

Конденсация экситонов в квантовых ямах: температурные эффекты

© В.И. Сугаков

Институт ядерных исследований Национальной академии наук Украины,

03680 Киев, Украина

E-mail автора: sugakov@kinr.kiev.ua

(Поступила в Редакцию 18 января 2006 г.)

Развитая ранее теория образования конденсированных фаз экситонов в двумерной системе применена к анализу зависимости ряда параметров системы от температуры. Построена фазовая диаграмма интенсивность накачки–температура, выяснены некоторые особенности, характерные для непрямых экситонов, обладающих дипольным моментом, рассчитаны зависимости интенсивности полосы излучения конденсированной фазы от интенсивности накачки и температуры, проведено сравнение с экспериментальными данными.

Работа финансировалась частично грантом ИНТАС N 03-51-5266.

PACS: 71.35Lk, 73.21Fg, 78.67De.

1. Введение

Обнаружению конденсированной фазы экситонов посвящено большое количество работ. Главное внимание уделялось поискам образования в кристаллах при интенсивном световом облучении бозе-эйнштейновской фазы экситонов с ее интригующими свойствами, такими как сверхтекучесть, сужение полос и др. [1]. Однако оказалось, что в большинстве неорганических полупроводников (германий, кремний и др.) при больших плотностях экситоны теряют свою индивидуальность и образуется электронно-дырочная жидкость [2,3]. Попытки обнаружения бозе-конденсации в кристалле Cu_2O , имеющем малый радиус и большую энергию связи экситонов, также до настоящего времени не увенчались успехом. Выяснилось [4], что в этом кристалле экситон-экситонная аннигиляция велика, и поэтому трудно достичь плотности, необходимой для бозе-эйнштейновской конденсации. В последние годы внимание исследователей сконцентрировано на изучении экситонов в низкоразмерных системах, в частности в двойных квантовых ямах. В электрическом поле нижайшими состояниями в таких системах являются непрямые (межъямные) экситоны, у которых электрон и дырка расположены в разных ямах. Рекомбинация электронов и дырок в непрямых экситонах связана с тунелированием носителей через барьер между ямами. Поэтому время жизни непрямых экситонов велико, что позволяет создать их большую концентрацию и исследовать эффекты взаимодействия между экситонами. При исследовании систем с большой плотностью экситонов получены интересные результаты [5–8]. В частности, вне лазерного пятна обнаружено кольцо в спектрах излучения, которое авторы связывают с разделением зарядов в окрестности кольца и большой плотностью экситонов на кольце [9,10]. Обнаруженная в экспериментах [7,9] фрагментация излучения из кольца объясняется в работе [11] образованием островков конденсированной фазы экситонов. При этом представление о бозе-эйнштейновской конденсации не привлекается.

Настоящая работа — продолжение исследований, выполненных в [12], где построена теория образования конденсированной фазы экситонов в двумерной системе при однородной накачке. При этом конденсированная фаза возникает в результате притяжения между экситонами, а не вследствие их конденсации в некотором состоянии ($\mathbf{k} = 0$, например), т.е. не вследствие бозе-эйнштейновской конденсации. Из-за конечности времени жизни экситонов размеры конденсированной фазы являются ограниченными, и конденсированная фаза в двумерном случае представляет собой систему островков подобно системе электронно-дырочных капель в объемных материалах. В работе [12] учтено взаимодействие между отдельными островками через концентрационные поля экситонов, что позволило определить плотность возникающих островков конденсированной фазы. В последние годы появились данные о некоторых количественных закономерностях проявления в оптических свойствах системы непрямых экситонов большой плотности в двойных квантовых ямах, построенных на базе полупроводников $\text{Ga}(\text{Al})\text{As}$ [5,6,13]. В настоящей работе эти закономерности рассчитываются на основе теоретической модели [12] и проводится сравнение с экспериментом. Кроме того, получены некоторые формулы, имеющие более общую применимость, чем соответствующие формулы [12]. В актуальном случае — при числе экситонов в островке, намного большем единицы ($n \gg 1$), — они переходят в формулы работы [12], однако являются более компактными.

2. Модель системы. Основные уравнения

Предполагаем, что существует экситон-экситонное притяжение, которое приводит к возникновению конденсированной фазы экситонов. Конденсированная фаза может представлять собой или экситонную жидкость, или электронно-дырочную жидкость. Непрямые экситоны как частицы с разнесенными зарядами име-

ют дипольный момент, направленный перпендикулярно плоскости ям. Поэтому между экситонами действуют дальнедействующие силы отталкивания. Однако взаимодействие ван-дер-ваальса и обменное взаимодействие могут привести к притяжению между экситонами при расстояниях между ними порядка нескольких радиусов экситона и не слишком больших расстояниях между ямами, т.е. не слишком больших дипольных моментах экситонов. Расчеты многоэкситонной задачи [14], выполненные с учетом обменной энергии, энергии корреляции и энергии ван-дер-ваальса, показали наличие минимума в свободной энергии как функции плотности при плотности непрямых экситонов в двойных квантовых ямах, отличной от нуля. Конденсированная фаза непрямых экситонов возможна при определенных значениях расстояния между ямами, при которых диполь-дипольное отталкивание между экситонами не слишком велико (согласно [14], при $D < 1.1a$, где D — расстояние между ямами, a — радиус экситона). Будем характеризовать конденсированную фазу несколькими параметрами: энергией связи экситона, поверхностной энергией и плотностью экситонов в конденсированной фазе. Этих данных достаточно для описания многих свойств системы. Предложенная теория применима и в том случае, если конденсированная фаза представляет собой электронно-дырочную жидкость; тогда указанные выше параметры следует относить не к экситону, а к электронно-дырочной паре.

Размеры областей конденсированной фазы ограничены как сверху, так и снизу. Радиус зародыша новой фазы, так же как и в общей теории фазовых переходов, должен быть больше некоторой пороговой величины, определяемой поверхностной энергией. Наличие поверхностной энергии также определяет форму конденсированной фазы, в двумерном случае — в виде диска. Ограничение радиуса сверху связано с неравновесностью системы, обусловленной рождением и распадом экситонов. В определенной области интенсивностей накачки число экситонов, создаваемых облучением, внутри конденсированной фазы в единице объема в единицу времени меньше, чем число гибнущих. В этом случае стационарное состояние возможно, если потери экситонов внутри конденсированной фазы компенсируются их притоком из окружающей области газовой фазы экситонов. Такая компенсация невозможна при больших радиусах конденсированной фазы. Поэтому существует максимальный радиус диска. Таким образом, конденсированная фаза представляет собой систему островков в форме дисков, погруженную в экситонный газ.

Рассматриваемая система имеет три параметра длины: размер островка R , длина диффузии экситона l_D и длина свободного пробега l_f . Исследуемые в работах [5–10] системы состоят из смешанных полупроводников, содержащих атомы металлов двух сортов, замещающих друг друга в определенном процентном содержании. Так, в кристалле $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ атомы алюминия замещают атомы галлия в узлах с вероятностью x . Поэтому даже

при идеальной технологии изготовления образцов в квантовых ямах или барьерах (или и в ямах, и в барьерах в зависимости от структуры ям) существует беспорядок, обусловленный флуктуациями состава. Кроме того, в системе существуют дефекты технологического происхождения. Рассеяние экситонов с изменением волнового вектора в плоскости ямы на таких флуктуациях приводит к ограничению области когерентности движения экситонов и к уширению экситонных полос в спектрах. В качественных образцах ширина экситонных полос имеет порядок $\Delta E \approx (0.1-1) \text{ meV}$ [5–10]. Такой же порядок для уширения полос дают квантово-механические расчеты вероятности рассеяния на флуктуациях состава в квантовых ямах и барьерах полупроводниковых сплавов [15]. Длина свободного пробега обусловлена рассеянием экситона на флуктуациях концентрации. При времени релаксации $\tau_R \approx \hbar/\Delta E$, эффективной массе экситона, равной $0.2m_e$, где m_e — масса свободного электрона, и энергии, равной kT при $T = 2 \text{ K}$, длина свободного пробега имеет порядок $(10^2-10^3) \text{ \AA}$. Длина свободного пробега намного меньше размеров островков конденсированной фазы ($R \approx (10^4-10^5) \text{ \AA}$), возникающих в системе. Таким образом, волновая функция теряет когерентность на расстояниях, меньших размеров исследуемой структуры. Длина диффузионного смещения имеет порядок $(1-10) \mu\text{m}$. Таким образом, выполняется условие $l_f \ll l_D, R$. Это означает, что распределение экситонной плотности в окрестности островка конденсированной фазы можно рассматривать с помощью уравнения диффузии.

Распределение плотности экситонов при стационарном облучении будем определять из совместного решения системы уравнений для функции распределения островков по размерам и уравнения диффузии для экситонов вне островков. Рассмотрим сначала систему с одним островком. Пусть f_n — функция распределения островка, определяющая вероятность островку содержать n экситонов. Размеры островка формируются четырьмя процессами: 1) рождением экситонов накачкой, 2) гибелью экситонов вследствие излучения фотонов или по другим причинам, 3) захватом экситонов из окружения, 4) излучением экситонов островком. По своей постановке задача близка к задаче о вычислении параметров электронно-дырочных капель в объемных кристаллах полупроводников [16–18]. Однако по сравнению с этими работами кроме учета двумерности мы рассматриваем взаимодействие между островками через концентрационные поля и находим их наиболее вероятную плотность распределения. Для этого важно определить диффузионные поля экситонов в окрестности островков.

Кинетическое уравнение для функции распределения имеет вид

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} = -j_{n+1} + j_n, \quad (1)$$

где j_n — ток вероятности для перехода между состояниями островка с n и $n-1$ экситонами, в то время как

j_{n+1} обозначает вероятностный ток между состояниями $n + 1$ и n ;

$$j_n = W^{(-)}(n)f_n - W^{(+)}(n-1)f_{n-1}, \quad (2)$$

$W^{(\pm)}(n)$ — вероятность перехода с увеличением (уменьшением) числа экситонов в островке на единицу. Более конкретно эти вероятности будут определены позже.

Будем искать стационарные решения уравнения (1). Существует два типа стационарных решений. В первом случае $j_n = j_{n+1} = j = \text{const}$. В теории фазовых переходов это решение используется для определения скорости зарождения зародышей новой фазы. Это решение использовать не будем. Во втором случае

$$j_n = j_{n+1} = 0. \quad (3)$$

Решение с условием (3) описывает динамически равновесное состояние, которое формируется после некоторого времени действия накачки. Такого типа решения будут исследоваться в дальнейшем. Из (2) и (3) получаем следующее решение для функции распределения:

$$f_n = f_1 \exp \left(\sum_{m=1}^{n-1} \ln \frac{W^{(+)}(m)}{W^{(-)}(m)} \right). \quad (4)$$

Как будет видно далее, функция распределения имеет острый максимум при некотором значении n , которое определяет наиболее вероятное число экситонов в островке и которое по величине намного больше единицы ($n \gg 1$). Островки с большим числом экситонов и имеющие форму диска описываются радиусом $R_n = (n/\pi)^{1/2}$ вместо n . В этом случае вероятности $W^{(+)}(n)$ и $W^{(-)}(n)$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$W^{(+)}(R) = 2\pi R c(R) W_{fi}(R) + \pi R^2 G, \quad (5)$$

$$W^{(-)}(R) = 2\pi R c(R) W_{if}(R) + \pi R^2 c_i / \tau_{ex}, \quad (6)$$

где $W^{(\pm)}(R) \equiv W^{(\pm)}(n)$, W_{fi} и W_{if} — соответственно вероятности для экситона быть захваченным и излученным островком в единицу времени на единицу длины окружности при единичной плотности экситонов у поверхности диска; G — накачка, т.е. число экситонов, рождаемых в единицу времени в единице поверхности квантовой ямы; $c(R)$ и c_i — плотности экситонов на поверхности диска и внутри диска соответственно. Отметим, что при $n \gg 1$ решение для f_n (4) совпадает с решением, полученным в [12].

Используя принцип детального равновесия, можно получить соотношение между вероятностями переходов W_{fi} и W_{if} . В случае бесконечного времени жизни экситона и отсутствия накачки равновесное состояние конденсированной фазы формируется процессами обмена экситонами между островком и окружением. Тогда в равновесии имеет место следующее условие:

$$W_{fi}(R)c_{eq} = W_{if}c_i, \quad (7)$$

где c_{eq} — плотность экситонного газа, находящегося в равновесии с островком. Для невырожденного экситон-

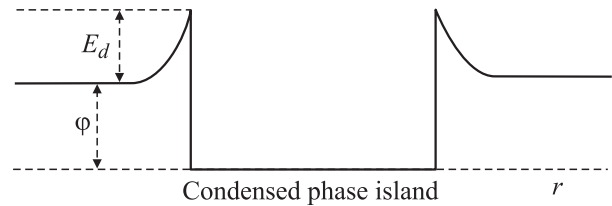


Рис. 1. Пространственное распределение потенциала для экситона в окрестности островка конденсированной фазы.

ного газа это соотношение можно переписать в виде

$$\frac{W_{if}(R)}{W_{fi}(R)} = \frac{W_{if}(\infty)}{W_{fi}(\infty)} \exp \left(\frac{\alpha_0}{c_i R \kappa T} \right), \quad (8)$$

$W_{fi}(\infty)$ и $W_{if}(\infty)$ — вероятности захвата и испускания экситона при прямолинейной границе раздела между конденсированной и газовой фазами, $W_{fi}(\infty)/W_{if}(\infty) = c_\infty/c_i$, c_∞ — равновесная концентрация экситонов при прямолинейной границе раздела фаз,

$$c_\infty = c_{10} \exp(-\phi/\kappa T), \quad (9)$$

ϕ — энергия конденсации на один экситон, α — „поверхностное“ натяжение, $c_{10} = \gamma(m^* \kappa T / 2\pi \hbar^2)$, m^* — эффективная масса экситона, γ — кратность вырождения экситонного состояния.

Проанализируем температурную зависимость вероятности захвата экситона островком. Для этого рассмотрим поток экситонов на островок. Пространственное распределение потенциала для экситона в окрестности островка конденсированной фазы представлено на рис. 1. Потенциальная яма для экситона, существующая внутри островка, обусловлена взаимодействиями, приводящими к возникновению конденсированной фазы (обменными, ван-дер-ваальсовыми и др). Скачок потенциала в окрестности поверхности островка обусловлен диполь-дипольными силами отталкивания между островком и экситоном. Анализ энергии взаимодействия экситона как электрического диполя с островком, представленным как совокупность диполей, дает следующие результаты. На расстояниях порядка 1000 \AA при плотности экситонов в островке порядка $(10^{10} - 10^{11}) \text{ cm}^{-2}$ эта энергия равна $3(10^{-5} - 10^{-4}) \text{ eV}$, т.е. является малой. При приближении экситона к островку она возрастает, затем диполь-дипольное приближение становится неприменимым, включаются взаимодействия ван-дер-ваальса и обменное взаимодействие, в результате чего энергия становится отрицательной. Для определения величины и положения максимума барьера требуются детальные данные модели конденсированной фазы. Эта модель в настоящей работе не рассматривается. Поэтому будем считать, что экситону для проникновения в островок следует преодолеть некоторый барьер E_d , величина которого рассматривается как параметр задачи. По абсолютной величине барьер имеет порядок энергии диполь-дипольного взаимодействия между экситонами на расстоянии порядка нескольких радиусов экситонов. Будем

считать, что вне островка имеет место квазиравновесное невырожденное распределение и проникают в островок экситоны с энергией выше потенциального барьера и движущиеся в направлении островка. Поток экситонов, проникающих в островок на единичной длине, равен

$$I = \sum_{\substack{k > k_d \\ k \cdot n > 0}} f_k \frac{\hbar \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}}{m^*}, \quad (10)$$

где f_k — функция распределения экситонов, нормированная на единицу площади (в дальнейшем функцию распределения будем считать бoльцмановской), \mathbf{n} — нормаль к поверхности островка. Вычисления (10) приводят к выражению для потока I , пропорциональному плотности экситонов. Коэффициент пропорциональности определяет вероятность захвата экситона, входящую в выражение (5). Этот коэффициент равен

$$W_{fi} = \left(\frac{2\kappa T}{\pi^2 m^*} \right)^{1/2} \int_{T_d/T}^{\infty} \sqrt{x} \exp(-x) dx, \quad (11)$$

где $T_d = E_d/\kappa$.

При больших R вероятность W_{fi} слабо зависит от R , вероятность обратного процесса W_{if} зависит от радиуса через поверхностную энергию согласно формуле (8). Соотношение (11) не учитывает туннельные эффекты проникновения экситонов в островок. Расчеты показывают, что вероятность туннелирования резко уменьшается с уменьшением энергии экситона ниже барьера, и мы будем туннельными эффектами пренебрегать.

Далее введем функцию распределения островков конденсированной фазы по радиусу $f(R)$ вместо f_n по соотношению $f(R) = f_n dn/dR = 2\pi R c_i f_n$. Введем безразмерные переменные

$$\tilde{R} = R(c_i)^{1/2}, \quad \tilde{c}(\tilde{R}) = c(R)/c_i, \\ v = W_{fi}\tau_{ex}(c_i)^{1/2}, \quad \tilde{G} = G\tau_{ex}/c_i.$$

После некоторых преобразований функцию распределения (4) можно переписать в виде

$$f(\tilde{R}) = f_b \exp(s(\tilde{R})), \quad (12)$$

где

$$s(\tilde{R}) = 2\pi \int_{\tilde{R}_s}^{\tilde{R}} \ln \left(\frac{2\tilde{c}(\tilde{R})v_{fi} + \tilde{R}\tilde{G}}{2v_{fi}c_{10} \exp(-(\varphi - \alpha/\tilde{R})/T) + \tilde{R}} \right) \tilde{R} d\tilde{R}, \\ f_b = f_1 \exp \left(\sum_{m=1}^{n_s} \ln \frac{W^{(+)}(m-1)}{W^{(-)}(m)} \right), \quad (13)$$

n_s — величина порядка нескольких единиц. Множитель f_b внесен отдельно в общей формуле (4). В показателе этого множителя выделены слагаемые с малыми значениями n ($n \leq 10$), для которых суммирование в показателе нельзя заменить интегрированием.

Для нахождения функции распределения согласно (12) следует определить экситонную плотность у поверхности диска $\tilde{c}(\tilde{R})$. Экситонная плотность вне конденсированной фазы в стационарном случае определяется уравнением

$$D_{ex}\Delta_2 c(r) - \frac{c(r)}{\tau_{ex}} = -G, \quad (14)$$

где D_{ex} — коэффициент диффузии экситонов.

Решение уравнения (14) при однородной в пространстве накачке имеет вид

$$c(\mathbf{r}) = G\tau_{ex} + \sum_i \sum_{m=0}^{\infty} A_{im} K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|/l) \cos(\varphi_i m), \quad (15)$$

где $K_m(x)$ — модифицированная функция Бесселя, \mathbf{r}_i — положение центра, φ_i — угловое положение i -го островка, $l_D = \sqrt{D_{ex}\tau_{ex}}$ — длина диффузии экситона. Коэффициенты $A_{i,m}$ определяются из граничных условий: поток экситонов к каждому островку должен равняться разности числа экситонов захватываемых и числа испускаемых экситонов в единицу времени. Так, граничные условия на i -м островке имеют вид

$$2\pi R_i D_{ex} (\nabla \cdot \mathbf{n})|_i = (2\pi R_i (W_{fi} c(\mathbf{r}) - W_{if} c_i)|_i), \quad (16)$$

где R_i — радиус i -го островка; \mathbf{n} — внешний единичный вектор, нормальный к поверхности островка; знак $|_i$ означает, что граничные условия (16) применяются на границе i -го островка.

Первый член в (15) описывает плотность экситонов, создаваемых накачкой непосредственно. Второй член описывает возмущение этой плотности, обусловленное присутствием островков конденсированных фаз и связанное с захватом и излучением ими экситонов.

3. Функция распределения одиночного островка в квантовой яме

Конденсированная фаза возникает при определенных значениях накачки. При накачках, близких к пороговым, концентрация островков мала, взаимодействие между ними несущественно. Рассмотрим функцию распределения по радиусу для одиночного островка конденсированной фазы, нормируя ее на единицу. В этом случае распределение плотности экситонов в окрестности островка имеет цилиндрическую симметрию, в сумме по m в (15) присутствует только член с $m = 0$. В системе координат с центром, совпадающим с центром островка, в безразмерных единицах получим

$$\tilde{c}(\tilde{\mathbf{r}}) = \tilde{G} + A_{00}^s(\tilde{R}) K_0(|\tilde{\mathbf{r}}|/\tilde{l}), \quad (17)$$

где

$$A_{00}^s(\tilde{R}) = - \frac{v \left(\tilde{G} - \tilde{c}_{10} \exp(-(\varphi - \alpha/\tilde{R})/T) \right)}{K_1(\tilde{R}/\tilde{l})\tilde{l} + v K_0(\tilde{R}/\tilde{l})}. \quad (18)$$

Функция распределения по радиусу, вычисленная по формулам (12), (17) для различных значений накачки

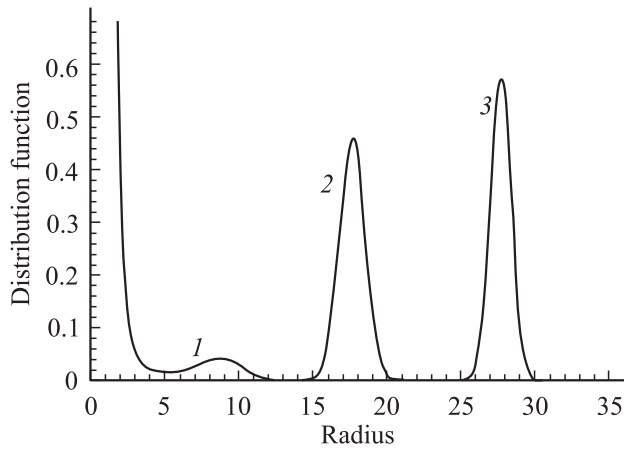


Рис. 2. Функция распределения по радиусу одиночного островка конденсированной фазы в квантовой яме при различных накачках \tilde{G} : 0.00715 (1), 0.01 (2), 0.015 (3). $\varphi = 10$ К, $a = 4$ К, $T = 2$ К, $\tilde{l} = 320$, $c_i = 10^{11}$ cm^{-2} .

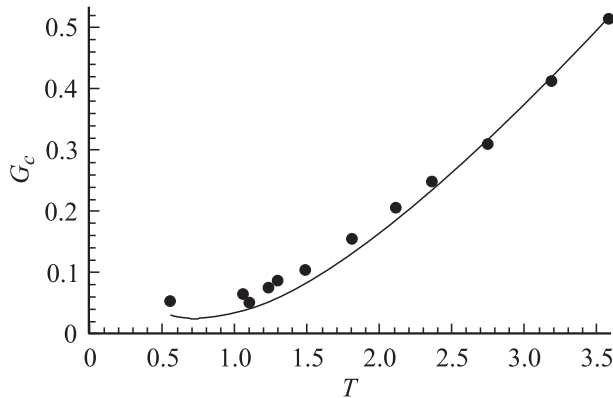


Рис. 3. Зависимость порогового значения накачки от температуры (сплошная кривая). $\varphi = 3$ К, $\alpha = 1$ К, $T_d = 2.5$ К, $\tilde{l} = 100$, $\tau_{ex} = 10^{-8}$ с. Точками обозначены экспериментальные данные из [6,13].

и при фиксированных значениях других параметров, представлена на рис. 2. За исключением некоторого околупорогового значения накачки максимум распределения острый, наиболее вероятное значение радиуса \tilde{R}_m соответствует максимуму функции распределения

$$\frac{\partial f(\tilde{R})}{\partial \tilde{R}} = 0. \quad (19)$$

Согласно (12), (19) наиболее вероятный радиус определяется условием

$$2\nu(\tilde{c}(\tilde{R}) - c_{10} \exp(-(\varphi - \alpha/\tilde{R})/T) - \tilde{R}(1 - \tilde{G})) = 0. \quad (20)$$

Условие совпадает с соответствующим выражением работы [12].

С ростом накачки наиболее вероятное значение радиуса растет, а функция распределения становится уже (рис. 2). Максимум функции распределения появляется,

если накачка превышает некоторое пороговое значение \tilde{C}_c , которое определяется выражением

$$\frac{\partial^2 f(\tilde{R})}{\partial \tilde{R}^2} \Big|_{\tilde{R}=\tilde{R}_m} = 0. \quad (21)$$

Вероятность системы быть в конденсированном состоянии в области накачек выше пороговых определяется интегрированием вероятности распределения в окрестности максимума и пропорциональна $\exp(s(R_m))$.

Используя формулы (19), (21), а также выражение для функции распределения (12), мы рассчитали фазовую диаграмму $G_c - T$, т.е. зависимость критического значения накачки от температуры. Результаты представлены сплошной кривой на рис. 3. Параметры (m^* , D_{ex} , τ_{ex}) выбирались характерными для GaAs. Неизвестные величины (φ , α , T_d) выбирались такими, чтобы полученная кривая максимально совпадала с экспериментальными данными [6,13], которые представлены точками на рис. 3. Из рисунка видно, что теория описывает эксперимент без привлечения бозе-эйнштейновской конденсации экситонов. Неэкспоненциальный рост пороговой накачки при больших температурах связан с малым значением энергии конденсации на один экситон. Увеличение G_c при $T \rightarrow 0$ связано с наличием потенциального барьера для непрямых экситонов при проникновении в островок. С понижением температуры вероятность такого процесса уменьшается, и нужна большая накачка для образования конденсированной фазы.

4. Свойства системы со многими островками

При накачках, превышающих пороговое значение, в яме возникает много островков. Между островками существует специфическое взаимодействие через концентрационные поля экситонов. Качественно это взаимодействие можно представить следующим образом. В окрестности островка конденсированной фазы существует область, обедненная экситонами. Два островка не могут быть расположены близко, поскольку поток экситонов из окружения не компенсирует потери экситонов внутри островков вследствие их гибели. С другой стороны, два островка не могут быть расположены слишком далеко друг от друга, поскольку в этом случае между ними образуется область с плотностью экситонов выше критической и возникает новый островок конденсированной фазы. Таким образом, имеет место оптимальное расстояние между островками.

В полученной формуле для функции распределения (12) влияние одного островка на другой проявляется в зависимости плотности экситонов $\tilde{c}(\tilde{R})$ на одном островке от положения остальных островков. В дальнейших расчетах $\tilde{c}(\tilde{R})$ сделаем два предположения. Будем считать, что расстояние между островками намного превышает размеры островков. (Выполненные

в [12] расчеты подтверждают это). Тогда в сумме по m формулы (15) главный вклад вносят слагаемые с $m = 0$. Также будем считать, что вклад в возмущение значения плотности на поверхности некоторого островка вносят многие островки. Тогда можно применить метод самосогласованного поля и во втором члене формулы (15) вынести из суммы коэффициенты A_{i0} при их среднем значении для всех островков \bar{A}_{i0} , а сумму по i заменить интегрированием, считая, что островки распределены в пространстве однородно с плотностью $c_{isl} = N/S$, где N — число островков, S — площадь квантовой ямы. Более детально такая процедура проделана в [12]. При этих предположениях плотность экситонов на поверхности островка зависит как от \bar{R} , так и от c_{isl} и определяется формулой

$$\tilde{c}(\bar{R}) \rightarrow \tilde{c}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl}) = \tilde{G} + A_{00}(\bar{R}, \bar{R}, \tilde{c}_{isl})K_0(\bar{R}/\bar{l}) + 2\pi\bar{A}_{00}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl})\bar{l}^2\tilde{c}_{isl}, \quad (22)$$

где

$$A_{00}(\bar{R}, \bar{R}, \tilde{c}_{isl}) = -\frac{\nu(\tilde{G} + 2\pi\bar{A}_{00}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl})\bar{l}^2\tilde{c}_{isl} - \tilde{c}_{10} \exp(-(\varphi_0 - \alpha_0/\bar{R})/T))}{K_1(\bar{R}/\bar{l})\bar{l} + \nu K_0(\bar{R}/\bar{l})}, \quad (23)$$

$$\bar{A}_{00}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl}) = -\frac{\nu(\tilde{G} - \tilde{c}_{10} \exp(-(\varphi - \alpha/\bar{R})/T))}{\bar{l}K_1(\bar{R}/\bar{l}) + \nu K_0(\bar{R}/\bar{l}) + 2\pi\nu\bar{l}^2\tilde{c}_{isl}}, \quad (24)$$

где \bar{R} — средний радиус, который совпадает с наиболее вероятным радиусом.

В системе со многими островками следует определять функцию распределения, задающую вероятность распределения по числу экситонов для каждого островка $f(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_N)$. Кинетическое уравнение вместо (1) принимает вид

$$\frac{\partial f(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_N)}{\partial t} = \sum_{i=1}^N (-j_{n_i+1}^i + j_{n_i}^i), \quad (25)$$

где $j_{n_i}^i$ — ток перехода с изменением числа экситонов на единицу в i -м островке. В общем случае этот ток зависит от положения и размеров других островков. Это сильно усложняет решение задачи. Однако в рассматриваемом приближении среднего поля поток экситонов в окрестности островка не зависит от конкретного положения других островков, а только от их плотности. Это означает, что каждый член в сумме правой части (25) (например, i -й) зависит от одной переменной (n_i). Тогда решение для функции распределения $f(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_N)$ можно представить в виде произведения решений типа (12) для отдельных островков. Эта функция задает вероятность значения радиуса различных островков при заданном числе островков.

Рассмотрим ансамбль идентичных систем, в которых могут реализоваться состояния с различным числом

островков N . Вероятность реализации определенного состояния с заданным распределением числа частиц по островкам и с заданным числом островков N определяется функцией $f(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_N; N)$. Учитывая (12), после перехода от переменных n к переменным R для этой вероятности получим

$$f(\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_i, \dots, \bar{R}_i; N) \approx \exp \sum_{i=1}^N s_{isl}(\bar{R}_i, \tilde{c}_{isl}). \quad (26)$$

Интегрирование этого выражения по радиусу i -го островка в окрестности максимума функции распределения дает вероятность распределения по радиусам островков при наличии i -го островка. После интегрирования этого выражения по радиусам всех островков получим вероятность реализации состояния с островками N (или вероятность состояния с плотностью островков \tilde{c}_{isl})

$$F(\tilde{c}_{isl}) \approx \exp \left(S \tilde{c}_{isl} s_{isl}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl}) \right), \quad (27)$$

где \bar{R} — средний радиус островка.

$$s_{isl}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl}) = 2\pi \times \int_{\bar{R}_i}^{\bar{R}} \ln \left(\frac{2\tilde{c}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl})\nu_{fi} + \bar{R}G}{2\nu_{fi}c_{10} \exp(-(\varphi - \alpha/\bar{R})/T) + \bar{R}} \right) \bar{R}d\bar{R}. \quad (28)$$

Поскольку $s_{isl} > 0$, с ростом \tilde{c}_{isl} показатель экспоненты в формуле (27) сначала растет, так как состояние системы с островком является более вероятным, чем без островка, и вероятность реализации состояния увеличивается при росте числа островков. В то же время с ростом \tilde{c}_{isl} множитель $s_{isl}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl})$ в показателе (27) уменьшается, поскольку при увеличении плотности островков уменьшается плотность экситонов вне островков, и тогда вероятность образования островка уменьшается. Поэтому вероятность реализации состояния с плотностью \tilde{c}_{isl} имеет максимум при некотором значении плотности островков. Этот результат возникает из-за взаимодействия между островками через концентрационные поля экситонов, на которое указывалось ранее. Наиболее вероятная плотность островков конденсированных фаз определяется условием

$$\frac{\partial (c_{isl} s_{isl}(\bar{R}, \tilde{c}_{isl}))}{\partial \tilde{c}_{isl}} = 0. \quad (29)$$

Интенсивность излучения созданного конденсированной фазой I_T пропорциональна числу экситонов, находящихся в островках, т.е.

$$I_T \propto \pi \bar{R}^2 \tilde{c}_{isl}. \quad (30)$$

Выбирая интенсивность люминесценции в виде формулы (30), мы пренебрегаем возможным стимулированным излучением.

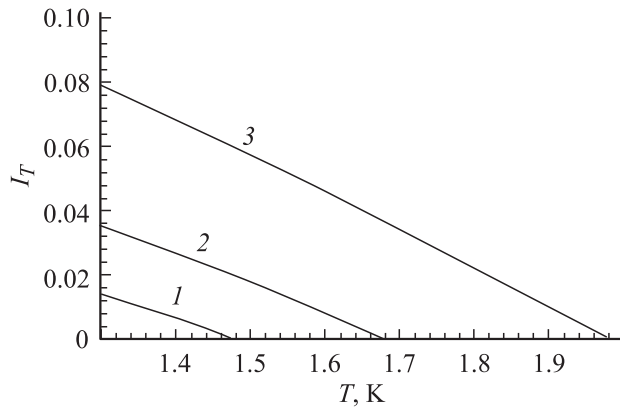


Рис. 4. Зависимость интенсивности излучения от температуры при различных накачках $\tilde{G} = 0.085$ (1), 0.11367 (2), 0.1644 (3). Параметры системы такие же, как на рис. 2.

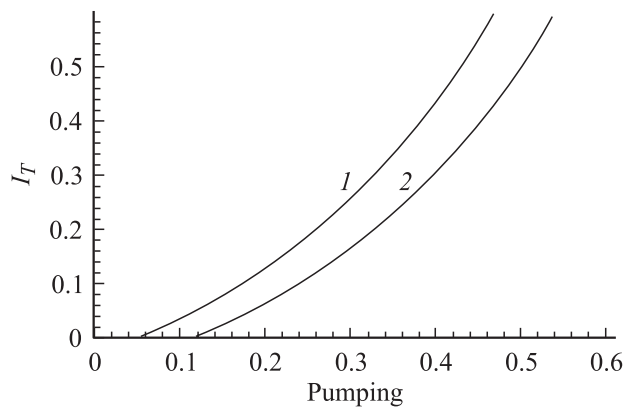


Рис. 5. Зависимость интенсивности излучения от накачки при различных температурах T : 1.2 (1), 1.7 (2). Параметры системы такие же, как на рис. 2.

По формулам (19), (29) были рассчитаны наиболее вероятные значения радиуса островков и их плотность, а затем по формуле (30) — зависимость интенсивности люминесценции от температуры. На рис. 4 представлены результаты расчетов температурной зависимости интенсивности излучения при различных значениях накачки. Зависимость описывается прямой линией, пересекающей ось абсцисс при значении температуры, при которой интенсивность излучения равна нулю для данной накачки, т.е. при температуре, для которой данная накачка является пороговой. Такое поведение интенсивности люминесценции совпадает с эмпирической формулой, полученной из анализа эксперимента в работах [5,13],

$$I_T \propto 1 - \frac{T}{T_c}. \quad (31)$$

Рис. 5 показывает найденную из (19), (29) и (30) зависимость интенсивности люминесценции от накачки при фиксированной температуре. При малых накачках она является сверхлинейной. Такое поведение люминесценции наблюдалось в [13]. При больших накачках на

эксперименте наблюдается насыщение в росте интенсивности. В наших расчетах насыщение не появляется, поскольку мы не учитывали нелинейные механизмы гибели экситонов, ведущие к уменьшению времени жизни экситона с накачкой. Также при выводе основных формул предполагалось, что расстояние между островками намного больше радиуса островков. При увеличении накачки это соотношение не выполняется.

Естественно, вклад в сверхлинейный рост интенсивности люминесценции при сильном возбуждении системы должно вносить стимулированное излучение. Для изучения вклада стимулированного излучения следует определить модель конденсированной фазы. Однако выполненные в настоящей работе исследования показывают, что существует также сверхлинейный рост интенсивности, не связанный с вынужденным излучением. Он объясняется тем, что рост конденсированной фазы происходит не только за счет увеличения накачки, но и за счет притока экситонов к островкам из окружающей их газовой фазы.

5. Обсуждение

Теория справедлива при малой концентрации островков конденсированной фазы. При больших концентрациях, когда радиус островков становится сравнимым с расстояниями между островками, следует учитывать корреляцию между состояниями отдельных островков. В этом случае возможно возникновение периодических структур. Для плотности экситонов в объемных материалах такие структуры изучались в [19,20] и с учетом флуктуаций в [21,22]. По нашему мнению [11], периодическое расположение фрагментов на кольце вне лазерного пятна, наблюдавшееся в [7], является примером такой структуры. Причина их появления — образование конденсированной фазы экситонов вследствие притяжения между ними и конечности их времени, ограничивающей размер конденсированной фазы.

Недавно другой механизм, приводящий к неустойчивости однородного распределения экситонов, был предложен в работе [23]. Неустойчивость связана с увеличением скорости релаксации экситонов, обусловленным бозевской статистикой экситонов. Ускорение релаксации может привести к накоплению экситонов на нижайшем уровне и к неустойчивости однородного распределения экситонов по отношению к образованию периодических структур. Однако предложенная в [23] модель дает более низкие значения температуры (и, соответственно, более высокие значения плотности экситонов), чем те, при которых наблюдается конденсация на эксперименте. Это отмечается в работе [23].

Сделаем еще одно замечание. Одним из подтверждений наличия релаксации, стимулированной бозевским характером статистики экситонов, в работе [23] является интерпретация экспериментов по кинетике экситонной

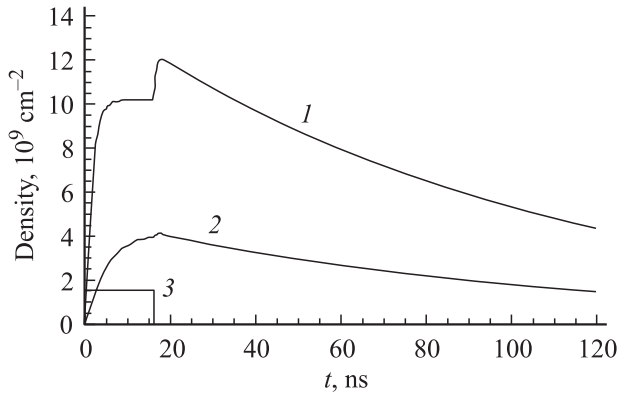


Рис. 6. Зависимость плотности непрямых экситонов от времени в кинетической модели, учитывающей Оже-процессы и определяемой системой уравнений (31)–(34) при следующих значениях параметров: $\tau_{ex} = 10^{-7}$ s, $\tau_d = 10^{-9}$ s, $\tau_{d,ind} = 6.7 \cdot 10^{-10}$ s, $\gamma_{e,h} = 10$ cm²s⁻¹, $\gamma_{e,d} = \gamma_{h,d} = \gamma_{e,ind} = \gamma_{h,ind} = 0.25$ cm²s⁻¹, $\gamma_{d,ind} = 0.025$ cm²s⁻¹. Длительность импульса равна 16 ns, форма импульса определяется кривой 3. Кривая 1 соответствует интенсивности накачки $1.5 \cdot 10^5$ cm⁻²s⁻¹, кривая 2 — интенсивности $1.5 \cdot 10^4$ cm⁻²s⁻¹.

люминесценции в двумерной системе при импульсном возбуждении лазером [24,25]. В работах [24,25] наблюдался резкий скачок интенсивности экситонной люминесценции, возникающий после окончания действия импульса. Затем интенсивность излучения падает со временем. Скачок наблюдался только при мощных импульсах. Этот скачок интерпретируется как результат индуцированной релаксации экситонов в состояние с $E = 0$, происходящей при понижении температуры после выключения импульса накачки, и связывается с бозевской статистикой экситонов. Если в работе [25] скачок наблюдается при температурах ниже температуры вырождения (при $T \geq 0.05$ K) и, как показали расчеты [25], может быть реализован, то наблюдаемый в [24] скачок интенсивности при температурах ($T < 15$ K), значительно больших температуры вырождения, трудно объяснить квантовой статистикой экситонов. Покажем, что этот эффект может быть объяснен различного типа Оже-процессами, происходящими в системе при большой мощности облучения.

После поглощения света кристаллом в системе происходит цепочка процессов, результатом которых является создание непрямых экситонов, излучение которых и наблюдается на эксперименте. Непрямые экситоны, возникающие в результате процесса, последнего в цепочке их создания, могут исчезать вследствие Оже-процессов при столкновении с частицами (квазичастицами), участвующими в предшествующих процессах этой цепочки и непосредственно создаваемыми светом. После выключения света эти частицы исчезают значительно быстрее, чем частицы, участвующие в создании непрямых экситонов непосредственно. Таким образом, после выключения импульса время жизни экситонов увеличивается, а их

источник некоторое время остается прежним. Поэтому наблюдается скачок плотности экситонов и, следовательно, люминесценции. Можно привести несколько цепочек процессов, для которых возможно появление скачка излучения при выключении импульса света. Перечислим некоторые из них. А) Непрямые экситоны создаются релаксацией прямых экситонов, а прямые экситоны возникают при рекомбинации электронов и дырок, создаваемых светом. В) Непрямые экситоны рождаются непосредственно при рекомбинации электронов и дырок в яме и могут рекомбинировать с прямыми экситонами в яме и носителями вне ямы, которые непосредственно создаются светом. С) В системе после возбуждения светом происходит быстрое связывание носителей в экситоны уже вне ямы; экситоны захватываются ямой сначала в виде прямых экситонов, а затем релаксируют в непрямые; непрямые экситоны могут рекомбинировать с экситонами вне ямы. Д) Наконец, экситоны могут разрушаться светом непосредственно с переходом электрона и дырки в состояние с большими волновыми векторами и в более высокие зоны. Для примера рассмотрим цепочку, описываемую случаем А,

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = G(t) - \gamma_{e,h} n_e n_h - \gamma_{e,d} n_e n_d - \gamma_{e,ind} n_e n_{ind}, \quad (32)$$

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = G(t) - \gamma_{e,h} n_e n_h - \gamma_{h,d} n_h n_d - \gamma_{h,ind} n_h n_{ind}, \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_d}{\partial t} = & \gamma_{e,h} n_e n_h - \gamma_{e,d} n_e n_d - \gamma_{h,d} n_h n_d \\ & - n_d (1/\tau_d + 1/\tau_{d,ind}) - \gamma_{d,ind} n_d n_{ind}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{ind}}{\partial t} = & n_d / \tau_{d,ind} - \gamma_{e,ind} n_e n_{ind} - \gamma_{h,ind} n_h n_{ind} \\ & - n_{ind} / \tau_{ex} - \gamma_{d,ind} n_d n_{ind}, \end{aligned} \quad (35)$$

где n_e , n_h , n_d , n_{ind} — концентрации электронов, дырок, прямых и непрямых экситонов соответственно; $\gamma_{i,j}$ — вероятность рекомбинации частиц типа i и j ; τ_d — время жизни прямых экситонов; $\tau_{d,ind}$ — время релаксации прямого экситона в непрямой.

На рис. 6 представлена зависимость плотности экситонов от времени при разной мощности накачек $G(t)$, имеющих вид прямоугольного импульса. Видно наличие скачка в плотности экситонов после выключения накачки при больших мощностях накачки. Автором рассмотрена также кинетика для всех перечисленных выше цепочек рождения непрямых экситонов (А, В, С, D), и во всех случаях при определенных параметрах появляется скачок плотности экситонов при больших мощностях облучения. Ввиду разнообразия возможных процессов и отсутствия данных о многих параметрах, зависимости каналов процессов от системы и способа облучения (в частности, частоты фотона) невозможно описать систему детально. Однако тот факт, что скачок плотности появляется при многих каналах создания непрямых экситонов, реализуется для широкой области изменения

параметров, а также тот факт, что скачок экспериментально наблюдался в [24] до температур порядка 15 К, когда экситонный газ явно невырожден, свидетельствует о том, что он может быть обусловлен Оже-процессами в системе экситонов, а не ускорением релаксационных процессов, стимулированным квантовым характером статистики экситонов.

6. Заключение

В работе представлены расчеты зависимости интенсивности излучения непрямых экситонов высокой плотности в двойных квантовых ямах от температуры и интенсивности накачки в модели, в которой конденсированная фаза состоит из отдельных островков. Конденсированная фаза характеризуется несколькими параметрами — энергией конденсации на один экситон, поверхностной энергией и плотностью экситонов в конденсированной фазе. Полученные зависимости качественно совпадают с соответствующими зависимостями, наблюдаемыми на эксперименте. Представленная теория не предполагает появления бозе-эйнштейновской конденсации экситонов, хотя статистика Бозе для экситонов внутри островка может играть роль при формировании величин указанных выше параметров островка конденсированной фазы, входящих в теорию. Также статистика Бозе может быть важна для объяснения сильного сужения полос излучения света из конденсированной фазы.

Список литературы

- [1] S.A. Moskalenko, D.W. Snoke. Bose-Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons. Cambridge University Press, Cambridge, England (2000).
- [2] Л.В. Келдыш. Тр. IX Междунар. конф. по физике полупроводников. Наука, М. (1969). Т. 2. 1364 с.
- [3] Т. Райс, Дж. Хенсен, Е. Филипс, Г. Томас. Электронно-дырочная жидкость в полупроводниках. Мир, М. (1980).
- [4] K.F. O'Hara, J.P. Wolfe. Phys. Rev. B **62**, 12 909 (2000).
- [5] А.В. Ларионов, В.Б. Тимофеев, П.А. Ни, С.В. Дубонос, И. Хвам, К. Соеренсен. Письма в ЖЭТФ **75**, 689 (2002).
- [6] А.А. Дремин, А.В. Ларионов, В.Б. Тимофеев. ФТТ **46**, 168 (2004).
- [7] L.V. Butov, A.C. Gossard, D.S. Chemla. Nature **418**, 751 (2002).
- [8] D. Snoke, S. Donev, Y. Liu, L. Pfeiffer, K. West. Nature **418**, 754 (2002).
- [9] L.V. Butov, L.S. Levitov, A.V. Mintsev, B.D. Simons, A.C. Gossard, D.S. Chemla. Phys. Rev. Lett. **92**, 117 404 (2004).
- [10] R. Rapaport, Chen Yang, D. Snoke, H. Simon Steven, Loren Pfeiffer, Ken West, Y. Liu, S. Denev. Phys. Rev. Lett. **92**, 117 405 (2004).
- [11] V.I. Sugakov. Solid State Commun. **134**, 63 (2005).
- [12] В.И. Сугаков. ФТТ **46**, 1455 (2004).
- [13] В.Б. Тимофеев. УФН **125**, 315 (2005).
- [14] Е.Ю. Лозовик, О.Л. Берман. ЖЭТФ **111**, 1879 (1997).

- [15] V.I. Sugakov, G.V. Vertsimakha. J. Phys. Condens. Matter **13**, 5635 (2001).
- [16] R.N. Silver. Phys. Rev. B **11**, 1569 (1975).
- [17] R.M. Westervelt. Phys. Stat. Sol. (b) **74**, 727 (1976).
- [18] В.С. Багаев, Н.В. Замковец, Л.В. Келдыш, Н.Н. Сибельдин, В.А. Цветков. ЖЭТФ **70**, 1501 (1976).
- [19] В.И. Сугаков. ФТТ **21**, 562 (1986).
- [20] V.I. Sugakov. Phase Transition **75**, 953 (2002).
- [21] V.I. Sugakov. Solid State Commun. **106**, 705 (1998).
- [22] A. Ishikawa, T. Ogawa, V. Sugakov. Phys. Rev. B **64**, 144 301 (2001).
- [23] L.S. Levitov, B.D. Simons, L.V. Butov. Phys. Rev. Lett. **94**, 176 404 (2005).
- [24] L.V. Butov, A. Imagoglu, A.V. Mintsev, K.L. Campman, A.C. Gossard. Phys. Rev. B **59**, 1625 (1999).
- [25] L.V. Butov, A.L. Ivanov, A. Imagoglu, R.B. Littlewood, A.A. Shashkin, V.T. Dolgoplov, K.L. Campman, A.C. Gossard. Phys. Rev. Lett. **86**, 5608 (2005).