04;09

Потенциальные волны поверхностного типа на границе металла с неоднородной средой

© Н.А. Азаренков, В.К. Галайдыч, В.П. Олефир

Харьковский государственный университет,
310077 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 14 февраля 1997 г. В окончательной редакции 6 апреля 1998 г.)

Изучаются потенциальные волны поверхностного типа, распространяющиеся вдоль границы металла с неоднородной по плотности плазмой при учете теплового движения электронов. Получены и решены дисперсионные уравнения для этих волн для линейного профиля плотности плазмы. Исследуется влияние неоднородности плотности плазмы на дисперсионные свойства волн. Рассмотрены случаи как отрицательного, так и положительного градиентов.

В настоящее время интенсивно исследуются структуры, образованные плазмой и металлической поверхностью [1–3]. Интерес этот обусловлен большими возможностями применения таких структур. Они часто имеют место в различных плазменно-технологических, в термоядерных установках (лимитер, дивертор), при зондовой диагностике плазмы, при исследовании свойств антенны в плазме, в устройствах полупроводниковой электроники. В таких структурах могут распространяться волны поверхностного типа (ВПТ) [1]. Исследование ВПТ началось с теоретических [4–6] и экспериментальной [7] работ. В этих работах исследовались ВПТ на границе магнитоактивной плазмы полупроводников с металлом. Однако, как показано в работах [8,9], ВПТ могут существовать и на границе металла со свободной плазмой, если в последней учтено тепловое движение электронов. Во всех этих работах рассматривалось, как правило, приближение однородной плазмы. Однако предположение об однородности плазмы, граничащей с металлической поверхностью, не всегда обосновано. Как правило, в реальных условиях плазма неоднородна [1].

В данной работе рассматриваются поверхностные волны на границе металла с неоднородной свободной плазмой с учетом теплового движения электронов. Как известно [1], в отличие от объемных волн в неоднородной плазме, частота которых есть решение локального дисперсионного уравнения $\omega = \omega(\mathbf{k}, x)$, частота поверхностных волн является интегральной функцией плотности и не зависит от координат.

Рассмотрим свободную (внешнее магнитное поле отсутствует) плазму, занимающую полупространство $x > 0$ и граничащую с металлической поверхностью в плоскости $x=0$. Система уравнений, описывающих электромагнитное поле рассматриваемой поверхностной волны в плазме, состоит из уравнений Максвелла и уравнений квазигидродинамики с учетом газокинетического давления [1]

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\sum_{\alpha}\mathbf{j}_{\alpha},$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_{\alpha}}{\partial t} = \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}}\mathbf{E} - \frac{\nabla p_{\alpha}}{n_{\alpha} m_{\alpha}}, \quad \frac{\partial n_{\alpha}}{\partial t} + \operatorname{div}(n_{\alpha}\mathbf{v}_{\alpha}) = 0,$$
$$\mathbf{j}_{\alpha} = e_{\alpha} n_{\alpha}\mathbf{v}_{\alpha}; \qquad p_{\alpha} = n_{\alpha} T_{\alpha}, \tag{1}$$

где e_{α}, m_{α}, p_{α}, n_{α}, T_{α}, $\mathbf{v}_{\alpha}$ — заряд, масса, газокинетическое давление, плотность, температура и гидродинамическая скорость частиц сорта $\alpha(\alpha = e, i)$.

Решения системы уравнений (1) на границе раздела должны удовлетворять граничным условиям. Частоты интересующих нас волновых возмущений в плазме значительно меньше собственных частот возмущений в металле, и поэтому условие непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля превращается в квазистатическое граничное условие $\mathbf{E}_{\tau}^{pl}(x = 0) = 0$ [10]. Учет теплового движения электронов плазмы повышает порядок дифференциального уравнения, описывающего пространственное распределение электромагнитного поля. Поэтому возникает необходимость в дополнительном граничном условии. Выберем часто применяемое кинематическое условие: равенство нулю нормальной компоненты гидродинамической скорости электронов [11], соответствующее зеркальному отражению частиц от границы плазмы.

Будем полагать, что невозмущенная плотность плазмы изменяется вдоль нормали к границе раздела $n_0 = n_0(x)$ и в ней вдоль оси Z распространяется E-волна. Зависимость компонент этой волны от координат и времени имеет вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(x)\exp[i(k_3 z - \omega t)],$$

т. е. рассматриваются бегущие вдоль границы раздела ВПТ. Пренебрегая столкновениями электронов плазмы и считая металл идеально проводящим, будем рассматривать незатухающие волны. Без учета движения ионов из (1) получаем систему уравнений для компонент электрического поля E_X, E_Z

$$\beta_T^2 \frac{d^2E_X}{dx^2} - \frac{\beta_T^2}{n_0(x)} \frac{dn_0(x)}{dx} \frac{dE_X}{dx} - (k_3^2 - k^2\varepsilon)E_X$$
$$= ik_3 \left[\left(1 - \beta_T^2\right) \frac{dE_Z}{dx} + \frac{\beta_T^2}{n_0(x)} \frac{dn_0(x)}{dx} \frac{dE_Z}{dx} \right],$$

$$\frac{d^2E_Z}{dx^2} + \left(k_3^2 - k^2\varepsilon\right) E_Z = ik_3 \left(1 - \beta_T^2\right) \frac{dE_X}{dx}, \qquad (2)$$

где $\beta_T = v_{Te}/c$, v_{Te} — тепловая скорость электронов плазмы, c — скорость света, $\varepsilon(x) = 1 - (\Omega_e(x)/\omega)^2$ ($\Omega_e(x) = \sqrt{4\pi e^2 n_0(x)/m_e}$ — электронная плазменная частота).

Магнитное поле волны выражается через E_X, E_Z из следующего уравнения

$$ikH_Y = ik_3E_X - \frac{dE_Z}{dx}. \qquad (3)$$

Если профиль плотности плазмы $n_0(x)$ таков, что не существует точки $x = x_0$, в которой диэлектрическая проницаемость неоднородной плазмы $\varepsilon(x)$ не обращается в нуль, то решение системы уравнений (2) можно искать в виде [12]

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^t + \mathbf{E}^l. \qquad (4)$$

При этом единый волновой процесс в исследуемой системе характеризуется частотой ω и волновым числом $\mathbf{k}_3$, но представляет собой суперпозицию двух волн: собственно электромагнитной поляризационной $\mathbf{E}^t$ и волны, связанной с тепловым движением электронов $\mathbf{E}^l$ (волны пространственного заряда). Эти волны имеют различные глубины проникновения вдоль нормали к металлической поверхности. Как показано в работе [8], для глубин проникновения $\mathbf{E}^t$ и $\mathbf{E}^l$ справедливо соотношение $q_1^{-1} \gg q_2^{-1}$ (q_1^{-1} — глубина проникновения $\mathbf{E}^t$, q_2^{-1} — $\mathbf{E}^l$ соответственно)

$$q_1 = \sqrt{k_3^2 - k^2\varepsilon}, \qquad q_2 = \sqrt{k_3^2 - k^2\varepsilon/\beta_T^2}. \qquad (5)$$

Если неоднородность плотности такова, что выполняются соотношения

$$a \geqslant q_1^{-1}, \qquad a \gg q_2^{-1} \qquad (6)$$

($a = n_0|dn_0/dx|^{-1}$ — параметр неоднородности), то для волны пространственного заряда неоднородность можно считать несущественной, а для поляризационной составляющей поля ВПТ — существенной. Влиянием теплового движения электронов на поляризационную $\mathbf{E}^t$ составляющую можно пренебречь. Поэтому при определении поля $\mathbf{E}^t$ можно положить $\beta_T = 0$. Рассматривать будем волны, для которых $k_3^2 \gg |k^2\varepsilon|$. При выполнении этого условия рассматриваемые ВПТ потенциальны [8].

Система уравнений, описывающих компоненты электрического поля поперечной t и продольной l составляющих, имеет тогда следующий вид:

$$\frac{d^2E_Z^t}{dx^2} + \frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{d\varepsilon(x)}{dx} \frac{dE_Z^t}{dx} - k_3^2E_Z^t = 0, \quad E_X^t = \frac{i}{k_3} \frac{dE_Z^t}{dx}, \quad (7)$$

$$\frac{d^2E_Z^l}{dx^2} - q_2^2E_Z^l = 0, \qquad ik_3E_X^l = dE_Z^l/dx. \qquad (8)$$

Уравнение (7) для E_Z^t в общем случае для произвольного закона $\varepsilon(x)$ решить не удается. Но для некоторых частных случаев возможно построить точные решения уравнения (7).

Рассмотрим линейный профиль плотности плазмы с отрицательным градиентом $n_0(x) = n_0(1 - x/a)$. Для такого закона изменения решения уравнения (7) можно выразить через модифицированную функцию Бесселя нулевого порядка [13]

$$E_Z^t = B \cdot I_0(k_3\xi), \quad \xi = a\frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon(0) - 1} - x. \qquad (9)$$

Другие компоненты поля этой волны выражаются через модифицированную функцию Бесселя первого порядка

$$E_X^t = -iB \cdot I_1(k_3\xi), \qquad H_Y^t = -i\frac{k\varepsilon}{k_3}B \cdot I_1(k_3\xi). \qquad (10)$$

Дисперсионное уравнение для поверхностной волны получим из условия равенства нулю тангенциальной компоненты результирующего электрического поля $\mathbf{E}$ на границе металла с плазмой и кинематического граничного условия. Оно приводится к такому виду:

$$1 - \frac{\Omega_e^2(0)}{\omega^2} \frac{k_3}{q_2} \frac{I_1(k_3\xi(0))}{I_0(k_3\xi(0))} = 0. \qquad (11)$$

Если неоднородность плотности слабая $k_3a \gg 1$, то уравнение (10) можно упростить и получить следующее решение:

$$k_3 = k_{30} \left\{ 1 + \frac{[1 - \varepsilon(0)]^3}{2\varepsilon^2(0)[2 - \varepsilon(0)]k_{30}a} \right\}, \qquad (12)$$

$k_{30} = \omega^2/v_{Te}\Omega_e(0)$ — решение дисперсионного уравнения для ВПТ на границе однородной плазмы с металлом. Для низкочастотной области ($\omega^2 \ll \Omega_e^2(0)$) имеем

$$k_3 = k_{30} \left[1 + \frac{1}{2k_{30}a} \right]. \qquad (13)$$

Рассмотрим теперь линейный профиль плотности плазмы с положительным градиентом $n_0(x) = n_0(1 + x/a)$. С помощью другой замены переменной

$$\zeta = a\frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon(0) - 1} + x \qquad (14)$$

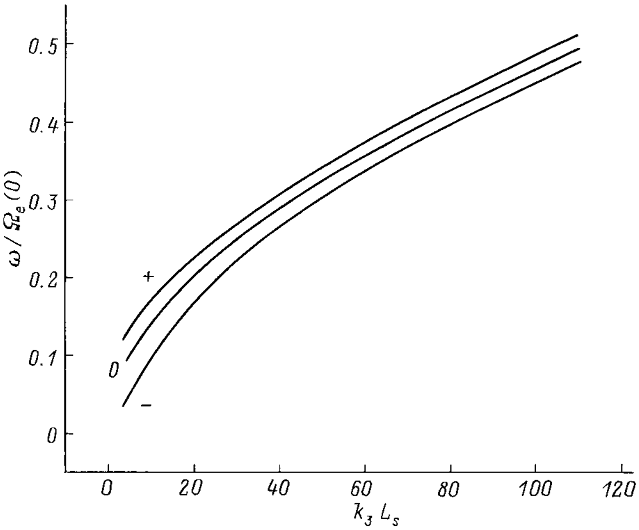

Рис. 1. Зависимость частоты волны поверхностного типа от волнового числа для различных профилей плотности плазмы: $+$ — для возрастающей внутрь плазмы плотности, $-$ — для уменьшающейся плотности, 0 — для случая однородной плазмы; $a/L_s = 0.5$, $v_{\mathrm{Te}}/c = 0.002$.

получаем решение уравнения (7) в виде функции Макдональда нулевого порядка [13]

$$E_Z^t = C \cdot K_0(k_3\zeta). \tag{15}$$

Остальные компоненты волны выражаются через функцию Макдональда первого порядка

$$E_X^t = -iC \cdot K_1(k_3\zeta), \quad H_Y^t = -i\frac{k\varepsilon}{k_3}C \cdot K_1(k_3\zeta). \tag{16}$$

Для ВПТ в этом случае получаем дисперсионное уравнение

$$1 - \frac{\Omega_e^2(0)}{\omega^2}\,\frac{k_3}{q_2}\,\frac{K_1(k_3\zeta(0))}{K_0(k_3\zeta(0))} = 0. \tag{17}$$

Это уравнение также допускает упрощение для случая слабой неоднородности $k_3 a \gg 1$. В результате имеем следующее выражение для волнового вектора ВПТ:

$$k_3 = k_{30}\left\{1 - \frac{[1-\varepsilon(0)]^3}{2\varepsilon^2(0)[2-\varepsilon(0)]k_{30}a}\right\}. \tag{18}$$

Для области низких частот $(\omega^2 \ll \Omega_e^2(0))$ получаем

$$k_3 = k_{30}\left[1 - \frac{1}{2k_{30}a}\right]. \tag{19}$$

В случае произвольной неоднородности плотности решения уравнений (11) и (17) находим численно. На рис. 1 представлены результаты такого счета. В качестве естественной в данном случае единицы длины для нормировки нами выбрана глубина скин-слоя $L_s = c/\Omega_e(0)$. Нетрудно видеть, что частота волны поверхностного типа для профиля $n_0(x) = n_0(1 - x/a)$ с отрицательным градиентом всегда меньше, а для профиля $n_0(x) = n_0(1 + x/a)$ с положительным градиентом всегда больше соответствующей частоты для случая однородной плазмы. Рис. 2 иллюстрирует изменение зависимости фазовой скорости волны от ее частоты при различных градиентах неоднородности. Такой характер

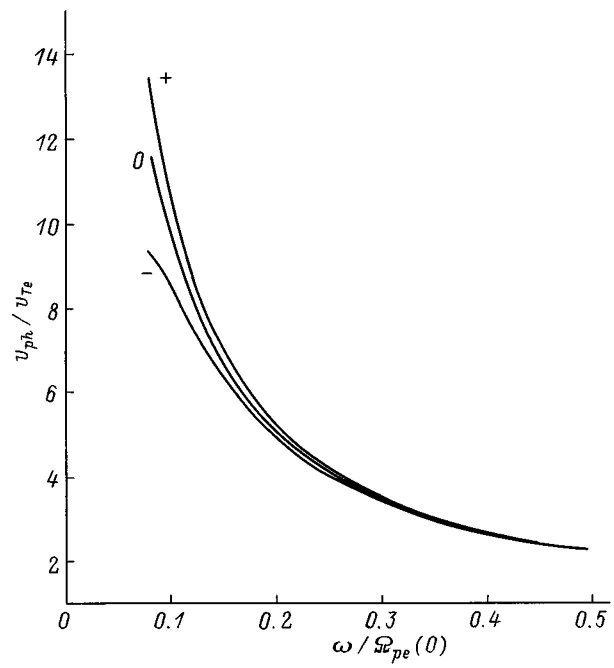

Рис. 2. Зависимость фазовой скорости волны поверхностного типа от частоты. Обозначения те же, что и на рис. 1; $k_3/L_s = 2$, $v_{\mathrm{Te}}/c = 0.002$.

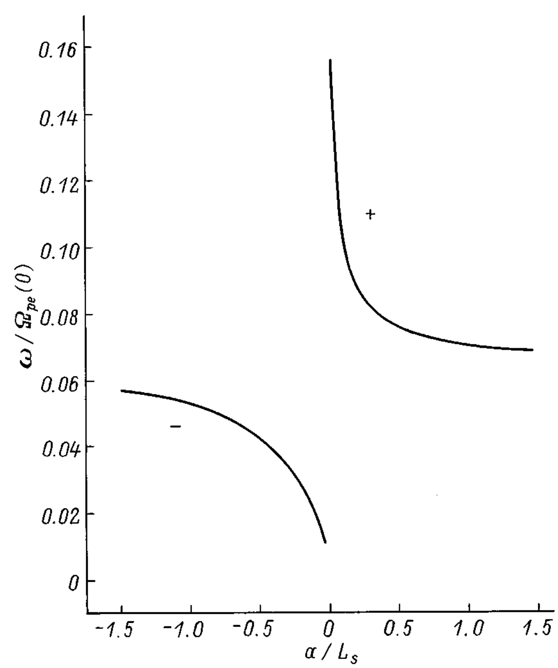

Рис. 3. Зависимость частоты волны от параметра неоднородности: $+$, $-$ — то же, что и на рис. 1; $k_3/L_s = 2$, $v_{\mathrm{Te}}/c = 0.002$.

изменения зависимостей находится в соответствии с дисперсией волны в однородной плазме, когда возрастание плотности плазмы приводит к уменьшению волнового числа и увеличению фазовой скорости волны. На рис. 3 приведена зависимость частоты волны от параметра неоднородности a. Малым значениям $a \to 0$ соответствует резкая неоднородность, и для таких случаев необходимо контролировать выполнение исходных предположений. Большие значения $a \to \pm\infty$ соответствуют однородной среде, поэтому у кривых имеется общий предел, равный частоте ВПТ в однородной плазме.

Таким образом, в данной работе установлено, что вдоль границы металла с неоднородной плазмой при учете теплового движения электронов плазмы могут распространяться потенциальные волны поверхностного типа. Получены и решены дисперсионные уравнения для таких волн. Рассмотрены случаи отрицательного и положительного градиентов плотности плазмы.

Дисперсионные кривые для поверхностных волн на границе металл–неоднородная плазма качественно не отличаются от аналогичных кривых для случая, когда металл граничит с однородной плазмой. График зависимости собственной частоты поверхностной волны от ее волнового вектора для плазмы с положительным (отрицательным) градиентом плотности смещен влево (вправо) вдоль оси абсцисс.

Полученные результаты показывают, что неоднородность плотности плазмы влияет на характеристики поверхностной волны интегрально.

Список литературы

[1] *Кондратенко А.Н.* Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1985. 232 с.

[2] *Белецкий Н.Н., Светличный В.М., Халамейда Д.Д., Яковенко В.М.* Электромагнитные явления СВЧ диапазона в неоднородных структурах. Киев: Наукова думка, 1991. 216 с.

[3] *Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н., Остриков К.Н.* // Изв. вузов. Радиофизика, 1993. Т. 36. Вып. 5. С. 335–390.

[4] *Seshadri S.R.* // IRE Trans. MTT. 1962. Vol. MTT-10. N 6. P. 573–578.

[5] *Hirota R.J.* // J. Phys. Soc. Jap. 1964. Vol. 19. N 7. P. 1130–1134.

[6] *Hirota R.J., Suzuki K.* // Ibid. 1966. Vol. 21. N 6. P. 1112–1118.

[7] *Toda M.J.* // Ibid. 1964. Vol. 19. N 7. P. 1126–1130.

[8] *Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н.* // Укр. физ. журн. 1985. Т. 30. № 5. С. 718–725.

[9] *Азаренков Н.А.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 6. С. 1165–1167.

[10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.

[11] *Кондратенко А.Н.* Плазменные волноводы. М.: Атомиздат, 1976. 232 с.

[12] *Пилия А.Д., Федоров В.И.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. Вып. 4(10). С. 1198–1209.

[13] *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976. 576 с.