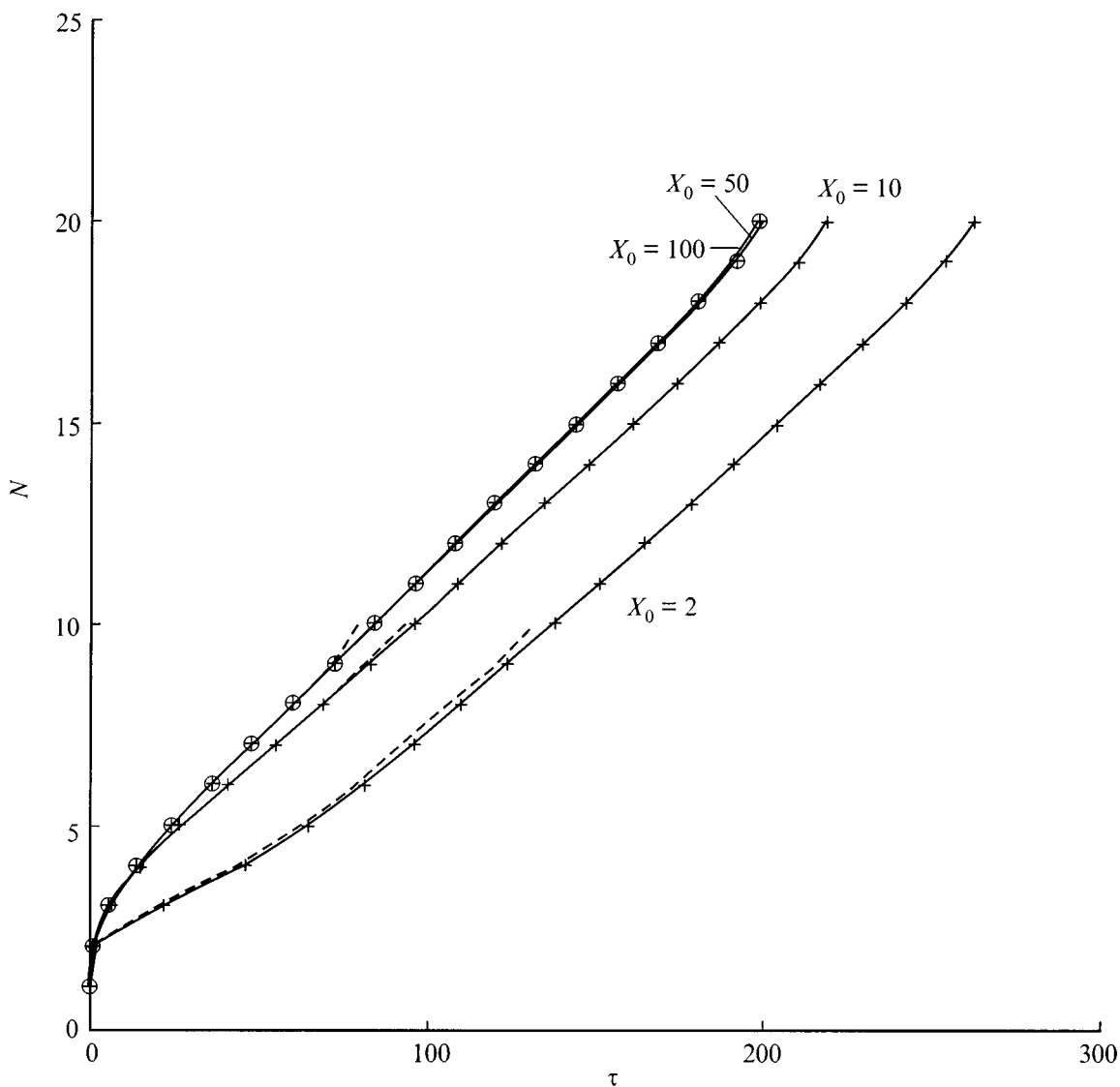


Рис. 6. Влияние протяжений начального возмущения на процесс проникновения нормальной зоны внутрь многопроводной композиции. --- — $N = 10$, $N = 20$, X_0 : —+— 2, 5, 50, —o— 100.

внешнего возмущения на кинетику переходного процесса практически отсутствует. Кроме этого, для исключения влияния краевого эффекта, связанного с заданием конечного числа проводов в композиции, желательно, чтобы их общее число было не менее 10. Поэтому ниже приведены результаты численных экспериментов, выполненных при $N = 20$, $X_0 = 50$, $\Theta_i = 10$.

На рис. 7 показаны зависимости $N(\tau)$ для композиции с различными значениями параметров тепловой связи между проводами при изменении протекающего по ним тока в широком диапазоне. Штриховой кривой приведены результаты соответствующих вычислений в случае одновременного возникновения локального участка с нормальной проводимостью в нескольких проводах.

Сопоставляя проведенные расчеты между собой, трудно сформулировать основные закономерности, которые определяют характерные черты процесса необратимого распространения теплового возмущения в поперечном сечении сверхпроводящей многопроводной среды.

Во-первых, при формировании фронта раздела фаз существуют периоды времени, когда нарастание поперечных размеров резистивной области происходит с неустановившимися значениями скорости. Последние имеют место на начальном и конечном этапах изменения во времени $N(\tau)$. Как правило, они достаточно непродолжительны. Но время их существования тем больше, чем меньше ток, мощность и протяженность внешнего возмущения, хуже условия теплообмена между элементами композиции. В промежуточной области значений

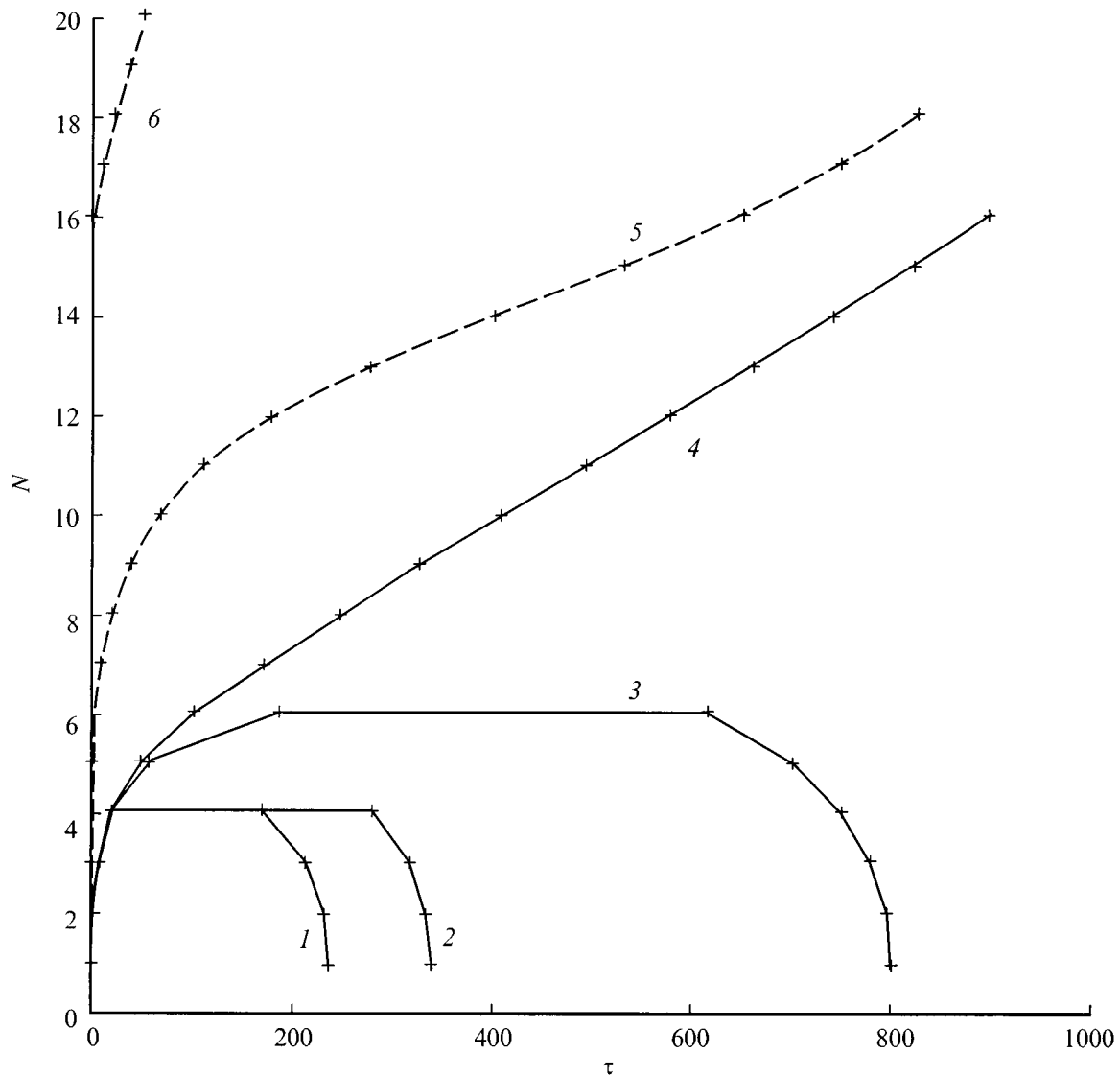


Рис. 7. Кинетика переходного процесса при $\omega = 0.1$ вблизи тока стационарной стабилизации: $i = 0.13$ (1), 0.14 (2), 0.15 (3–6), 0.16 (4).

времени протекания переходного процесса скорость увеличения размеров резистивной области принимает постоянное значение, которое не зависит от характера начального возмущения (точнее, она в силу используемой расчетной модели асимптотически приближается к этому значению). Поэтому в этом случае можно говорить о возникновении некоторого квазистационарного состояния, условия существования которого будут зависеть только от собственных свойств элементов композиции.

Во-вторых, конечный результат процесса проникновения нормальной зоны внутрь многопроводной среды оказывается зависимым от условий диссипации джоулева тепловыделения. Так, кривые на рис. 5 соответствуют таким его состояниям, когда вся сверхпроводящая область обязательно переходит в нормальное состояние в результате действия возмущения только в ее первом

элементе. В то же время, как следует из рис. 7, при инициировании неустойчивости в одиночном проводе в области низких значений тока (в более строгой формулировке — вблизи тока стационарной стабилизации i_s) необратимое распространение теплового возмущения по всему сечению композиции может не происходить. Так, для заданных параметров подобные состояния имеют место при $i < 0.16$ ($i_s = 0.1356$). В этом случае полное разрушение сверхпроводящих свойств композиции может происходить при одновременном переходе в нормальное состояние нескольких проводов. На рис. 7 штриховая кривая — результаты соответствующих расчетов, когда при $i = 0.15$ нормальная зона в начальный момент времени возникает в пяти (кривая 5) либо в пятнадцати (кривая 6) проводах. Нетрудно заметить, что для заданных начальных условий имеет место не только

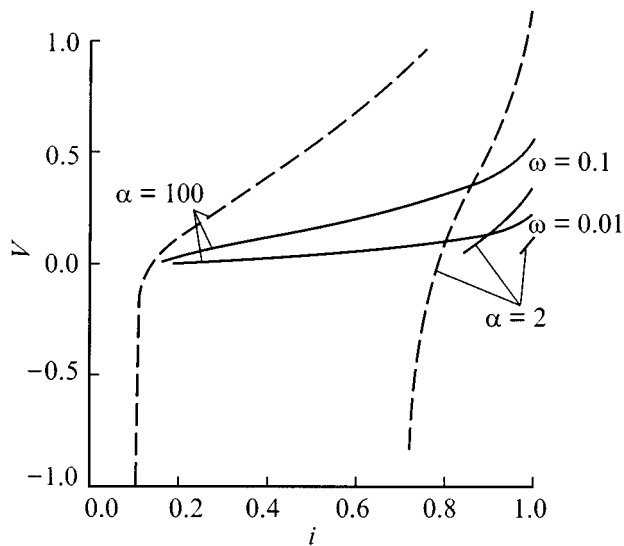


Рис. 8. Зависимость установившихся значений скорости распространения нормальной зоны от тока: — — V_y , ---- — V_x .

существенное увеличение времени неустановившегося режима, но и возможно отсутствие установившихся состояний. Это необходимо учитывать при проведении соответствующих экспериментов.

Обсужденные выше результаты позволяют сформулировать формальное правило определения поперечной скорости распространения теплового возмущения в сверхпроводящей среде с дискретной структурой. В безразмерных переменных настоящей работы она описывается равенством $V_y = 1/(\tau_{q,k} - \tau_{q,k-1})$. Здесь $\tau_{q,k}$, $\tau_{q,k-1}$ — времена перехода в нормальное состояние k -го и $(k-1)$ -го элементов структуры. При этом ее установившееся значение должно быть определено после протекания начального нестационарного периода. Как показывают приведенные на рис. 5–7 кривые, это значение с хорошей степенью точности может быть аппроксимировано на основе решения задачи о переходе в нормальное состояние многопроводной композиции с конечным числом элементов.

На рис. 8 сплошными линиями представлены расчетные значения поперечной скорости распространения нормальной зоны в зависимости от тока. Расчет проводился для двух характерных значений параметра стабильности: $\alpha = 2$ — эффективная тепловая стабилизация (например, при наличии интенсивного охлаждения); $\alpha = 100$ — низкая степень тепловой стабилизации (например, когда условия охлаждения близки к адиабатическим). Безразмерный параметр тепловой связи между проводами принимался равным 0.01 и 0.1 (при $\omega = 0$ имеет место тривиальное значение $V_y = 0$). Построенные кривые были рассчитаны в предположении, что неустойчивость в начальный момент времени возникает только в первом проводе. Здесь же для наглядности штриховыми кривыми приведены соответствующие зави-

симости продольной скорости распространения нормальной зоны в одиночном композите, когда необратимое разрушение его сверхпроводящих свойств происходит на фоне перемещающейся с постоянной скоростью тепловой волны. Формально это соответствует случаю $\omega = 0$.

Из рис. 8 следует, что ухудшение тепловой связи между проводами не только уменьшает поперечную скорость распространения нормальной зоны, но и уменьшает диапазон токов, при котором будет иметь место полный переход многопроводной композиции в нормальное состояние, инициируемой возникновением неустойчивости в единичном проводе. В наибольшей степени этот эффект наблюдается у проводов, которые с точки зрения тепловой стабилизации являются ”хорошо” стабилизированными. Помимо этого для данных режимов стабилизации зависимость $V_y(i)$ с увеличением тока в широком диапазоне его варьирования может быть аппроксимирован линейной зависимостью. Она приобретает нелинейный характер в области тока стационарной стабилизации, вблизи критического тока, а также с увеличением значения ω .

Из сказанного следует, что для дискретной сверхпроводящей области формальное отношение установившегося значения скорости нормальной зоны в поперечном сечении к значению ее скорости в продольном направлении не является постоянной величиной, как это следует из модели расширяющегося эллипсоида. В рамках этой модели [3] скорость распространения нормальной зоны в одиночном тонком сверхпроводящем композите

$$V_x = \frac{J}{C} \left(\frac{\lambda_x \rho_0}{T_{CB} - T_0} \right)^{1/2}$$

принимается равной скорости нарастания большой оси эллипсоида (J — плотность тока, C — объемная теплоемкость). Предполагая в простейшем случае, что при переходе от дискретной среды к сплошной все параметры, кроме коэффициента теплопроводности, останутся неизменными, нетрудно записать выражение для скорости нормальной зоны в направлении малой оси эллипсоида

$$V_y = \frac{J}{C} \left(\frac{\lambda_y \rho_0}{T_{CB} - T_0} \right)^{1/2},$$

где λ_y — усредненное значение коэффициента теплопроводности в поперечном сечении.

При данном переходе также можно учесть изменение и других свойств композиции. Но это качественно не изменяет связь между скоростями, когда $V_y/V_x = \text{const}$ во всем диапазоне изменения тока. В результате данное отношение оказывается не зависящим от величины протекающего тока. В то же время прямой численный эксперимент приводит к существованию нелинейного характера в зависимостях $V_y(i)$, обусловленного прежде всего наличием особой области токов, где условия проникновения неустойчивости внутрь многопроводной композиции не являются следствием очевидной

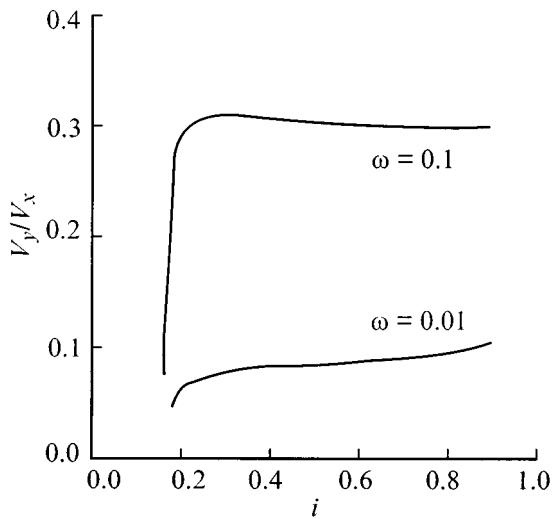


Рис. 9. Зависимость от тока отношения поперечной скорости нормальной зоны к ее значению в продольном направлении.

на первый взгляд причины, связанной с тривиальным перегревом, инициированного возмущением в единичном проводе композиции. На рис. 9 для $\alpha = 100$ приведены результаты расчетов зависимости V_y/V_x от тока в случае возникновения нормальной зоны в первом проводе. Видно, что с ростом тока нелинейный характер отношения V_y/V_x полностью определяется соответствующей вариацией поперечной скорости распространения нормальной зоны. Поэтому сначала (в области малых токов) увеличение V_y/V_x имеет заметную нарастающую тенденцию, а затем ее изменение становится не столь существенным. Причем улучшение условий теплообмена между элементами композиции сопровождается более резким изменением начального участка этих кривых. Однако в этом случае уменьшается диапазон токов, где зависимость V_y/V_x имеет резко нарастающий характер. Очевидно, в предельном случае $\omega \rightarrow \infty$, например, при отсутствии изолирующих прослоек данный интервал в зависимости $V_y/V_x(i)$ будет отсутствовать.

Помимо отмеченных особенностей, которые не учитывает модель расширяющегося эллипсоида, последняя также приводит и к зависимости поперечной скорости распространения нормальной зоны от коэффициента теплопроводности единичного элемента композиции в ее продольном направлении. Подобная связь очевидна для континуума, физические свойства которого не носят разрывный характер, когда тепловой поток внутри него распространяется непрерывно по всем направлениям. В случае сверхпроводящей области с дискретными физическими характеристиками распространение нормальной зоны в первую очередь происходит в геометрически заданном направлении, обусловленном конструктивными особенностями композиции. В этом случае в силу быстротечности процесса распространения нормальной зоны вдоль провода промежутки времени между двумя

последующими моментами образования новых участков с нормальной проводимостью прежде всего зависит от тепловых свойств изолирующей прослойки и температуры провода в его наиболее нагретой части. Ее величина главным образом определяется мощностью джоулева тепловыделения и условиями его диссипации в хладагент и в прилегающие слои. Поэтому продольный механизм теплопроводности каждого из элементов композиции должен оказывать слабое влияние на условия возникновения и распространения нормальной зоны в поперечном направлении. Для иллюстрации сказанного на рис. 10 приведены результаты численного эксперимента, моделирующего при $\alpha = 100$ распространение возмущения в композициях с коэффициентами теплопроводности, отличающимися друг от друга на два порядка. Он основывался на решении задачи (1), (2), в которой член $\partial^2 \Theta_k / \partial X^2$ был заменен более общим выражением $\Lambda \partial^2 \Theta_k / \partial X^2$, где Λ — безразмерное значение коэффициента теплопроводности k -го элемента. При решении модельной задачи параметр стабильности задавался равным $\alpha = 100$, а ток и условия тепловой связи между проводами варьировались. Выполненные расчеты наглядно демонстрируют весьма несущественную роль механизма продольной теплопроводности на кинетику процесса проникновения возмущения в поперечном сечении многопроводной композиции. В частности, его влияние на поперечную скорость нормальной зоны практически отсутствует, если неустойчивость возникает вблизи критического тока. При более низких значениях тока его вклад становится несколько заметным, если при этом имеет место плохая тепловая связь между проводами.

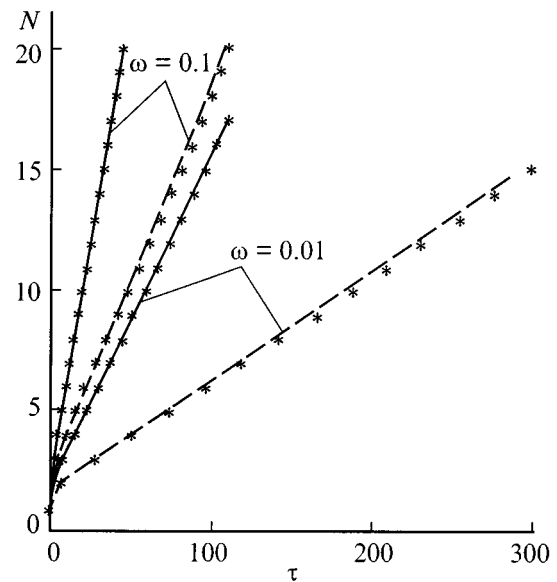


Рис. 10. Влияние продольной теплопроводности на кинетику переходного процесса: — — $i = 0.9$, --- — $i = 0.5$; $\Lambda = 0.1$ (кривые), 10 (звездочки).

Выводы

Выполненное исследование показывает, что необратимое распространение нормальной зоны внутри дискретной сверхпроводящей среды имеет ряд особенностей, которые не описываются моделью расширяющегося эллипсоида. В их основе лежат следующие закономерности.

1. Резистивная область, формирующаяся в результате необратимого перехода в нормальное состояние сверхпроводящих элементов композиции, составленной из сверхпроводников, разделенных конечным термическим сопротивлением, имеет форму усеченного эллипса.

2. Скорость нарастания его главной оси (скорость распространения нормальной зоны в продольном направлении) меньше соответствующего значения скорости распространения нормальной зоны в одиночном композите. Последняя является асимптотическим пределом для всех значений скоростей, с которой нормальная зона будет распространяться в каждом элементе композиции. Данный предельный случай достигается только после локального перехода всех элементов композиции в нормальное состояние. При этом внутренняя граница, разделяющая сверхпроводящую область от несверхпроводящей, приобретает плоскую форму.

3. В области токов, близких к токам стационарной стабилизации, возможны состояния, при которых сверхпроводящие свойства разрушаются не у всех элементов композиции. В результате этого внутри сверхпроводящей среды с дискретной структурой могут устойчиво существовать ограниченное количество подобластей с нормальной проводимостью, в которых имеет место распространение нормальной зоны с постоянной скоростью.

4. Вблизи тока стационарной стабилизации характер развития переходного процесса в значительной степени зависит от условий теплообмена между элементами композиции. Поэтому при наличии в многопроводной среде изолирующих прослоек с относительно высокими значениями термического сопротивления появление нормальной зоны в единичном элементе может не сопровождаться переходом всей композиции в нормальное состояние. В наибольшей степени этот эффект наблюдается у "хорошо" стабилизированных проводов.

5. Скорость распространения нормальной зоны в поперечном сечении многопроводной композиции практически не зависит от продольной теплопроводности ее элементов. В первую очередь она определяется теплофизическими свойствами изоляции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 96-02-16122а).

Список литературы

- [1] *Stekly Z.J.J.* // Adv. Cryogenic Engin. 1963. Vol. 8. P. 585–600.
- [2] *Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В.* Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [3] *Уилсон М.* Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [4] *Rusinov A.I.* // IEEE Trans. on Magn. 1994. Vol. 30. N 4. P. 2681–2684.
- [5] *Gavrilin A.V.* // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1993. Vol. 3. N 1. P. 293–296.
- [6] *Зарубин В.С.* Инженерные методы решения задач теплопроводности. М.: Энергоатомиздат, 1983. 326 с.
- [7] *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 286 с.
- [8] *Романовский В.Р.* // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1984. № 4. С. 115–119.