Журнал технической физики, 1999, том 69, вып. 8

05;08;09

Электрострикционный механизм СВЧ потерь в планарном конденсаторе на основе пленки титаната стронция

© О.Г. Вендик, Л.Т. Тер-Мартиросян

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет,
197376 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 9 июля 1998 г.)

Проведен анализ диэлектрических потерь в планарном сегнетоэлектрическом конденсаторе в диапазоне СВЧ, обусловленных электрострикционным возбуждением звука в сегнетоэлектрике в присутствии поля смещения (наведенный пьезоэффект). Получено приближенное выражение для тенгенса угла диэлектрических потерь как функции напряженности поля смещения и частоты. Численные оценки сделаны для монокристаллического титаната стронция при температуре 78 K. Рассмотренный механизм потерь может оказаться определяющим при реализации планарных конденсаторов на основе высококачественных сегнетоэлектрических пленок, близких по свойствам к монокристаллу.

Введение

СВЧ приборы с полевым управлением на основе сегнетоэлектриков в парафазе открывают возможности разработки устройств, обладающих рядом преимуществ по сравнению с существующими аналогами [1–3]. Решающий фактор, определяющий возможность применения сегнетоэлектриков в технике СВЧ, — это приемлемая величина диэлектрических потерь этих материалов в СВЧ диапазоне. Одним из существенных механизмов СВЧ потерь в сегнетоэлектриках является электрострикционное преобразование энергии электромагнитного поля в энергию гиперзвуковых колебаний в образце, размеры которого сопоставимы с длиной волны гиперзвука. Вклад электрострикции был количественно оценен для обьемных образцов $(Ba,Sr)TiO_3$ [4]. Было исследовано влияние акустических колебаний, возбужденных за счет электрострикции в тонкой пленке $SrTiO_3$, на шумы сегнетоэлектрического параметрического усилителя [1,5]. В настоящее время проявляется интерес к использованию в СВЧ технике планарных конденсаторов или копланарных линий [6,7], экспериментально [8] и теоретически [9] исследуются различные механизмы СВЧ потерь в материалах типа $SrTiO_3$. В связи с этим представляет интерес исследование СВЧ потерь, вызванных электрострикцией в достаточно тонкой пленке сегнетоэлектрика, когда толщина пленки сопоставима с длиной волны звука в материале на СВЧ. Численные оценки будут сделаны для $SrTiO_3$ (STO) при $T = 78$ K. При этой температуре титанат стронция в сочетании с высокотемпературным сверхпроводником является перспективным материалом для СВЧ применений [10].

1. Постановка задачи

Типичная конструкция планарного конденсатора изображена на рис. 1, *a*, где h — толщина пленки из STO (обычно $h \cong 0.5-1\,\mu$m), g — ширина зазора (обычно $g \cong 2-10\,\mu$m), H — толщина подложки (обычно $H \cong 0.5-1.0$ mm), w — ширина активной зоны конденсатора (обычно $w \cong 0.5-1.0$ mm), L — длина электродов конденсатора (обычно $L \cong 0.5-1.0$ mm). На рис. 1, *a* также показано распределение электрической индукции D. При $g \gg h$ можно приближенно считать электрическую индукцию в активной зоне конденсатора не зависящей от координат.

Электрическая индукция $\mathbf{D}$ состоит из постоянной и переменной во времени компонент

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{ac} + \mathbf{D}^{dc}. \tag{1}$$

Наличие постоянной составляющей $\mathbf{D}^{dc}$ приводит к образованию наведенного пьезоэффекта и к возбуждению гиперзвука, линейно связанного с переменной составляющей индукции $\mathbf{D}^{ac}$. Границы активной области определяют размер излучателя, сопоставимый с длиной звука, что эквивалентно выполнению условий пространственного синхронизма. В активной области планарного конденсатора возбуждаются близкие к цилиндрическим гиперзвуковые волны, уходящие из пленки STO в подложку. Для упрощения расчета этот механизм возбуждения волн можно предствить в виде двух волновых процессов: а) возбужденные в активной области плоские волны, распространяющиеся вдоль пленки STO под электроды; б) возбужденные в активной области плоские волны, распространяющиеся по нормали к пленке в подложку. Приняв такое приближение, мы сводим задачу к двум независимым одномерным плоским задачам.

1. Узкий бесконечно длинный свободный сегнетоэлектрический стержень (пленка) толщиной h, расположенный вдоль оси z (рис. 1, *b*). Между сечениями $z = -l$ и $z = l\,(2l = g)$ имеется активная область, в которой существуют составляющие электрической индукции $\mathbf{D}^{dc}$ и $\mathbf{D}^{ac}$, не зависящие от координат. Стрикционное возбуждение гиперзвука обусловлено диагональной компонентой Q тензора электрострикции. Наличие тонких проводящих электродов в областях $z = -l$ и $z = l$ не влияет на условия возбуждения гиперзвука. Положим, что STO пленка в механическом отношении свободна как со

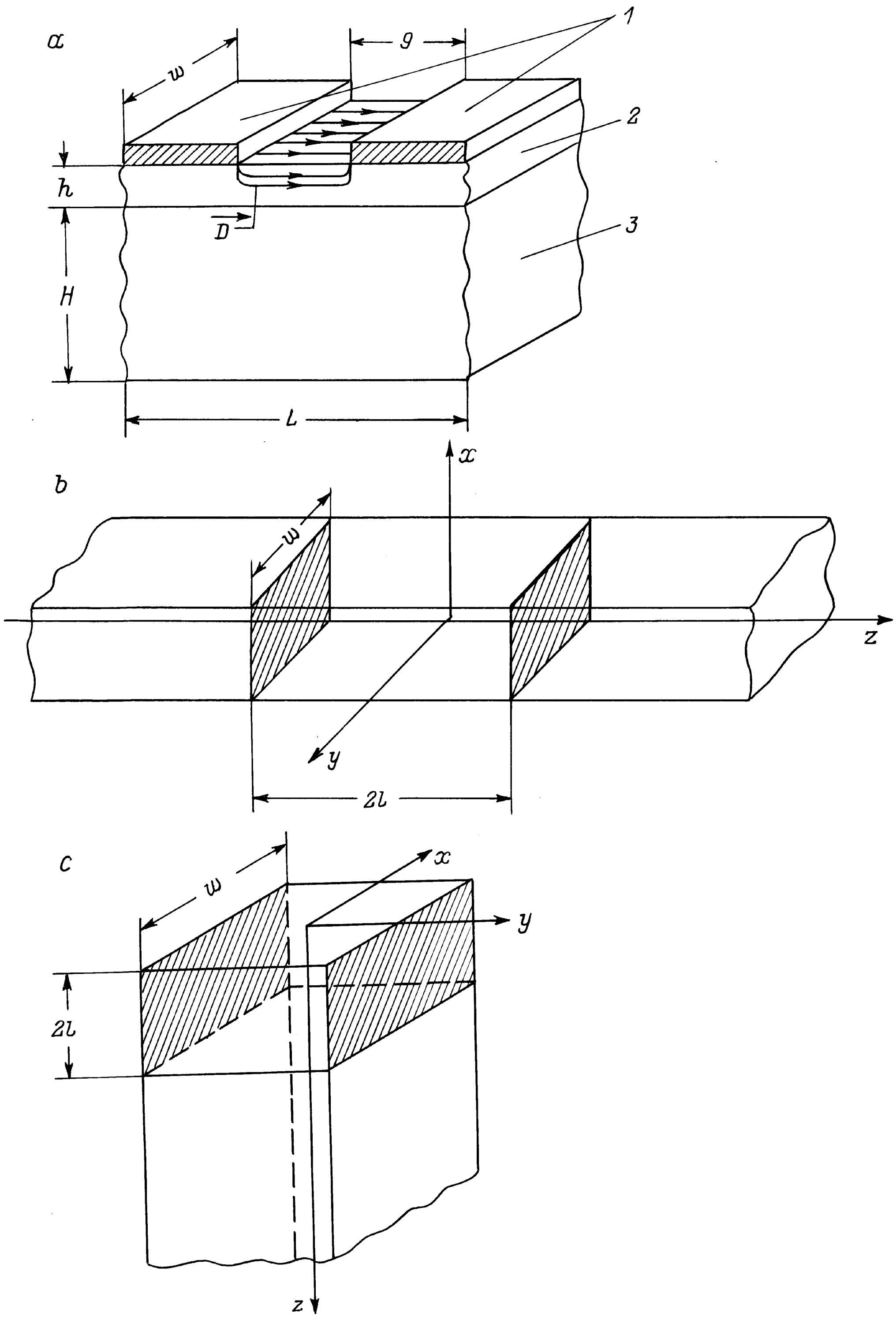

Рис. 1. Планарный конденсатор: *a* — конструктивная схема, где использованы следующие обозначения: *1* — электроды, *2* — сегнетоэлектрическая пленка, *3* — подложка; *b, c* — модели, используемые для расчета возбуждения продольных волн звука, распространяющихся вдоль и перпендикулярно к поверхности пленки соответственно.

стороны "воздуха", так и со стороны подложки. Такое упрощение задачи не должно существенно повлиять на условие возбуждения продольных волн, распространяющихся вдоль названных выше границ раздела.

2. Полубесконечный стержень шириной g, расположенный вдоль оси z (рис. $1, c$). На конце стержня расположена активная область $0 \leq z \geq 2l$ $(2l = h)$, где существуют перпендикулярные оси z компоненты

электрической индукции $\mathbf{D}^{dc}$ и $\mathbf{D}^{ac}$. Электроды, создающие эту индукцию, располагаются в плоскостях, параллельных оси z. Стрикционное возбуждение гиперзвука обусловлено недиагональной компонентой R_k тензора электрострикции. Полагая, что акустические характеристики пленки STO и подложки близки, исключим из рассмотрения отражения на границе раздела, считая таким образом рассматриваемый полубесконечный стержень акустически однородным.

2. Основные соотношения между диэлектрическими и механическими характеристками пленки STO

В качестве независимых переменных можно использовать вектор электрической индукции D_m и тензор упругих напряжений σ_{kl}. Обычные соотношения между диэлектрическими и механическими величинами, учитывающие явление электрострикции [11–13], дают

$$u_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl} + Q_{ijmn}D_mD_n,$$
$$E_m = \varepsilon_0^{-1}\varepsilon_{mn}^{-1}D_n - 2Q_{ijmn}\sigma_{ij}D_n, \tag{2}$$

где u_{ij} — компоненты тензора деформации; s_{ijkl} и Q_{ijmn} — компоненты тензоров упругой податливости и электрострикции соответственно; E_m — компоненты вектора напряженности электрического поля; ε_{mn} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости; ε_0 — проницаемость вакуума.

Если в качестве независимых переменных использовать вектор напряженности электрического поля E_m и тензор упругих напряжений σ_{kl}, то можно записать

$$u_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl} + R_{ijmn}E_mE_n,$$
$$D_m = \varepsilon_0\varepsilon_{mn}E_n - 2R_{ijmn}\sigma_{ij}E_n, \tag{3}$$

где R_{ijmn} — компоненты другой в отличие от (2) модификации тензора электрострикции.

Как известно, заметная анизотропия титаната стронция может проявиться при низких температурах в кристалле, монодоменизированном по отношению к структурному фазовому переходу [14]. Анизотропия в пленке может быть также вызвана неоднородными механическими напряжениями [15]. Для упрощения задачи будем считать пленку STO изотропной. В изотропной среде тензор диэлектрической проницаемости превращается в скаляр, при этом $\varepsilon_{mn} = \varepsilon_r$, где ε_r — относительная диэлектрическая проницаемость среды, тензор электрострикции имеет две независимые компоненты: для Q_{ijmn} существуют Q — диагональная компонента и Q_k — недиагональная компонента, соответственно для тензора R_{ijmn} — R и R_k. Для изотропной среды имеем [12,13]

$$R = Q\cdot\varepsilon_0^2\varepsilon^2, \quad R_k = Q_k\cdot\varepsilon_0^2\varepsilon^2. \tag{4}$$

Тензор упругой податливости изотропной среды также имеет две независимые компоненты: s — диагональная компонента и s_k — недиагональная компонента. Обычно $|s_k| < |s|$; так, в титанате стронция при 78 K $s_k \cong -1.4\cdot 10^{-12}\,\mathrm{m^2/N}$, $s \cong 4.6 \cong 10^{-12}\,\mathrm{m^2/N}$ [16]. Для упрощения пренебрежем вкладом недиагональной компоненты тензора упругой податливости; в этом приближении системы уравнений (2) и (3) описывают стрикционное возбуждение только продольных волн.

Учитывая сделанные упрощения, подставим (1) в (2) и (3); при этом, полагая, что переменные во времени компоненты векторов электрического поля и электрической индукции много меньше, чем соответствующие статические компоненты, отбросим квадраты малых величин. После этого получим

$$u_z^{ac} = s\sigma_z^{ac} + 2QD_z^{dc}D_z^{ac},$$
$$E_z^{ac} = \varepsilon_0^{-1}\varepsilon^{-1}D_z^{ac} - 2Q\sigma_z^{ac}D_z^{dc}, \tag{5}$$
$$u_z^{ac} = s\sigma_z^{ac} + 2R_kE_z^{dc}E_z^{ac},$$
$$D_z^{ac} = \varepsilon_0\varepsilon E_z^{ac} + 2R_k\sigma_z^{ac}E_z^{dc}. \tag{6}$$

В обеих системах уравнений переменная во времени z-я составляющая тензора деформации связана с r_z — компонентой вектора смещения частиц среды в процессе деформации или распространения волн

$$u_z = \frac{\partial r_z}{\partial z}. \tag{7}$$

Кроме того, для введения в расчет звуковых волн нужно использовать волновое уравнение [17]

$$\frac{d^2r_z}{dz^2} + k^2r_z = 0, \tag{8}$$

где k — волновое число продольной волны гиперзвука.

3. Бесконечный стержень с продольной электрической индукцией в активной зоне

Обратимся к первой задаче (рис. 1, b). В этом случае области сжатия и разрежения в продольной гиперзвуковой волне будут параллельны электродам (рис. 1, b), так что в любой точке между электродами электрическая индукция D_z^{ac} будет одинакова, а напряженность электрического поля E_z^{ac} будет функцией координаты z. В связи с этим для расчета удобно использовать в качестве независимых переменных вектор электрической индукции D_m и тензор упругих напряжений σ_{kl}. Учитывая сделанные выше приближения, ищем совместные решения системы (5) и уравнения (8) с учетом (7). При этом используем следующие граничные условия: на границе между активной зоной и свободным бесконечным стержнем $z = l$ и $z = -l$ непрерывны смещения частиц r_z и механические напряжения σ_{zz}, причем во внешних областях по отношению к активной области существуют только удаляющиеся волны.

Решение системы (5), (7) и (8) при оговоренных выше граничных условиях (см. Приложение I) позволяет определить напряженность электрического поля в активной области

$$E^{ac}(z) = (1/\varepsilon_0\varepsilon_r) \cdot [1 + iW \sin kl \cos kz] D^{ac}, \tag{9}$$

где учтено, что $W \ll 1$, и введены следующие обозначения:

$$W = V \cdot \Phi, \quad V = (4/s)Q^2\varepsilon_0^3, \quad \Phi = \varepsilon_r^3(E^{dc})(E^{dc})^2. \tag{10}$$

Интегрируя $E^{ac}(z)$ по длине активной зоны $(-l, l)$, получаем разность потенциалов между электродами. Разделим ее на комплексную амплитуду тока между электродами $I = i\omega D^{ac}S$, где S — площадь электрода (площадь поперечного сечения стержня), и найдем импеданс между электродами

$$Z = -i \cdot \left[1/(\omega C)\right] \cdot \left(1 + iW(\sin^2 kl)/kl\right), \tag{11}$$

где C — емкость между электродами.

Полагаем, что $\varepsilon_r = \varepsilon' - i\varepsilon''$, при этом $\operatorname{tg}\delta = \varepsilon''/\varepsilon'$. Тогда

$$\operatorname{tg}\delta = W(\sin^2 kl)/kl. \tag{12}$$

Множитель $(\sin^2 kl)/kl$ представляет собой быстро осциллирующую функцию. В реальных образцах разброс акустических свойств материала в пределах геометрических размеров активной области приведет к усреднению этих осцилляций. Представим фазовую скорость продольных волн гиперзвука в виде $v_l(x) = v_l(1+x)$, где x — случайная величина, подчиняющаяся гауссовому распределению с нулевым средним значением и дисперсией x_0. Тогда

$$\left\langle(\sin^2 kl)/kl\right\rangle = \left[1/(\sqrt{\pi}x_0)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \left\{\sin^2[kl/(1+x)]/[kl/(1+x)]\right\} \times \exp\left[-(x/x_0)^2\right] dx. \tag{13}$$

При $x_0 \ll 1$ выбранные пределы интегрирования практически не нарушают физических ограничений на допустимые значения скорости гиперзвука, но существенно упрощают процедуру интегрирования. На рис. 2 приведена функция $(\sin^2 kl)/kl$ и результаты расчета по формуле (13) для $x_0 = 0.1$ и 0.2. При $kl \geq 5$ усреднение дает простой результат

$$\left\langle(\sin^2 kl)/kl\right\rangle \cong 1/2kl. \tag{14}$$

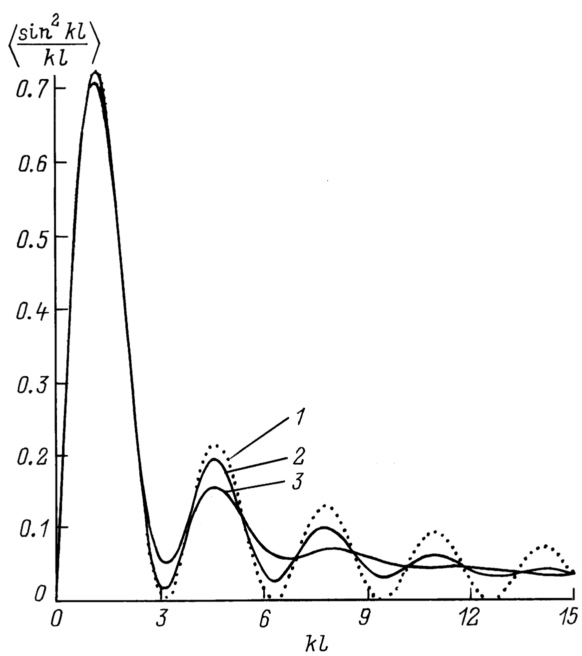

Рис. 2. Множитель из (12), определяющий зависимость $tg\delta$ от частоты СВЧ поля, при различных значениях статистической дисперсии скорости звука в материале: $x_0 = 0\,(1)$, $0.1\,(2)$, $0.2\,(3)$.

4. Полубесконечный стержень с поперечным электрическим полем в активной зоне

Обратимся ко второй задаче (рис. 1, c). В этом случае области сжатия и разрежения в продольной гиперзвуковой волне будут перпендикулярны электродам (рис. 1, c), так что в любой точке между электродами напряженность электрического поля E_z^{ac} будет одинакова, а электрическая индукция D_z^{ac} будет функцией координаты z. В связи с этим для расчета удобно использовать в качестве независимых переменных вектор напряженности электрического поля E_m и тензор упругих напряжений σ_{kl}. Учитывая сделанные выше приближения, ищем совместное решение системы (6) и уравнения (8) с учетом (7). При этом используем следующие граничные условия: при $z = 0$ $\sigma_z = 0$ (свободный торец); при $z = 2l$ смещения частиц r_z и механические напряжения σ_z непрерывны на границе раздела. При этом в области, внешней по отношению к активной области, существуют только удаляющиеся волны.

Решение системы (6)–(8) при оговоренных выше граничных условиях (см. Приложение II) позволяет определить электрическую индукцию в активной области

$$D^{ac} = \varepsilon_r\varepsilon_0 \left[1 + iW_k(\cos 2kl - 1)\sin kz\right] E^{ac}, \tag{15}$$

где принято, что $W_k \ll 1$, и с учетом (4) введены следующие обозначения:

$$W_k = V_k \cdot \Phi, \quad V_k = (4/s)Q_k^2\varepsilon_0^3, \quad \Phi = \varepsilon_r^3(E^{dc})(E^{dc})^2. \tag{16}$$

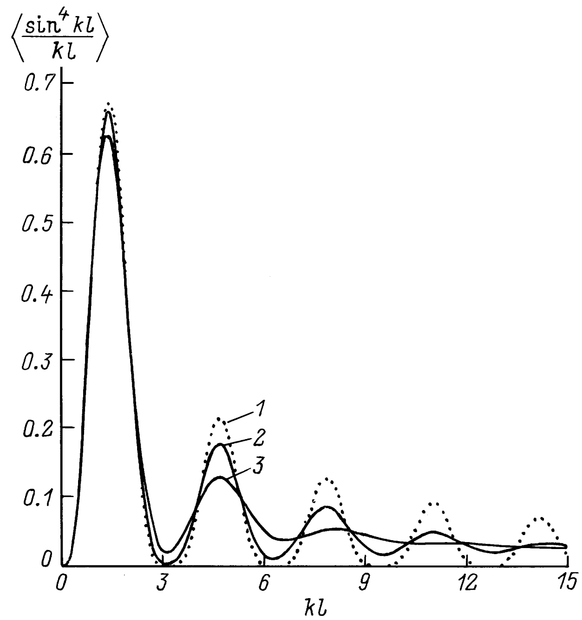

Рис. 3. Множитель из (19), определяющий зависимость $\operatorname{tg}\delta$ от частоты СВЧ поля, при различных значениях статистической дисперсии скорости звука в материале (*1–3* — то же, что и на рис. 2).

Разность потенциалов между электродами $U = E^{ac}g$; ток смещения

$$I = i\omega(S/2l)\int_0^{2l} D^{ac}(z)dz, \tag{17}$$

где $S = w \cdot 2l$ — площадь электрода.

Тогда импеданс между электродами

$$Z = -i(1/\omega C)\left(1 + i2W_k(\sin^4 kl)/kl\right). \tag{18}$$

Соответственно

$$\operatorname{tg}\delta = 2W_k(\sin^4 kl)/kl. \tag{19}$$

Усреднение осциллирующей функции $(\sin^4 kl)/kl$, полученное подобно (13), приведено на рис. 3. При $kl \geq 5$ усреднение дает простой результат

$$\left\langle(\sin^4 kl)/kl\right\rangle \cong (3/8)\cdot(1/kl). \tag{20}$$

5. Обсуждение

Как уже отмечалось в разделе 1, диэлектрические потери в планарном конденсаторе, вызванные электрострикцией в присутствии постоянного поля смещения, представляют собой суммарные потери, найденные в двух расчетных моделях, причем в первой модели размер активной области равен ширине зазора$(2l = g)$, а во второй — толщине сегнетоэлектрической пленки $(2l = h)$. Объединяя формулы (12) и (19) с учетом (10) и (16), получим

$$\operatorname{tg}\delta_\Sigma = \Big[V\left\langle[\sin^2(kg/2)]/(kg/2)\right\rangle + 2V_k\left\langle[\sin^4(kh/2)]/(kh/2)\right\rangle\Big]\Phi. \tag{21}$$

Дадим количественные оценки величин, входящих в полученную формулу,

$$k = \omega/v_l, \tag{22}$$

где ω — частота СВЧ поля в планарном конденсаторе, v_l — продольная скорость звука в сегнетоэлектрике. Для STO имеем [16] $v_l \cong 7500$ m/s.

Для оценки значения параметра $\Phi(E^{dc})$, определенного в (10) и (16), удобно воспользоваться модельным описанием диэлектрических свойств сегнетоэлектрика [1,18]. На рис. 4 представлены результаты расчета параметра $\Phi(E^{dc})$ для титаната стронция при $T = 78$ K. В соответствии с использованной моделью [1,18] параметр ξ_s характеризует меру дефектности материала: в случае высококачественного монокристалла $\xi_s = 0.018$, в случае напыленной пленки $\xi_s \cong 1$. Заметим, что интересующий нас параметр $\Phi(E^{dc})$ слабо зависит от меры дефектности материала. Обычно для осуществления управляющего воздействия на пленку STO необходимо приложить смещающее поле не менее чем $E_{dc} = 3$ MV/m. Из (10) или (16) получаем, что при $E^{dc} \geq 3$ MV/m $\Phi \cong 1.4\cdot10^{22}$ V^2/m^2.

Примем во внимание, что в STO $s = s_{11} \cong 4.6\cdot10^{-12}$ m^2/N, $Q \cong 0.066$ m^4/C^2, $|Q_k| = 0.01$ m^4/C^2 [16,19]. Тогда в соответствии с

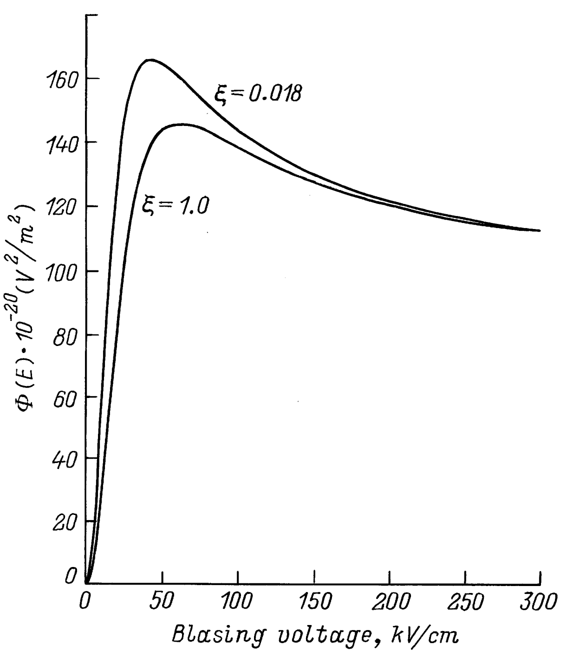

Рис. 4. Параметр Φ как функция напряженности смещающего поля для титаната стронция при $T = 78$ K.

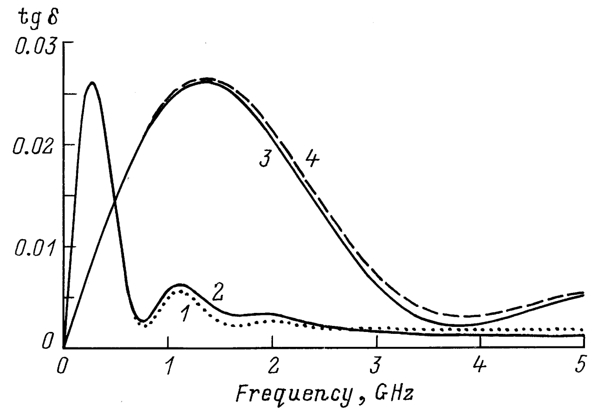

Рис. 5. Рассчитанные значения $\operatorname{tg}\delta$ пленки монокристаллического титаната стронция в функции от частоты СВЧ поля при $T = 78\,\mathrm{K}$ и следующих размерах активной зоны планарного конденсатора (в μm): $g = 10$ (*1, 2*); 2 (*3, 4*); $h = 2$ (*1*), 0.5 (*2*), 0.2 (*3*), 1 (*4*).

(10) и (16) получим, что $V = 2.62 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{m^2/V^2}$ и $V_k = 6.01 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{m^2/V^2}$. Полученные количественные оценки позволяют вычислить с помощью (21) значение тангенса угла диэлектрических потерь в сегнетоэлектрическом слое планарного конденсатора, вызванных электрострикционным преобразованием энергии СВЧ электрического поля в энергию гиперзвука, которая в конечном счете расходуется на нагрев материала. На рис. 5 приведены рассчитанные значения $\operatorname{tg}\delta$ в функции от частоты при разных размерах планарного конденсатора.

В планарных конденсаторах на частотах 1–10 GHz экспериментальные значения $\operatorname{tg}\delta_\Sigma$ лежат в пределах 0.02–0.05 [1,7,8] при $E^{dc} = 0$ и, как правило, убывают с ростом поля смещения. Приведенные на рис. 5 рассчитанные значения $\operatorname{tg}\delta$ при соответствующем подборе размеров конденсатора и частоты СВЧ поля могут оказаться сопоставимыми с его экспериментальными значениями. Вклад рассматриваемого механизма потерь может оказаться решающим, если в результате совершенствования технологии пленок будут устранены все источники потерь, кроме принципиально неустранимого рассеяния мягкой моды на тепловых колебаниях кристаллической решетки [1,9].

Заключение

Получено приближенное решение задачи о возбуждении в планарном сегнетоэлектрическом образце продольных гиперзвуковых волн СВЧ электрическим полем за счет наведенного постоянным электрическим полем пьезоэффекта; при этом границы активной области обеспечивают выполнение условий пространственного синхронизма.

В изученных в настоящее время планарных конденсаторных структурах на основе пленок титаната стронция в СВЧ диапазоне при $T = 78\,\mathrm{K}$ диэлектрические потери за счет рассматриваемого эффекта не являются превалирующими, однако при совершенствовании технологии пленок и снижении за счет этого суммарных СВЧ потерь рассмотренный механизм потерь может оказаться определяющим и потребует более детального изучения.

Авторы выражают благодарность С.П. Зубко за помощь в проведении расчетов.

Работа выполнена в рамках Государственной программы "Физика конденсированных сред" (проект № 98055).

Приложение I

Присвоим активной области индекс I, левой и правой частям стержня — соответственно II и III. Тогда комплексные амплитуды смещений r_z можно записать так:

$$r_{\mathrm{I}} = A_{\mathrm{I}} e^{-ikz} + B_{\mathrm{I}} e^{ikz}, \qquad r_{\mathrm{II}} = B_{\mathrm{II}} e^{ikz},$$
$$r_{\mathrm{III}} = A_{\mathrm{III}} e^{-ikz}, \qquad (\text{П}I\text{-}1)$$

соответственно для компонент u_{zz} тензора деформации с помощью (7) получаем

$$u_{\mathrm{I}} = -ikA_{\mathrm{I}} e^{-ikz} + ikB_{\mathrm{I}} e^{ikz}, \quad u_{\mathrm{II}} = ikB_{\mathrm{II}} e^{ikz},$$
$$u_{\mathrm{III}} = -ikA_{\mathrm{III}} e^{-ikz}. \qquad (\text{П}I\text{-}2)$$

С помощью (5) находим для компонент σ_{zz} тензора механических напряжений в выделенных областях

$$\sigma_{\mathrm{I}} = -i(k/s)A_{\mathrm{I}} e^{-ikz} + i(k/s)B_{\mathrm{I}} e^{ikz} - 2QD_z^{dc}D_z^{ac}/s,$$
$$\sigma_{\mathrm{II}} = i(k/s)B_{\mathrm{II}} e^{ikz}, \quad \sigma_{\mathrm{III}} = -i(k/s)A_{\mathrm{III}} e^{-ikz}. \qquad (\text{П}I\text{-}3)$$

Граничные условия в рассматриваемой задаче имеют вид при $z = -l$

$$\sigma_{\mathrm{I}}(-l) = \sigma_{\mathrm{II}}(-l) \quad \text{и} \quad r_{\mathrm{I}}(-l) = r_{\mathrm{II}}(-l),$$

при $z = l$

$$\sigma_{\mathrm{I}}(l) = \sigma_{\mathrm{II}}(l) \quad \text{и} \quad r_{\mathrm{I}}(l) = r_{\mathrm{II}}(l). \qquad (\text{П}I\text{-}4)$$

Подставляя (ПI-1) и (ПI-3) в (ПI-4), получаем систему линейных уравнений относительно комплексных амплитуд A_{I}, B_{I}, B_{II} и A_{III}. Решение системы дает

$$A_{\mathrm{I}} = i(Q/k)D_z^{dc}D_z^{ac} \cdot e^{-ikl},$$
$$B_{\mathrm{I}} = -i(Q/k)D_z^{dc}D_z^{ac} \cdot e^{-ikl}. \qquad (\text{П}I\text{-}5)$$

Подставляя (ПI-5) в (ПI-3), получаем

$$\sigma_{\mathrm{I}} = 2(Q/s)D_z^{dc}D_z^{ac} \cdot \left(e^{-ikl}\cos kz - 1\right). \qquad (\text{П}I\text{-}6)$$

Подставляя (ПI-6) в (5) с учетом (10), получаем выражение для $E_z^{ac}(z)$, которое при $W \ll 1$ легко преобразуется в (9).

Приложение II

Присвоим активной области индекс I, остальной части стержня — индекс II. Тогда комплексные амплитуды смещений r_z можно записать так:

$$r_{\mathrm{I}} = A_{\mathrm{I}} e^{-ikz} + B_{\mathrm{I}} e^{ikz}, \qquad r_{\mathrm{II}} = A_{\mathrm{II}} e^{ikz}, \qquad (\text{ПII-1})$$

соответственно для компонент u_{zz} тензора деформации с помощью (7) получаем

$$u_{\mathrm{I}} = -ikA_{\mathrm{I}} e^{-ikz} + ikB_{\mathrm{I}} e^{ikz}, \quad u_{\mathrm{II}} = -ikA_{\mathrm{II}} e^{-ikz}. \quad (\text{ПII-2})$$

С помощью (6) находим для компонент σ_{zz} тензора механических напряжений в выделенных областях

$$\sigma_{\mathrm{I}} = -i(k/s)A_{\mathrm{I}} e^{-ikz} + i(k/s)B_{\mathrm{I}} e^{ikz} - (2/s)R_k E_z^{dc} E_z^{ac},$$

$$\sigma_{\mathrm{II}} = -i(k/s)A_{\mathrm{II}} e^{-ikz}. \qquad (\text{ПII-3})$$

Граничные условия в рассматриваемой задаче имеют вид при $z = 0$

$$\sigma_{\mathrm{I}}(0) = 0,$$

при $z = 2l$

$$\sigma_{\mathrm{I}}(2l) = \sigma_{\mathrm{II}}(2l) \quad \text{и} \quad r_{\mathrm{I}}(2l) = r_{\mathrm{II}}(2l). \qquad (\text{ПII-4})$$

Подставляя (ПII-1) и (ПII-3) в (ПII-4), получаем систему линейных уравнений относительно комплексных амплитуд A_{I}, B_{I} и A_{II}. Решение системы дает

$$A_{\mathrm{I}} = i(1/k)R_k E_z^{dc} E_z^{ac} \cdot (2 - e^{-i2kl}),$$

$$B_{\mathrm{I}} = -i(1/k)R_k E_z^{dc} E_z^{ac} \cdot e^{-i2kl}. \qquad (\text{ПII-5})$$

Подставляя (ПII-5) в (ПII-3), получаем

$$\sigma_{\mathrm{I}} = (2/s)R_k E_z^{dc} E_z^{ac} \left(e^{-ikz} + ie^{-i2kl} \sin kz - 1\right). \quad (\text{ПII-6})$$

Подставляя (ПII-6) в (6), получаем выражение для $D_z^{ac}(z)$, которое при $W_k \ll 1$ легко преобразуется в (15).

Список литературы

[1] *Сегнетоэлектрики* в технике СВЧ / Под ред. О.Г. Вендика. М.: Сов. радио, 1979. 272 с.
[2] *Вендик О.Г., Тер-Мартиросян Л.Т.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 12. С. 108–114.
[3] *Vendik O.G., Mironenko I.G., Ter-Martirosyan L.T.* // Microwaves & RF. 1994. Vol. 33. N 7. P. 67–70.
[4] *Вендик О.Г., Неженцев В.В., Платонова Л.М.* // Изв. ЛЭТИ. Л., 1968. Вып. 64. С. 92–102.
[5] *Тер-Мартиросян Л.Т.* // РиЭ. 1975. Т. 20. Вып. 12. С. 2592–2601.
[6] *Gevorgian S.S., Kaparkov D.I., Vendik O.G.* // IEEE Proc. Microw. Antennas Propag. 1994. Vol. 141. N 6. P. 501–503.
[7] *Vendik O.G., Petrov P.K., Chakalov R.A.* et al. // Proc. of 27th European Microwave Conf. Jerusalem, 1997. Vol. 1. P. 196–202.
[8] *Krupka J., Geyer R.G., Kuhn M.* et al. // IEEE Trans. on MTT. 1994. Vol. 42. N 10. P. 1886–1890.
[9] *Vendik O.G., Ter-Martirosyan L.T., Zubko S.P.* // J. Appl. Phys. 1998. Vol. 84. N 2. P. 993–998.
[10] *Vendik O.G., Ter-Martirosyan L.T., Dedyk A.I.* et al. // Ferroelectrics. 1993. Vol. 144. N 1–4. P. 33–43.
[11] *Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г.* // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. I. Методы и приборы ультразвуковых исследований. Ч. А. М.: Мир, 1966. С. 204–326.
[12] *Най Дж.* Физические свойства кристаллов. М.: Мир, 1967. 386 с.
[13] *Желудев И.С.* Физика кристаллических диэлектриков. М.: Наука, 1968. 464 с.
[14] *Sakudo T., Unoki H.* // Phys. Rev. Lett. 1971. Vol. 26. P. 851–853.
[15] *Schimizu T.* // Sol. St. Commun. 1997. Vol. 102. N 7. P. 523–527.
[16] *Rewald W.* // Sol. St. Commun. 1970. Vol. 8. N 18. P. 1483–1485.
[17] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.
[18] *Vendik O.G., Zubko S.P.* // J. Appl. Phys. 1997. Vol. 82. N 9. P. 4475–4483.
[19] *Schmidt G., Hegenbarth E.* // Phys. St. Sol. 1963. Vol. 3. N 2. P. 329–331.