10;12

Возмущенный машинный фазовый эллипс и трек частиц в линейных ускорителях на сверхвысокие энергии

© В.М. Цаканов

Ереванский физический институт,
375036 Ереван, Армения

(Поступило в Редакцию 4 марта 1998 г.)

Исследуется влияние неточностей установки квадрупольных линз на уширение поперечного эмиттанса пучка. Исследование проведено для двух конкретных проектов линейных коллайдеров, теплого и сверхпроводящего, на энергию 500 GeV. Аналитическое предсказание сравнивается с результатами численных расчетов по усреднению эффектов уширения эмиттанса пучка для различных наборов случайных отклонений линз от оси ускорителя.

Сохранение естественного эмиттанса электронного пучка в линейных коллайдерах на энергии $0.5-1$ TeV требует скрупулезного изучения поведения пучка вдоль основного ускорителя с учетом всех допусков к магнитным и ускоряющим элементам. Для численного моделирования динамики пучка разработан и продолжает усовершенствоваться ряд программ для трека частиц в основном ускорителе [1–3] с учетом всего комплекса вопросов, связанных с уширением поперечного эмиттанса электронного пучка [4]. Причем необходимо отметить, что увеличение нормализованного эмиттанса пучка в основном ускорителе не должно превосходить нескольких процентов по сравнению с естественным нормализованным эмиттансом пучка.

Основные эффекты уширения пучка связаны с возмущением центральной траектории, вызванным неточностью установки квадрупольных линз вдоль ускорителя. Причем даже при допусках порядка $100\,\mu$m на смещение линз относительно оси возмущенная траектория может превосходить размеры пучка на несколько порядков, приводя к поперечной неустойчивости пучка за счет возбуждения поперечных мод в ускоряющих секциях [5]. Единственный путь учета неточности установок квадрупольных линз вдоль ускорителя — задание отклонений линз относительно оси в виде случайного набора некоррелированных смещений со среднеквадратичным значением точности юстировки. Однако возмущенная центральная траектория пучка для двух разных наборов может различаться на порядки, для чего необходимо проводить усреднение эффектов уширения эмиттанса пучка по большому числу наборов отклонений линз от оси. Возникает важный вопрос, каков критерий достоверности результатов трека частиц по отношению к числу усреднений. Обычно результаты трека частиц ограничиваются усреднением по $20-30$ наборам случайных отклонений центра линз от оси. Дело в том, что для основного ускорителя до энергий порядка 50 GeV среднеквадратичные размеры пучка мало изменяются при дальнейшем увеличении числа усреднений. Однако, как это показано ниже, это не может служить гарантией достоверности результатов при более высоких энергиях ускорителя, так как не учитывает увеличение числа линз и накопление ошибок усреднения.

В предлагаемой работе вводится среднеквадратичный возмущенный фазовый эллипс поперечных колебаний центра тяжести пучка, вызванных неточностью установки квадрупольных линз вдоль ускорителя. Площадь фазового эллипса аналитически выражается через параметры ускорителя. Тогда совпадение численного результата трека частиц с аналитическим и будет критерием достоверности результатов трека частиц вдоль всего ускорителя. Возмущенный фазовый эллипс определяется фокусирующей системой вдоль ускорителя, темпом ускорения частиц и является важной характеристикой ускорителя с точки зрения допусков на элементы ускорителя. Кроме того, знание возмущенного фазового эллипса позволяет оптимизировать фокусирующую систему и выбрать стратегию коррекции возмущенной орбиты. Мы приведем результаты исследования для теплого (SBLC, частота ВЧ системы 3 GHz) и сверхпроводящего (TESLA, частота ВЧ системы 1 GHz) проектов линейных коллайдеров на энергии 500 GeV [6]. Уравнение, описывающее центральную траекторию пучка с учетом случайных отклонений квадрупольных линз от оси вдоль ускорителя, имеет вид

$$\frac{1}{\Gamma(z)}\frac{d}{dz}\Gamma(z)\frac{d}{dz}x(z) - K_x(z)\left[x(z) - x_{qk}\right] = 0, \qquad (1)$$

где z, x — продольная и поперечная координаты; x_{qk} — случайные смещения линз от оси, K_x — сила квадрупольных линз, Γ — лоренц-фактор равновесной частицы вдоль ускорителя.

Частное решение уравнения движения, соответствующее возмущенной центральной траектории пучка, можно представить в виде

$$x_c(z) = \sqrt{\frac{\beta(z)}{\Gamma(z)}}\sum_k K_k L_{qk} x_k \sqrt{\beta_k \Gamma_k}\,\sin\left[\phi(z) - \phi(z_k)\right], \quad (2)$$

где $\beta(z)$, $\phi(z)$ — текущие значения амлитудной функции и фазы поперечных бетатронных колебаний, L_q — длина квадрупольной линзы, величины с индексом k соответствуют их значениям в k-м квадруполе.

Мы предполагаем, что случайные отклонения линз от оси не коррелированы друг с другом и, следовательно, перекрестные члены не дают вклада в среднеквадратичное смещение центральной траектории ($\langle x_k x_l \rangle = 0$ при $k \neq l$)

$$\langle x_c^2 \rangle = \langle x_q^2 \rangle \frac{\beta(z)}{\Gamma(z)} \sum_k K_k^2 L_{qk}^2 \beta_k \Gamma_k \sin^2 \left[\phi(z) - \phi(z_k) \right], \quad (3)$$

где $\langle x_q^2 \rangle^{1/2}$ — среднеквадратичное смещение центров линз относительно оси.

На этой стадии мы можем ввести аналогично свободным бетатронным колебаниям частиц среднеквадратичный возмущенный текущий фазовый эллипс пучка

$$\gamma \langle x_c^2 \rangle + 2\alpha \langle x_c x_c' \rangle + \beta \langle x'^2_2 \rangle = A^2, \quad (4)$$

где площадь эллипса (деленная на π) есть

$$A^2 = \frac{\langle x_q^2 \rangle}{\Gamma(z)} \sum_k K_k^2 L_{qk}^2 \beta_k \Gamma_k, \quad (5)$$

а α, β, γ — параметры матрицы Твиса.

Мы будем предполагать, что фокусирующая система ускорителя, как обычно, представляет собой симметричную ФОДО структуру (Ф — фокусирующая линза, D — дефокусирующая линза, 0 — свободный промежуток), включающую ускоряющие секции. Тогда, заменив суммирование по линзам на суммирование по ячейкам периодичности и использовав соотношения для симметричной ФОДО структуры

$$\beta_{\max} + \beta_{\min} = \frac{2L_c}{\sin \mu}, \quad KL_q L_c = 4 \sin \frac{\mu}{2}, \quad (6)$$

мы получим

$$A^2 = 16 \frac{\langle x_c^2 \rangle}{L_c \Gamma(z)} \sum_n \Gamma_n \operatorname{tg} \frac{\mu_n}{2}, \quad (7)$$

где μ_n — набег фазы бетатронных колебаний в n-й ячейке, L_c — длина ФОДО ячейки.

Для большого числа ячеек и сравнительно малого прироста энергии за одну ячейку мы можем перейти от суммирования по ячейкам к интегралу по энергии, что в частном случае постоянного набега фазы дает следующее аналитическое выражение для площади возмущенного фазового эллипса:

$$A^2 = 8 \frac{\langle x_q^2 \rangle}{L_c^2} \frac{E_0}{\Delta E} \operatorname{tg} \frac{\mu}{2} \frac{E_0}{E(z)} \left[\left(\frac{E(z)}{E_0} \right)^2 - 1 \right], \quad (8)$$

где E_0, $E(z)$ — начальная и текущая равновесная энергия пучка, ΔE — прирост энергии на единицу длины.

Среднеквадратичное смещение линз связано с допуском a_q соотношением $a_q^2 = 3\langle x_q^2 \rangle$. Сразу можно заметить, что общепринятый набег фазы на период, равный $\pi/2$ [4], является далеко не оптимальным выбором с точки зрения возмущенной центральной траектории пучка и с учетом амплитуды свободных бетатронных колебаний, определяемой бета функцией, можно уменьшить до значений порядка $\pi/6$, оставляя максимальную амплитуду свободных бетатронных колебаний практически неизменной. В таблице приведены основные параметры теплого (SBLC) и сверхпроводящего (TESLA) проектов линейных коллайдеров [6].

Ускоритель	Длина ячейки L_c, m	Прирост энергии ΔE, eV/m	Набег фазы μ	Смещение линз a_q, μm
SBLC	12	17	$\pi/2$	100
TESLA	48	25	$\pi/3$	500

Сверхпроводящий вариант ускорителя на частоту $\sim$ 1 GHz отличается сравнительно большой апертурой пучкопровода, поперечные кильватерные отклоняющие поля которого значительно меньше, чем для теплого варианта на частоте $\sim$ 3 GHz при тех же параметрах ускоряемого пучка. Это позволяет иметь 4 (вместо 2) ускоряющих модуля на период ФОДО фокусирующей системы, существенно уменьшая возмущенный фазовый эллипс и, как следствие, ослабляя допуски на неточность установки квадрупольных линз.

На рис. 1 и 2 приведены изменение площади среднеквадратичного возмущенного фазового эллипса теплого и сверхпроводящего вариантов ускорителя для 25, 50 и 100 наборов случайных равновероятных отклонений линз от оси и аналитическое предсказание. Как мы видим, результаты трека частиц хорошо согласуются с аналитическим при проведении усреднения среднеквадратичной возмущенной траектории по 100 и более наборам смещений линз. Заметим также, что даже при усреднении по 50 наборам отклонений среднеквадратичный фазовый эллипс значительно расходится с реальным при энергиях электронов более 100 GeV для теплого варианта и 250 GeV для сверхпроводящего, что необходимо иметь в виду при интерпретации результатов трека частиц для определения среднеквадратичного уширения эмиттанса пучка на выходе из ускорителя. Если к этому добавить еще, что далее следует система наведения и конечной фокусировки частиц в точке столкновения ускоренных пучков, мы увидим, как важно иметь точное представление центральной траектории и среднеквадратичного эмиттанса пучка на выходе из ускорителя.

Мы вывели простую аналитическую формулу, описывающую возмущенный среднеквадратичный фазовый эллипс в линейных ускорителях на высокие энергии. Площадь эллипса может служить мерилом точности проведения трека частиц вдоль ускорителя при определении среднеквадратичных параметров пучка. Кроме того, возмущенный фазовый эллипс является важной характеристикой ускорителя как с точки зрения допусков на установку квадрупольных линз, так и с точки зрения оптимизации фокусирующей системы в целом.

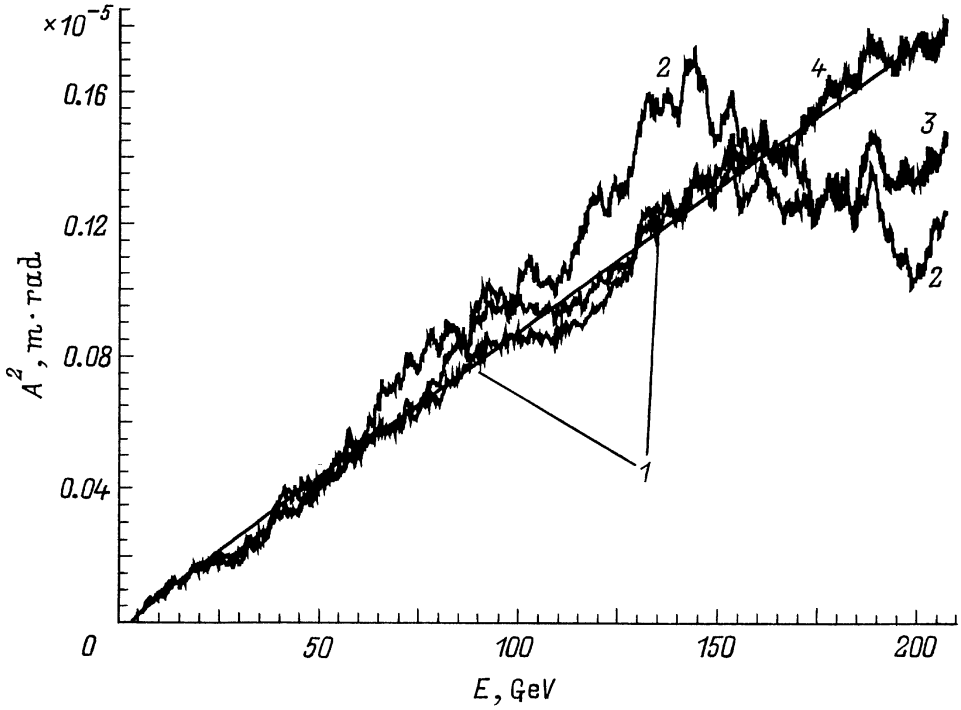

Рис. 1. Эволюция площади среднеквадратичного возмущенного фазового эллипса вдоль основного линейного ускорителя SBLC с допуском на установку квадрупольных линз 100 μm: *1* — аналитическое предсказание; *2–4* — усреднение по 25, 50 и 100 наборам случайных отклонений соответственно.

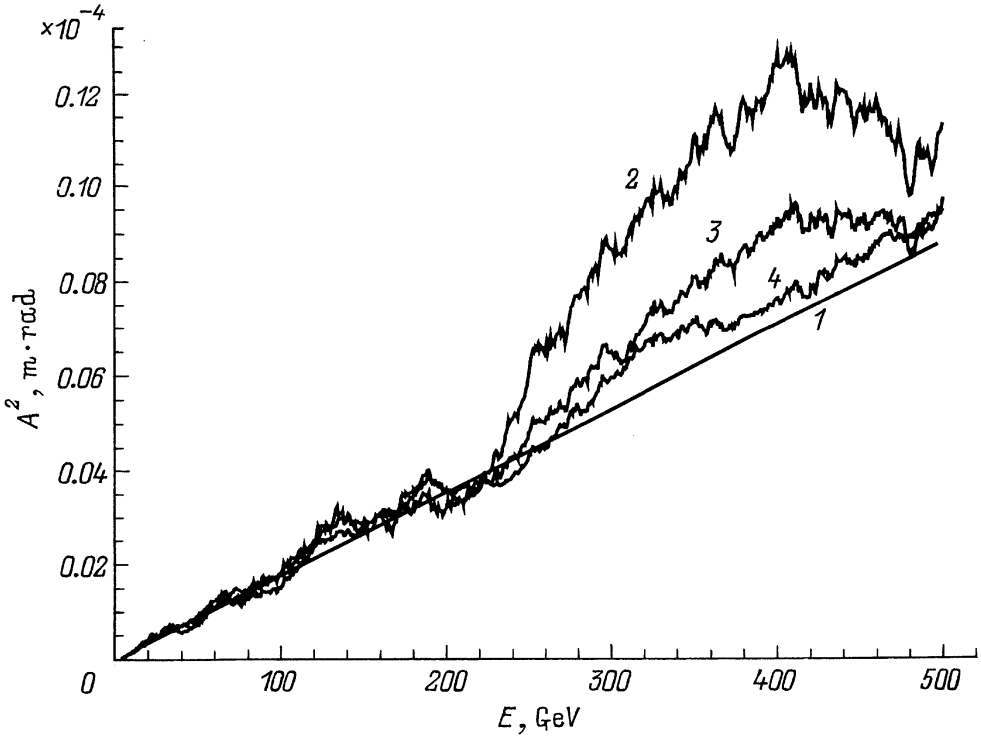

Рис. 2. Эволюция площади среднеквадратичного возмущенного фазового эллипса вдоль основного линейного ускорителя TESLA с допуском на установку квадрупольных линз 500 μm: *1–4* — то же, что и на рис. 1.

Автор выражает благодарность Р. Бринкману и Р. Ванценбергу за полезные обсуждения, инициировавшие выполнение настоящей работы.

Список литературы

[1] *Drevlak M., Timm M., Weiland T.* // Proc. XVIII Intern. Linac Conf. Geneva, 1996. P. 621–623.
[2] *Mosnier A., Zakharian A.* // Proc. 4th European Part. Accel. Conf. London, 1994. P. 1111–1113.
[3] *Assman R.* et. al. // SLAC / AP-103. 1997. P. 114.
[4] *Raubenhaimer T.* // PhD-thesis. SLAC-387. 1991. P. 111–252.
[5] *Chao A.* Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators. John. Wiley & Sons, 1993. P. 286.
[6] *Brinkmann R.* et al. // DESY1997-048. 1997. Vol I, II. P. 275–861.