01;06;07

К теории нелинейных направленных ответвителей

© П.И. Хаджи, О.К. Орлов

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
278000 Тирасполь, Молдавия

(Поступило в Редакцию 30 июня 1998 г.)

Представлен метод получения точных аналитических решений системы нелинейных уравнений распространения электромагнитных полей в направленных ответвителях с произвольной нелинейностью для постоянной распространения. Полученные решения позволяют определить характерные особенности функционирования нелинейных направленных ответвителей.

В [1,2] показано, что использование нелинейных направленных ответвителей открывает широкие перспективы создания сверхбыстродействующих чисто оптических переключающих устройств. В подавляющем большинстве опубликованных работ предполагается, что основой для создания нелинейных направленных ответвителей являются нелинейно-оптические среды с керровской нелинейностью к показателю преломления либо постоянной распространения. Однако пороговая мощность переключения в этих средах довольно высока. В настоящее время разработана удовлетворительная теория распространения света в нелинейных направленных ответвителях с керровской нелинейностью, получены точные аналитические решения системы нелинейных уравнений для интенсивностей распространяющихся волн через эллиптические функции и изучены особенности переключения [1]. Вместе с тем ответвители на полупроводниках с присущими им гигантскими резонансными нелинейностями привлекают повышенный интерес, так как они могут обеспечить существенное уменьшение пороговой мощности переключения. Для сред, моделируемых системой двухуровневых атомов, присущ эффект насыщения, который существенно модифицирует показатель преломления и коэффициент поглощения. В [3-5] численными методами изучено влияние насыщения в показателе преломления среды и показано, что имеют место качественные изменения операционных характеристик направленных ответвителей по сравнению с керровскими средами. По-видимому, еще более перспективными материалами являются среды с экситонными и биэкситонными нелинейностями [6]. При этом зависимость показателя преломления среды от интенсивности распространяющейся волны может оказаться достаточно сложной. Нам неизвестны работы, в которых было бы получено аналитическое решение системы нелинейных уравнений, описывающих распространения света в нелинейных направленных ответвителях с некерровской нелинейностью. В связи с этим представляет интерес получение таких решений для произвольной зависимости "постоянной распространения" от интенсивности волны. Ниже будет показано, что традиционно используемая система нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка для связанных волн, распространяющихся в одном и том же направлении в двух каналах нелинейного направленного ответвителя, может быть решена точно в квадратурах при произвольной зависимости "постоянной распространения" β от интенсивности J распространяющейся волны.

Рассмотрим направленный ответвитель, состоящий из двух различных световодов, для которых постоянные распространения β_1 и β_2 зависят от интенсивностей J_1 и J_2 распространяющегося в каждом из световодов излучения и задаются выражениями

$$\beta_1 = \beta_{01} + f_1(J_1), \quad \beta_2 = \beta_{02} + f_2(J_2), \tag{1}$$

где β_{01} и β_{02} — константы, $f_1(J_1)$ и $f_2(J_2)$ — произвольные непрерывные функции интенсивности.

Будем считать константу связи γ ответвителя не зависящей от интенсивности, что практически всегда выполняется [1,2]. Нелинейные дифференциальные уравнения для амплитуд E_1 и E_2 связанных волн, распространяющихся в направлении x в каждом из световодов ответвителя, в этом случае имеют вид [1,2]

$$\frac{dE_1}{dx} = -i\beta_{01}E_1 - if_1(J_1)E_1 + i\gamma E_2,$$

$$\frac{dE_2}{dx} = -i\beta_{02}E_2 - if_2(J_2)E_2 + i\gamma E_1. \tag{2}$$

Практически во всех работах эту систему уравнений решают в предположении, что каждое из полей имеет свою амплитуду и фазу, и затем переходят от (2) к системе нелинейных уравнений для амплитуд и разности фаз [1,2]. Нам представляется более удобным следующий подход, который приводит к решениям уравнений (2) в квадратурах. Введем новые функции

$$J_1 = \frac{c}{8\pi}|E_1|^2, \quad J_2 = \frac{c}{8\pi}|E_2|^2,$$

$$Q = \frac{c}{8\pi}(E_1^*E_2 - E_2^*E_1), \quad R = \frac{c}{8\pi}(E_1^*E_2 + E_2^*E_1). \tag{3}$$

Используя (2) и систему сопряженных (2) уравнений, для новых функций получаем следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dJ_1}{dx} = i\gamma Q, \qquad \frac{dJ_2}{dx} = -i\gamma Q, \tag{4}$$

$$\frac{dQ}{dx} = i(\beta_{01} - \beta_{02})R + i[f_1(J_1) - f_2(J_2)]R + 2i\gamma(J_1 - J_2), \quad (5)$$

$$\frac{dR}{dx} = i(\beta_{01} - \beta_{02})Q + i\,[f_1(J_1) - f_2(J_2)]Q. \quad (6)$$

Найдем решения этой системы при простейших граничных условиях. Пусть на входной торец одного из световодов ответвителя (например, первого) подается лазерное излучение с интенсивностью $J_1|_{x=0} = J_0$. Тогда $J_2|_{x=0} = Q|_{x=0} = R|_{x=0} = 0$. Из (4) легко получить следующий интеграл движения:

$$J_1 + J_2 = J_0, \quad (7)$$

что является следствием закона сохранения энергии в системе. Используя (7), (4) и (6), находим

$$R = \frac{\Delta\beta_0}{\gamma}(J_1 - J_0) + \frac{1}{\gamma}[F_1(J_1) + F_2(J_2) - F_1(J_0)], \quad (8)$$

где введена новая функция $F(J)$ в виде

$$F_i(J) = \int_0^J f_1(J')dJ'; \quad i = 1, 2, \quad (9)$$

причем $F_1(0) = F_2(0) = 0$, а $\delta\beta_0 = \beta_{10} - \beta_{20}$. После этого с помощью (8) и (4) из (5) получаем интеграл движения

$$Q^2 = -4J_1J_2 + \frac{1}{\gamma^2}\Big[\Delta\beta_0 J_2 + F_1(J_0) - F_1(J_1) - F_2(J_2)\Big]^2. \quad (10)$$

Используя (4) и (10), можно получить соотношение, представляющее фазовую траекторию решения в плоскости $(J_2,\ dJ_2/dx)$ для интенсивности волны, распространяющейся во втором световоде нелинейного направленного ответвителя,

$$\left(\frac{dJ_2}{dx}\right)^2 + W(J_2) = 0, \quad (11)$$

где

$$W(J_2) = [\Delta\beta_0 J_2 + F_1(J_0) - F_1(J_0 - J_2) - F_2(J_2)]^2 - 4\gamma^2 J_2(J_0 - J_2) \quad (12)$$

играет роль потенциальной энергии консервативного нелинейного осциллятора. Из условия $W(J_2) = 0$ можно определить минимальную и максимальную интенсивности волны J_2 во втором световоде нелинейного направленного ответвителя. Аналогичные выражения легко написать и для J_1.

Наконец, из (1) легко получить решение для $J_2(x)$ в квадратурах

$$\int_0^{J_2} \frac{dJ_2}{\sqrt{-W(J_2)}} = x. \quad (13)$$

Решение (13) вместе с (7) полностью описывает пространственное распределение интенсивностей волн в каждом из световодов нелинейного направленного ответвителя.

Считая световоды линейными, т. е. полагая $f_1(J_1) = f_2(J_2) = 0$, из (13) получаем известный результат [7,8]

$$J_2(x) = \frac{J_0}{1 + \left(\frac{\Delta\beta_0}{2\gamma}\right)^2} \sin^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\beta_0}{2\gamma}\right)^2}\,\gamma x. \quad (14)$$

Если световоды являются нелинейными с керровскими поправками к постоянным распространения $f_1 = \alpha_1 J_1$, $f_2 = \alpha_2 J_2$, где α_1 и α_2 — константы, то из (12) получаем

$$W(J_2) = J_2\Big[\frac{1}{4}(\alpha_1 + \alpha_2)^2 J_2^3 - (\Delta\beta_0 + \alpha_1 J_0)(\alpha_1 + \alpha_2)J_2^2 + \big[4\gamma^2 + (\Delta\beta_0 + \alpha_1 J_0)^2\big]J_2 - 4\gamma^2 J_0\Big], \quad (15)$$

а интеграл (13) можно выразить через эллиптические функции Якоби [1]. Не представляя всех возможных решений, отметим одно уникально простое решение. Полагая, что один световод нелинейного направленного ответвителя является самофокусирующим, а другой — самодефокусирующим ($\alpha_2 = -\alpha_1$), получаем решение, присущее линейному направленному ответвителю,

$$J_2 = \frac{4\gamma^2}{4\gamma^2 + (\Delta\beta_0 + \alpha_1 J_0)^2} J_0 \times \sin^2\sqrt{\gamma^2 + \frac{1}{4}(\Delta\beta_0 + \alpha_1 J_0)^2 x}. \quad (16)$$

При этом длина связи и эффективность перекачки зависят от интенсивности J_0 излучения, подаваемого на передний торец первого световода.

Если предположить, что оба световода нелинейного направленного ответвителя являются идентичными и их "постоянные распространения" характеризуются эффектом насыщения $\beta_1 = \beta_2 = \beta_0 + \alpha(1 + J/J_s)^{-1}$, где J_s — интенсивность насыщения, то из (12) легко получаем

$$W(J_2) = -4\gamma^2\left\{J_2(J_0 - J_2) - \frac{\alpha^2}{4\gamma^2}\left[\frac{\ln\left(1 + \frac{J_2}{J_s}\right)\ln\left(1 + \frac{J_0 - J_2}{J_s}\right)}{\ln\left(1 + \frac{J_0}{J_s}\right)}\right]^2\right\}. \quad (17)$$

Дальнейшее интегрирование (13) с использованием (17) возможно только численно.

Отметим, что предположение об отличной от нуля накачке с передних торцов обоих световодов нелинейного направленного ответвителя, т. е. $J_1|_{x=0} = J_{01}$, $J_2|_{x=0} = J_{02}$, в принципе нисколько не усложняет получение общих решений.

Список литературы

[1] *Майер А.А.* // УФН. 1995. Т. 165. № 9. С. 1037–1079.
[2] *Jensen S.M.* // IEEE J. Quant. Electron. 1982. Vol. QE-18. P. 1580–1584.
[3] *Stegeman G.I., Seaton C.T., Ironside C.N.* et al. // Appl. Phys. Lett. 1987. Vol. 50. N 16. P. 1035–1037.
[4] *Абдуллаев Ф.Х., Гулямов Р.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 20. С. 10–13.
[5] *Begin J.D., Cada M.* // IEEE J. Quant. Electron. 1994. Vol. QE-30. N 12. P 3006–3016.
[6] *Хаджи П.И.* Нелинейные оптические процессы в системе экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Кишинев: Штиинца, 1985.
[7] *Yariv A.* // IEEE J. Quant. Electron. 1973. Vol. QE-9. N 9. P. 919–933.
[8] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987.