07;10

Коротковолновое излучение нерелятивистских заряженных частиц

© В.А. Буц

Национальный научный центр, Харьковский физико-технический институт,
310108 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 30 марта 1998 г.)

Аналитически показана возможность возбуждения коротковолнового излучения потоком заряженных нерелятивистских частиц.

В настоящее время представления о возможности возбуждения коротковолнового излучения (до рентгеновского) потоками заряженных частиц в основном связаны с потоками релятивистских частиц. В настоящей работе мы покажем, что нерелятивистские частицы могут эффективно возбуждать коротковолновое излучение. Такая возможность возникает при взаимодействии заряженных частиц с периодически неоднородной средой, в частности в кристаллах. Важность рассмотренного ниже механизма излучения обусловлена тем, что потоки нерелятивистских частиц и осцилляторов создать значительно проще, чем релитивистских. Кроме того, плотность их может быть значительно выше и ограничена только плотностью твердого тела. Известно, что последнее обстоятельство является определяющим при создании условий коллективного индукцированного излучения.

Рассмотрим излучение осциллятора, траекторию которого можно представить в виде $\mathbf{r} = \boldsymbol{\nu}_0 + \mathbf{r}_0 \sin \Omega t$, в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0 + q \cos \mathbf{kr}$.

Будем считать, что скорости $\boldsymbol{\nu}_0$ и $\mathbf{r}_0 \Omega$ ничем не ограничены и не меняются. Работ, в которых изучается излучение заряженных частиц и осцилляторов в средах с периодической неоднородностью, много. В основном в них рассмотрено излучение релятивистских частиц, что существенно облегчает исследование. Из наиболее близких к интересующему нас в дальнейшем случаю ($\lambda \gg d$ — период неоднородности) укажем на первую работу по параметрическому черенковскому излучению [1] и на работы по переходному рассеянию (см. [2,3] и цитируемую там литературу). В работе [1] при изучении случая $\lambda \gg d$ было проведено усреднение — слоисто-неоднородная среда была заменена эффективным в электродинамическом отношении анизотропным диэлектриком. Легко показать, что интересующий нас ниже механизм излучения при таком усреднении исчезает. В работах по переходному рассеянию основное внимание обращалось на наиболее интересный случай — случай рассеяния на неподвижном заряде ($M \to \infty$) и на роль переходного рассеяния в физике плазмы. Кроме того, в них не рассматривалось излучение осцилляторов. В этих работах имеются все элементы, необходимые для решения интересующей нас задачи. Используя путь, который описан в [2], а также свойства функции Бесселя, после простых, но громоздких преобразований можно получить следующее выражение для мощности излучения осциллятора:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left(\frac{eq}{c\varepsilon_0}\right)^2 \frac{1}{4\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \int d^3k \right.$$
$$\times \left[|\omega_1| \delta\left(k^2 - \frac{\omega_1^2}{c^2}\varepsilon_0\right) \frac{J_n^2(\mathbf{k}_{-1}\mathbf{r}_0)\mathbf{N}^n_{k_{-1,\omega}}\mathbf{M}^n_{k_{-1}}}{\left(k_{-1}^2 - \frac{\omega_1^2}{c^2}\varepsilon_0\right)} \right.$$
$$\left. + |\omega_2| \delta\left(k^2 - \frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_0\right) \frac{J_n^2(\mathbf{k}_{+1}\mathbf{r}_0)\mathbf{N}^n_{k_{+1,\omega}}\mathbf{M}^n_{k_{+1}}}{\left(k_{+1}^2 - \frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_0\right)} \right]$$
$$+ \int d^3k |\mathbf{k}_{-1}\boldsymbol{\nu}_0| \delta\left(k^2 - \frac{(\mathbf{k}_{-1}\boldsymbol{\nu}_0)^2}{c^2}\varepsilon_0\right)$$
$$\left. \times \frac{J_0^2(\mathbf{k}_{-1}\mathbf{r}_0)\mathbf{N}^0_{k_{-1,\omega}}\mathbf{M}^0_{k_{-1,\omega}}}{\left(k_{-1}^2 - \frac{\omega_1^2}{c^2}\varepsilon_0\right)} \right\}, \tag{1}$$

где

$$\mathbf{M}^n_{\mathbf{k},\omega} = (\omega^2\varepsilon_0/c^2) \cdot \mathbf{L}^n_{\mathbf{k},\omega} - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{L}^n_{\mathbf{k},\omega});$$
$$\mathbf{N}^n_{\mathbf{k}\pm1,\omega} = \mathbf{M}^n_{k_{\pm1,\omega}} - \frac{\mathbf{k}}{k^2}(\mathbf{k}\mathbf{M}^n_{k_{\pm1,\omega}}); \quad \mathbf{k}_{\pm1} = \mathbf{k} \pm \boldsymbol{\kappa};$$
$$\mathbf{L}^n_{\mathbf{k},\omega} = \boldsymbol{\nu}_0 + n\Omega\mathbf{r}_0/\mathbf{k}\mathbf{r}_0.$$

Из формулы (1), в частности, легко получить некоторые известные результаты. Ниже мы рассмотрим два наиболее простых случая, в которых уже проявляются упомянутые выше особенности излучения. Пусть осциллятор покоится $\boldsymbol{\nu}_0 = 0$ и $\boldsymbol{\kappa}||\mathbf{r}_0||z$. Из (1) в этих условиях находим

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left(\frac{e^2\Omega^2 \cdot \beta_\perp^2}{3c}\right) \frac{3q^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{m^2} J_n^2(m) \int_0^\pi (\sin\theta)^3 d\theta, \tag{2}$$

где $\beta_\perp = r_0\Omega/c$ — отношение осцилляторной скорости к скорости света; $m = \kappa \cdot r_0$, $\kappa \gg k$.

В формуле (2) первый множитель (множитель в круглых скобках) равен мощности дипольного излучения нерелятивистского осциллятора в вакууме, а каждый член суммы описывает излучение на соответствующей гармонике n. Зависимость мощности излучения от номера гармоники (n) и степени неоднородности (q) дается множителем $G(m, n) = (q \cdot (n^2/m)J_n(m))^2$.

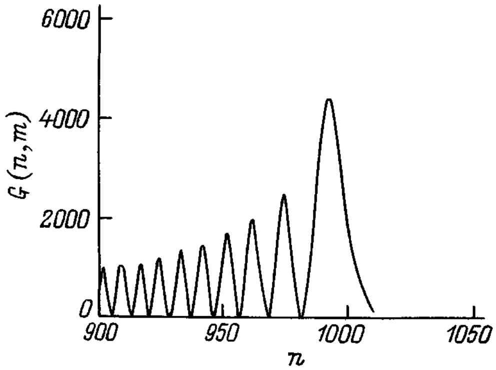

Рис. 1.

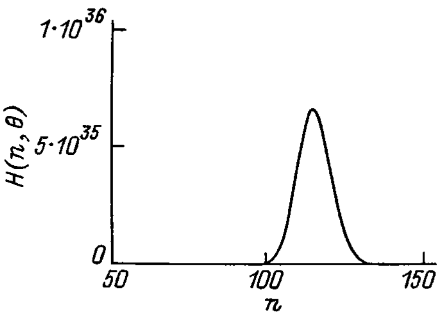

Рис. 2.

Используя формулу (2), сравним излучение осциллятора в вакууме и в среде (см., например, [4]). Для этого на рис. 1 приведена зависимость функции $G(m,n)$ от номера гармоники n при $m = 10^3$ и $q = 10^{-3}$. Из этого рисунка видно, что мощность излучения растет с ростом номера n и принимает максимальное значение при $n = m$. Обратим внимание на тот факт, что для достижения заметной мощности излучения осциллятора в вакууме на гармонике $n = 10^3$ этот осциллятор должен иметь энергию $\gamma > 22$ ($\beta > 0.999$), в то время как при наличии слабой периодической неоднородности среды ($q = 10^{-4}, \varepsilon_0 = 1$) такое излучение может дать осциллятор, у которого энергия $\gamma = 1.0005$ ($\beta = 0.1$). Для иллюстрации факта, что в вакууме излучение нерелятивистского осциллятора практически отсутствует, а при наличии среды, даже очень слабой, это излучение может быть достаточно значительным, на рис. 2 представлена функция, которая равняется отношению мощности излучения осциллятора в среде ($q = 10^{-6}$) к мощности излучения в вакууме при $\beta = 0.1$ ($m = 100$). Видно, что даже незначительная добавка периодически неоднородной среды ($q = 10^{-6}$) может коренным образом изменить характер спектра излучения. Более того, интенсивность излучения на гармониках ($\omega = n\Omega$) может превышать дипольное излучение осциллятора ($\omega = \Omega$). Действительно, из формулы (2) легко найти, что, как только выполняется неравенство $2 \cdot [q \cdot (n^2/m) \cdot J_n(m)]^2 > 1$, мощность излучения на гармонике n превышает мощность дипольного излучения осциллятора в вакууме. Учитывая, что при больших n максимальное значение функции Бесселя достигается при $n = m$, и ассимптотику функции Бесселя при $n \gg 1$ ($J_n(n) \approx n^{-1/3}$), это неравенство упрощается $(q \cdot n^{2/3}) > 1/\sqrt{2}$.

Высокая эффективность "длинноволнового" излучения ($\lambda = d/\beta$) характерна не только для нерелятивистского осциллятора, но и для нерелятивистской заряженной частицы, которая движется с постоянной скоростью (ν_0) без осцилляций ($r_0 = 0$) через периодически неоднородную среду. Для такой частицы из законов сохранения следует, что $\omega \approx \boldsymbol{\kappa\nu}$. Как и в случае излучения осциллятора, будем считать, что $\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\nu}_0||z$. Из общей формулы (1) в этом случае можно получить следующее простое выражение для мощности излучения частицы:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left(\frac{e^2\omega^2 \cdot \beta^2}{3c}\right) \frac{3q^2}{4\varepsilon_0^{3/2}} \int_0^\pi (\sin\theta)^3 d\theta, \qquad (3)$$

где $\beta = \nu_0/c$.

Из этой формулы видно, что диаграмма направленности излучения частицы совпадает с диаграммой направленности излучения неподвижного нерелятивистского осциллятора. Более того, сравнивая формулу (3) с формулой, описывающей излучение осциллятора в вакууме (см., например, [4]), легко увидеть, что если в последней вместо осцилляторной скорости осциллятора подставить величину $\nu_0 \cdot q$, то она перейдет в формулу (3). Таким образом, частица, равномерно движущаяся со скоростью v в периодически неоднородной среде, излучает как неподвижный осциллятор в вакууме в дипольном приближении, который колеблется с частотой ω, а его осцилляторная скорость равна $\nu_{\text{osc}} = \nu_0 \cdot q$.

Оценим потенциальные возможности рассмотренного излучения относительно возможности возбуждения излучения с наиболее высокой частотой. Минимальный период неоднородности среды, который может быть использован, представляет собой расстояние между атомами твердого тела. По порядку величины он равен $d = 10^{-8}$ cm. Принимая во внимание неравенство $\lambda \gg d$, можно рассчитывать на возбуждение электромагнитного излучения, минимальная длина волны которого составляет $\lambda \approx 10^{-7}$ cm. Для достижения этой цели (излучение заданной длины волны) нужно иметь в виду равенство $\omega = \boldsymbol{\kappa\nu}$. Из этого равенства можно найти величину осцилляторной скорости, которую должен иметь осциллятор $\beta = \nu/c = \lambda/d$, т.е. в нашем случае $\beta \approx 0.1$. Если заряженная частица становится осциллятором в результате воздействия внешнего электромагнитного поля с частотою Ω, то для достижения осцилляторной скорости $\beta = 0.1$ параметр силы волны (параметр нелинейности) $\varepsilon = eE/mc\omega$ (где E — напряженность электрического поля внешней волны) должен равняться 0.1.

Таким образом, в идеале можно рассчитывать, что когда на твердое тело (кристалл) будет действовать электромагнитная волна с длиной волны $\lambda = 10^{-4}$ cm, параметры силы которой равняется 0.1, то из твердого тела должно появиться излучение с $\lambda \approx 10^{-7}$ cm. Можно рассчитывать также, что аналогичное излучение будет наблюдаться, когда на твердое тело (кристалл) падает пучок заряженных частиц со скоростью $\beta = 0.1$.

Выше основное внимание обращалось на наиболее интересный случай возбуждения осциллятором рентгеновского излучения в периодически неоднородной среде. Однако ясно, что рассмотренный механизм имеет значительно более широкую область, в которой он может проявляться. Например, этот механизм может порождать высокочастотную компоненту спектра излучения плазмы при наличии в ней или вблизи ее границ периодических неоднородностей.

Работа выполнена при поддержке Украинского научно-технологического центра (грант № 279).

Список литературы

[1] *Файнберг Я.Б., Хижняк Н.А.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. Вып. 4. С. 883–895.

[2] *Гинзбург В.Л., Цытович В.Н.* // УФН. 1978. Т. 126. № 4. С. 553-608. Гинзбург В.Л. // УФН. 1996. Т. 166. № 10. С. 1033–1042.

[3] *Гинзбург В.Л., Цытович В.Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1983.

[4] *Соколов А.А., Тернов И.М.* Релятивистский электрон. М.: Наука, 1974.