01;05;09;12

Обобщенная проводимость и оптимальное выделение энергии

© С.А. Баранов

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
278000 Тирасполь, Молдавия

(Поступило в Редакцию 19 мая 1998 г.)

Формула для средней обобщенной проводимости композитов, учитывающая, в частности, индивидуальный канал связи и форму отрезков микропровода, используется для решения задачи об оптимальном выделении энергии в плохопроводящей фазе.

В настоящее время широко применяются композиционные материалы из двух компонент с разными проводимостями. Отметим, что одним из перспективных композиционных материалов может стать материал на основе литого микропровода. В данной работе рассмотрена задача об оптимальной концентрации проводящей компоненты для максимального выделения энергии на непроводящей компоненте. Эта задача, несомненно, имеет огромное практическое значение, кроме того, в предел бесконечно большого значения сопротивления непроводящей компоненты она может подсказать "уровень протекания" системы.

1. Обобщенная проводимость системы может зависеть от геометрии фаз [1]. Для стохастической смеси порошков в объеме известна формула Оделевского [2]. Получено выражение [3,4], позволяющее рассмотреть смесь бесконечно тонких цилиндров на плоскости, а также учесть и индуктивный канал связи частиц в композите. Представим формулу для средней обобщенной проводимости в виде [3,4]

$$\Sigma_m = A(x_i, \Sigma_i, a) + \sqrt{A^2(x_i, \Sigma_i, a) + a\Sigma_1\Sigma_2}, \qquad (1)$$

где

$$A = \frac{\Sigma_1(x_1 - ax_2) + \Sigma_2(x_2 - ax_1)}{2},$$

$x_{1,2}$ — объемные концентрации компонент с проводимостью $\Sigma_{1,2}$ (индекс 2 будем относить к микропроводу), $(x_1 + x_2 = 1)$.

Далее положим

$$a = \frac{1}{l-1}, \qquad (2)$$

где l некоторая размерность пространства.

Если $l = 3$, то получим формулу Оделевского. Если $l = 2$, то получим формулу, которая при малой концентрации проводящей фазы "сшивается" с аналогичной формулой (28) из [5], полученной для упорядоченных тонких цилиндров на плоскости (перпендикулярных к направлению измерения). Уровень сильного изменения проводимости Σ_m, полученной из графика для данного случая (см. рисунок, кривая *1*) $x_2^c \sim 0.5{-}0.57$ соответствует "уровню протекания" на плоской решетке (для формулы Оделевского данный уровень $x_3^c \sim 0.3{-}0.38$). В данном случае под "уровнем протекания" мы условно понимаем область резкого изменения проводимости.

Отметим также, что в случае $l = 2$ формула (1) "сшивается" с точным результатом, когда $x_{1,2} = 1/2$ [6],

$$\Sigma_m = \sqrt{\Sigma_1\Sigma_2}.$$

Положим, что в случае индуктивной связи необходимо заменить величину l на

$$l_1 = l(1 + Y/R), \qquad (3)$$

где Y/R — отношение реактивного к активному сопротивлению для одного элемента в композите.

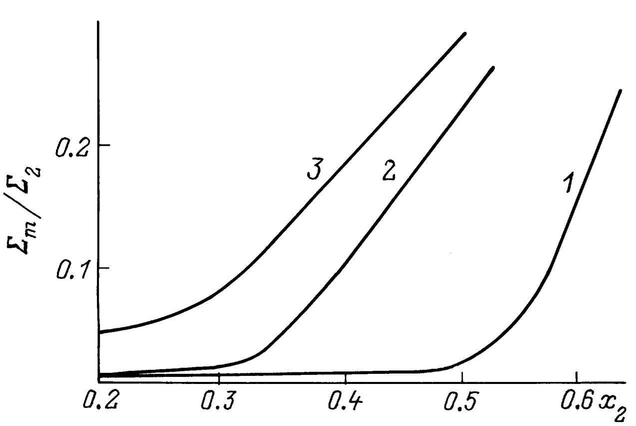
В случае микропровода [4]

$$Y/R \sim (r/\delta)^2, \qquad (4)$$

где r — радиус жилы микропровода, δ — глубина скин-слоя, $\delta \sim (\omega\mu\mu_0\sigma)^{1/2}$.

Для реальных значений жилы литого аморфного микропровода ($r \sim 1{-}20\,\mu$m) область, где $r - \delta$ относится к УВЧ и СВЧ области частот. Если $Y/R \sim 1$, то $l_1 \sim 4$ и уровень сильного изменения проводимости (см. рисунок, кривая *3*) $x_4^c \sim 0.25{-}0.27$.

2. При добавлении хорошо проводящей фазы в плохопроводящую (например, микропровода в резину) у "порога протекания" возникает экстремум выделения



Значения обобщенной проводимости, вычисленные по формуле (1) при соотношении $\Sigma_2/\Sigma_1 = 10^3$ для $l = 2$ (*1*), 3 (*2*), 4 (*3*).

энергии (тепла) в плохопроводящей фазе. Найдем его из [7]

$$\frac{d\Sigma_m}{dx_1} - k\Sigma_2 = 0, \tag{5}$$

где k — параметр, определяющий часть тока, проходящего через плохопроводящую фазу.

Данное уравнение получено в приближении, когда членом dk/dx_1 пренебрегаем. Как увидим ниже, в асимптотическом пределе $\Sigma_1 \to 0$ решение от параметра k не зависит (физически можно обосновать приближение тем, что k должна быть плавной функцией от концентрации до рассматриваемого "порога протекания"; учет dk/dx_1 лишь усложняет решение и не приводит к существенному результату).

Отметим область (вилку) изменения k [7]

$$1 \geqslant k \geqslant \left[\frac{(1-x_1)\Sigma_2}{x_1'\Sigma_1 + (1-x_1')\Sigma_2}\right]^2,$$

x_1' — значение концентрации, соответствующее данному экстремуму (лежащему вблизи "порога протекания").

Значение параметра k в "пороге протекания" для плоской ($l = 2$) или двухмерной задачи можно найти из результатов [6], чем воспользуемся. Итак, для плоской задачи ($l = 2$)

$$x_1' \cong \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{\Sigma_1\Sigma_2}}{\Sigma_2 - \Sigma_1} \quad (\Sigma_2 > \Sigma_1), \tag{6}$$

что согласуется с точными результатами (см., например, [6]) ($x_1' \to 1/2$, $\Sigma_1 \to 0$).

Формула для объемной задачи найдена и приведена в [7], где получено и асимптотическое значение

$$x_1' \to 2/3 \quad (\Sigma_1 \to 0)$$

(для произвольного l получается аналогичная [7], но очень громоздкая формула). Приведем главный асимптотический результат рассматриваемой теории

$$x_2' \to 1/l(\Sigma_1 \to 0)$$

(обобщая этот результат, предположим, что "уровень протекания" и параметр l обратно пропорциональны).

Сформулируем выводы. В работе приведены простые приближенные формулы для проводимости в теории эффективной среды. Решена задача на экстремум, позволяющая оценить "порог протекания" и связать его с параметром связи l. Данный параметр l может характеризовать геометрию частиц смеси или индуктивную (емкостную) связь. Отметим, что теория качественно подтверждается экспериментально [4].

Выражаю благодарность П.И. Хаджи и Э.П. Синявскому за обсуждение работы.

Список литературы

[1] *Дульнев Т.Н., Новиков В.В.* // ИФЖ. 1981. Т. 41. № 1. С. 172–184.
[2] *Оделевский В.И.* // ЖТФ. 1951. Т. 21. Вып. 6. С. 678–685.
[3] *Баранов С.А., Щеглов Ю.А.* // Электрон. обраб. материалов. 1983. № 6. С. 73–74.
[4] *Баранов С.А.* // Вест. Приднестровского университета. 1994. № 1 (2). С. 126–130.
[5] *Оделевский В.И.* // ЖТФ. 1951. Т. 21. Вып. 6. С. 667–677.
[6] *Дыхне А.М.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 39. Вып. 7. С. 110–115.
[7] *Баранов С.А., Щеглов Ю.А.* // Электрон. обраб. материалов. 1985. № 1. С. 71–72.