

01;02

Особенности процесса тормозного излучения при столкновениях с атомом водорода в возбужденном состоянии

© А.В. Король, О.И. Оболенский, А.В. Соловьев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 12 февраля 1998 г. В окончательной редакции 16 марта 1999 г.)

Исследованы особенности процесса тормозного излучения, возникающего при столкновении быстрой заряженной частицы с атомом водорода (водородоподобным ионом), находящимся в возбужденном состоянии. Показано, что в спектре излучения фотонов с энергией больше потенциала ионизации данного возбужденного состояния (кроме $2s$) наблюдаются узкие линии, обусловленные девозбуждением атома в промежуточном состоянии. Продемонстрировано, что при рассеянии заряженной частицы на возбужденном атоме водорода в дифференциальном сечении тормозного излучения возникают особенности, отсутствующие при рассеянии на атоме водорода в основном состоянии. Получены выражения для обобщенной динамической поляризуемости атома водорода и водородоподобных ионов, находящихся в $1s$ -, $2s$ - и $3s$ -состояниях. Разработан метод, позволяющий получать выражения для обобщенных динамических поляризуемостей других возбужденных состояний, основанный на использовании кулоновской функции Грина и представлении волновой функции электрона через дифференцирование производящих функций полиномов Лагерра. Проведены расчеты сечений тормозного излучения электрона и позитрона на атоме водорода в $1s$ -, $2s$ - и $3s$ -состояниях.

Введение

В настоящей работе рассчитаны и сравниваются друг с другом сечения тормозного излучения быстрых заряженных частиц — электрона и позитрона при столкновении с атомом водорода, находящимся как в основном, так и в возбужденном состояниях. Исследованы зависимости сечений процесса от частоты испущенного фотона и скорости налетающей частицы. Учтены два основных механизма излучения фотона — обычное [1,2] и поляризационное тормозное излучение, которое возникает в результате динамической поляризации атома-мишени электрическим полем налетающей частицы [3–5]. Продемонстрирована важная роль интерференции двух механизмов излучения.

Поляризационное тормозное излучение при столкновениях электронов, позитронов и протонов с атомами водорода, находящимся в основном состоянии, рассматривалось в [6–8]. В настоящей работе подробно проанализирована роль поляризационного механизма излучения при столкновениях заряженных частиц с атомом водорода, находящимся в возбужденных состояниях. В работе показано, что имеются существенные различия в поведении сечений тормозного излучения при переходе от основного состояния мишени к возбужденным.

Расчет вклада поляризационного тормозного излучения, а также интерференционного слагаемого сечения выполнен методом кулоновской функции Грина. Волновая функция начального и конечного состояний получается путем дифференцирования по параметру простой производящей функции [9]. В результате удается получить замкнутые выражения для динамического отклика атома-мишени для произвольного главного квантового числа. В работе используется атомная система единиц ($|e| = \hbar = m_e = 1$).

Сечение тормозного излучения при столкновении заряженной частицы с атомом водорода или водородоподобным ионом

Рассмотрим столкновение заряженной частицы с импульсом \mathbf{p} и энергией ε_1 с атомом водорода, находящимся в основном или возбужденном состоянии $|j\rangle$. В результате столкновения излучается фотон с частотой ω , энергия и импульс налетающей частицы становятся равными ε_2 и \mathbf{p}' , а состояние атома-мишени не изменяется. Дифференциальное сечение тормозного излучения для s -состояний в борновском дипольном приближении с учетом вкладов обычного и поляризационного механизмов описывается формулой [3]

$$\frac{d^4\sigma}{d\omega d q d\Omega_k} = \frac{4}{3} \frac{\omega^3}{\pi c^3 v^2 q} \left| \frac{Z - W_j(q)}{\mu \omega^2} + e\alpha_j(\omega, q) \right|^2 \times \left\{ 1 - P_2(\cos \theta_q) P_2(\cos \theta_k) \right\}. \quad (1)$$

Здесь ω — частота испущенного фотона, v — скорость налетающей частицы, $c \approx 137$ — скорость света, $q = |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|$ — переданный при столкновении импульс, Z — заряд ядра атома-мишени, e — заряд налетающей частицы (для электрона $e = -1$), μ — приведенная масса налетающей частицы и атома-мишени, $\theta_k = \hat{\mathbf{k}}\mathbf{p}$ — угол между направлением вылета фотона и направлением движения налетающей частицы, $\cos \theta_q = \cos \hat{\mathbf{q}}\mathbf{p} = (2\omega + q^2)/2vq$, $P_2(x)$ — полином Лежандра, $W_j(q)$ — форм-фактор состояния атома с набором квантовых чисел j , $W_j(q) = \int dV e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} |\Phi_j(\mathbf{r})|^2$, $\alpha_j(\omega, q)$ — обобщенная динамическая дипольная поля-

ризуемость атома,

$$\alpha_j(\omega, q) = -\frac{i}{q} \sum_f \left[\frac{\langle j | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | f \rangle \langle f | \mathbf{r} \mathbf{n}_q | j \rangle}{\omega - \omega_{fj} + i0} - \frac{\langle f | \mathbf{r} \mathbf{n}_q | f \rangle \langle j | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | j \rangle}{\omega + \omega_{fj} + i0} \right], \quad (2)$$

где $\omega_{fj} = E_f - E_j$ — частоты переходов между состояниями с энергиями ε_f и ε_j .

Проинтегрировав (1), получаем спектральную зависимость сечения

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{\omega^3}{c^3 v^2} \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} \frac{dq}{d} \left| \frac{Z - W_j(q)}{\mu \omega^2} + e\alpha_j(\omega, q) \right|^2, \quad (3)$$

где

$$q_{\min} = \mu v \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\omega}{\mu v^2}} \right), \quad q_{\max} = \mu v \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2\omega}{\mu v^2}} \right). \quad (4)$$

В сечениях (1) и (3) слагаемое, пропорциональное $(Z - W_j/q)/\mu\omega^2$, описывает обычное тормозное излучение, а слагаемое, пропорциональное $e\alpha_j(\omega, q)$, — поляризационное. Поскольку в знаменателе амплитуды обычного тормозного излучения стоит приведенная масса μ , то обычный механизм излучения оказывается подавленным в случае тяжелой налетающей частицы, например протона. В случае столкновения электрона или позитрона оба механизма излучения дают вклады одного порядка величины. В этом случае отдача электрона (позитрона) при столкновении существенно влияет на пределы области переданных импульсов q_{\min} и q_{\max} при $\omega \sim v^2/2$, тогда как для тяжелой частицы в этой области частот отдачей можно пренебречь.

Расчет обобщенной динамической дипольной поляризуемости атома водорода в возбужденном состоянии методом кулоновской функции Грина

Приведенные выше формулы показывают, что поведение полного сечения тормозного излучения определяется обобщенной динамической поляризуемостью. Для многоэлектронных атомов получение обобщенной поляризуемости является сложной задачей, требующей численного расчета [5,10]. Для водородоподобных систем возможно аналитическое решение этой задачи. В настоящей работе для расчета обобщенной динамической поляризуемости мы используем одно из представлений кулоновской функции Грина. Использование кулоновских единиц позволяет легко распространить полученные результаты также на случай водородоподобных ионов. Для получения обобщенной поляризуемости возможно также использовать другие методы, например

метод Штернхаймера [11]. Мы использовали кулоновскую функцию Грина в координатном представлении, однако аналогичные вычисления можно проводить с использованием других представлений функции Грина, например импульсного [12].

Предлагаемый способ вычисления обобщенной динамической поляризуемости водорода позволяет в принципе получить замкнутые аналитические выражения для обобщенной поляризуемости состояния с любым главным квантовым числом. Идея метода состоит в представлении радиальных волновых функций атома водорода R_{nl} через дифференцирование производящей функции полиномов Лагерра [9]

$$R_{nl}(r) = \frac{2^{l+1}}{n^{l+2} \sqrt{\Gamma(n-l)\Gamma(n+l+1)}} \times \frac{d^{n-l-1}}{dt^{n-l-1}} \left[\frac{r^l e^{-\lambda r}}{(1-t)^{2l+2}} \right] \Big|_{t=0}, \quad (5)$$

где $\lambda = 1/n \times (1+t)/(1-t)$.

Такое представление волновых функций удобно для вычисления матричных элементов, а следовательно, и поляризуемости (2), поскольку позволяет производить операцию дифференцирования после вычисления радиального интеграла в матричных элементах, что существенно упрощает весь расчет. Фактически необходимо вычислить матричные элементы, в которые вместо радиальных волновых функций атома водорода входит $r^l e^{-\lambda r}$. Окончательный результат для различных состояний получается затем дифференцированием различной кратности полученного выражения.

Этот метод особенно удобен, если дифференцирование по параметру реализуется программным способом (мы использовали пакет Mathematica фирмы Wolfram Research).

Покажем, что сумму матричных элементов, образующих поляризуемость, можно выразить через набор гипергеометрических функций. Используя дисперсионное представление функции Грина, запишем поляризуемость в виде суммы двух слагаемых

$$\alpha_j(\omega, q) = X(E_j + \omega, q) + X(E_j - \omega, q), \quad (6)$$

где

$$X(E, q) = -\frac{i}{q} \langle j | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_1} G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; E) \mathbf{r}_2 \mathbf{n}_q | j \rangle.$$

Воспользуемся далее разложением функции Грина по сферическим волнам

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; E) = \sum_{lm} G_l(r_1, r_2; E) Y_{lm}(\mathbf{n}_1) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_2), \quad (7)$$

где для функции Грина радиального уравнения Шредингера мы используем представление [13]

$$G_l(r_1, r_2; E) = \frac{2i}{\sqrt{r_1 r_2}} (-1)^{l+1} \int_1^\infty \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \left(\frac{\xi + 1}{\xi - 1} \right)^{i\nu} \times J_{2l+1}(2k\sqrt{r_1 r_2} \sqrt{\xi^2 - 1}) e^{ik\xi(r_1+r_2)},$$

$$k = \sqrt{2E}, \quad \nu = \frac{1}{k}. \quad (8)$$

Формально это представление справедливо при $E > 0$. Однако оно может быть аналитически продолжено в область $E < 0$. Мы производим аналитическое продолжение в окончательных выражениях, выразив $X(E, q)$ через гипергеометрические функции.

Рассмотрим подробнее случай $l = 0$, что соответствует выбору s -состояний атома водорода в начальном и конечном состояниях процесса. Тогда матричный элемент $X(E, q)$ после интегрирования по углам можно записать в следующем виде:

$$X(E, q) = \frac{4}{n^5 \Gamma^2(n)} \hat{D}_1 \hat{D}_2 M, \quad (9)$$

где операторы дифференцирования определены согласно

$$\hat{D}_m f(t_m) = \frac{d^{m-1}}{dt_m^{m-1}} \left[\frac{f(t_m)}{(1-t_m)^2} \right] \Big|_{t_m=0}, \quad m = 1, 2, \quad (10)$$

а радиальный интеграл после интегрирования по r_1 и r_2 и замены переменной может быть представлен в следующем виде:

$$M = 2^9 ik^3 \int_0^1 d\tau (1-\tau) \tau^{1-i\nu} \frac{by - ax\tau}{[(by - ax\tau)^2 + q^2(y - x\tau)^2]^3} - 2^9 ik^5 \int_0^1 d\tau \tau^{2-i\nu} \frac{5(by - ax\tau)^2 - q^2(y - x\tau)^2}{[(by - ax\tau)^2 + q^2(y - x\tau)^2]^4}, \quad (11)$$

где $a = \lambda_1 + ik$, $b = \lambda_1 - ik$, $x = \lambda_2 + ik$, $y = \lambda_2 - ik$.

При $q = 0$ интеграл (11) сводится к определению гипергеометрической функции. Этот случай соответствует предельному переходу обобщенной поляризуемости в динамическую. В результате для $X(E, 0)$ получаем довольно простое выражение через две гипергеометрические функции

$$X(E, 0) = \frac{2^{11}}{n^5 \Gamma^2(n)} \hat{D}_1 \hat{D}_2 \times \left[\frac{ik^3}{b^5 y^5 (2 - i\nu)(3 - i\nu)} {}_2F_1 \left(5, 2 - i\nu; 4 - i\nu; \frac{ax}{by} \right) - \frac{5ik^5}{b^6 y^6 (3 - i\nu)} {}_2F_1 \left(6, 2 - i\nu; 4 - i\nu; \frac{ax}{by} \right) \right]. \quad (12)$$

Дипольная динамическая поляризуемость получается подстановкой (12) в (6).

В случае $q \neq 0$ интеграл (11) также можно представить через гипергеометрические функции путем разложения подынтегральных выражений на простейшие дроби. Однако получающееся выражение довольно громоздко, поэтому его явный вид приведен в Приложении.

Особенности обобщенной динамической дипольной поляризуемости возбужденных состояний атомов водорода

Проанализируем формулу (2), называя для краткости первое слагаемое в квадратных скобках слагаемым A , а второе слагаемое — слагаемым B . Рассмотрим сначала частотную зависимость $\alpha_j(\omega, q)$. Для промежуточных состояний $|f\rangle$, находящихся в дискретном спектре, имеем $E_f < 0$. Если энергия E_f больше энергии начального и конечного состояний E_j , т.е. $\omega_{fj} > 0$, то слагаемое B с ростом частоты ω ведет себя монотонно, тогда как слагаемое A возрастает резонансным образом вблизи полюсов $\omega \rightarrow E_f - E_j$. Полюсам поляризуемости соответствует реальный процесс, в котором атом водорода, взаимодействуя с налетающей частицей, возбуждается в состояние $|f\rangle$ и затем возвращается в начальное состояние $|j\rangle$ с испусканием фотона. Расходимость поляризуемости устраняется введением в энергетический знаменатель мнимой добавки $i\Gamma_i$, где Γ_i — ширина уровня. В настоящей работе мы будем рассматривать лишь такие частоты ω , для которых выполняется условие $\omega - (E_f - E_j) \gg \Gamma_i$. Вследствие малости радиационной ширины Γ_i это условие выполняется вплоть до частот, очень близких к полюсам поляризуемости.

Если начальное состояние атома водорода $|j\rangle$ не является основным, то для некоторых промежуточных состояний $|f\rangle$ верно неравенство $0 > E_j > E_f$, т.е. $\omega_{fj} < 0$. При выполнении этого условия слагаемое A ведет себя монотонно с ростом частоты ω . Напротив, слагаемое B резонансно возрастает при $\omega \rightarrow E_j - E_f$. Этой расходимости также соответствует реальный процесс, в котором атом водорода, находившийся первоначально в возбужденном состоянии $|j\rangle$, девозбуждается с излучением фотона, а затем при взаимодействии с налетающей частицей возвращается в исходное возбужденное состояние. При этом для возбужденного состояния атома водорода выполняется условие $I \equiv -E_j < E_j - E_f$, т.е. полюса поляризуемости $\omega = E_j - E_f$ оказываются выше порога ионизации I данного возбужденного состояния $|j\rangle$.

Таким образом, в частотной зависимости поляризуемости существуют полюса, соответствующие реальным процессам возбуждения и девозбуждения атома в промежуточном состоянии. Причем полюса, соответствующие процессам девозбуждения, лежат выше потенциала ионизации соответствующих возбужденных состояний. Следовательно, в спектре поляризационного тормозного

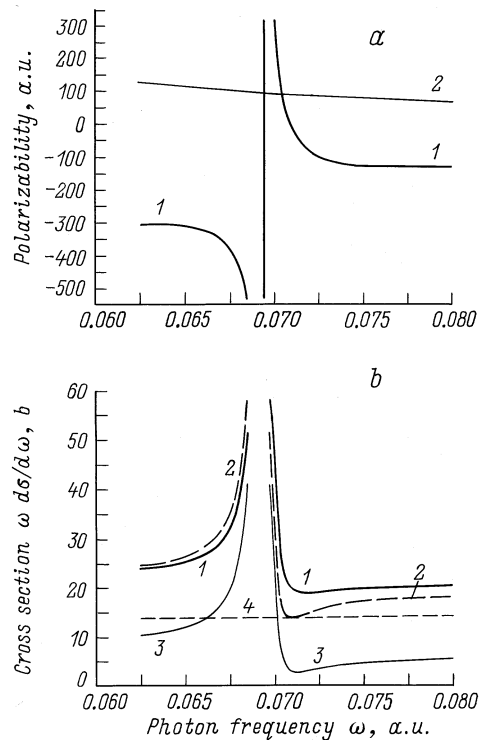


Рис. 1. *a* — зависимость обобщенной динамической поляризуемости $3s$ -состояния атома водорода от частоты фотона ω вблизи полюса поляризуемости $\omega = E_{3s} - E_{2p} = 5/72$ при фиксированном переданном импульсе $q = 0.001$: *1* — действительная часть поляризуемости, *2* — мнимая часть поляризуемости, вертикальная линия — положение полюса действительной части поляризуемости; *b* — спектральные зависимости сечений тормозного излучения электронов и позитронов для атома водорода в $3s$ -состоянии: скорость налетающих частиц $v = 4$; жирная *1* — полное сечение тормозного излучения электрона, *2* — полное сечение тормозного излучения позитрона, *3* — сечение поляризационного тормозного излучения, *4* — сечение обычного тормозного излучения.

излучения, генерируемого при столкновении с возбужденным атомом водорода, должны наблюдаться узкие линии не только ниже, но и выше потенциала ионизации рассматриваемого возбужденного состояния. Исключение составляет только $2s$ -состояние, так как дипольные переходы с девозбуждением для этого состояния запрещены правилами отбора.

На рис. 1, *a* представлена поляризуемость $3s$ -состояния атома водорода вблизи частоты, соответствующей переходу $3s \rightarrow 2p$. Видно, что действительная часть поляризуемости имеет явно выраженный полюсный характер. Мнимая же часть описывается только слагаемым A и монотонно падает с увеличением частоты ω .

Перейдем к анализу вклада в $\alpha(\omega, q)$ промежуточных состояний с энергией $E_f > 0$. Согласно асимптотическому виду волновых функций промежуточного состояния, при достаточно больших E_f и q в матричном элементе $\langle j | e^{-iqr} | f \rangle$ возникает произведение двух быстро осциллирующих функций типа e^{-iqr} и e^{ikr} , где k — волновой век-

тор электрона в промежуточном состоянии. При $q = k$, т. е. при $E_f = q^2/2$, осцилляции функций подынтегрального выражения взаимно компенсируются, в результате чего матричный элемент как функция q имеет максимум в окрестности точки $q = k$. При вычислении $\alpha(\omega, q)$ и интегрировании по энергии промежуточного состояния E_f именно состояния с $E_f \sim q^2/2$ дают основной вклад. Из-за малой величины энергетического знаменателя это приводит к возникновению нерегулярности в обобщенной динамической поляризуемости при

$$\omega \approx \frac{q^2}{2} + I. \quad (13)$$

Область взаимной компенсации экспонент e^{-iqr} и e^{ikr} определяется радиусом начального состояния. С увеличением радиуса состояния особенность (13) становится более выражена. Этот вывод подтверждается нашими вычислениями. Особенность (13) практически не заметна в случае $1s$ -состояния и усиливается при переходе к $2s$ - и $3s$ -состояниям.

Рассмотрим теперь зависимость обобщенной поляризуемости от переданного импульса q . Важной особенностью возбужденных состояний атома водорода является значительная неоднородность пространственного распределения заряда электрона. Это приводит к появлению нулей у фурье-образа плотности заряда, т. е. у форм-фактора. Можно показать, что форма-фактор s -состояний атома водорода описывается рациональной функцией от q^2 , причем эта функция не имеет нулей только для $1s$ -состояния. В пределе больших частот фотона $\omega \gg I$ поляризуемость атома пропорциональна его форм-фактору $\alpha_j(\omega, q) \approx -W_j(q)/\omega^2$. Поэтому немонотонное поведение форм-фактора в зависимости от q ведет также и к немонотонному поведению обобщенной поляризуемости как функции q .

Рис. 2 иллюстрирует зависимость поляризуемости $2s$ -состояния от переданного импульса q . Непрерывной

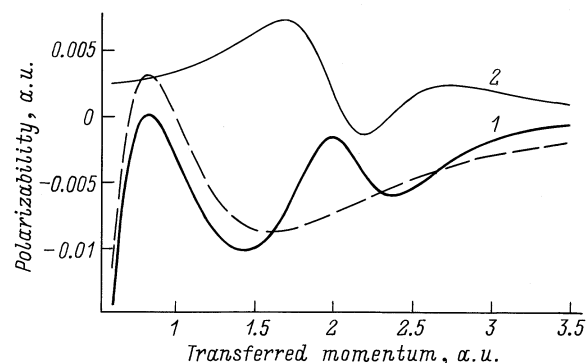


Рис. 2. Зависимость обобщенной динамической поляризуемости $2s$ -состояния атома водорода от переданного импульса q при фиксированной частоте фотона $\omega = 2.14$. *1* — действительная часть поляризуемости, *2* — мнимая часть поляризуемости, штриховая кривая — асимптотическая форма действительной части поляризуемости $\alpha(\omega, q) \sim -W(q)/\omega^2$.

толстой линией представлена зависимость действительной части обобщенной динамической поляризуемости от переданного импульса q при фиксированной частоте $\omega = 2.14$. В интервале $q \in [0.5, 3.5]$ действительная часть поляризуемости имеет два максимума. Первый возникает вследствие немонотонного поведения форм-фактора. Форм-фактор $2s$ -состояния, деленный на минус квадрат частоты, представлен штриховой кривой. Второй максимум есть проявление описанной выше особенности, возникающей при $\omega \approx q^2/2+1$. Кривая 2 показывает поведение мнимой части динамической поляризуемости. Особенность в точке (13) проявляется также в нерегулярном поведении мнимой части поляризуемости как функции q .

Результаты численного расчета сечений тормозного излучения

Результаты численного расчета полных сечений тормозного излучения, возникающего при рассеянии легких заряженных частиц (электронов и позитронов) на возбужденном атоме водорода, представлены на рисунках 1, 3 и 4.

На рис. 1, *b* приведена спектральная зависимость сечения тормозного излучения, формирующегося при столкновении электронов и позитронов с атомом водорода, находящимся в $3s$ -состоянии. Интервал частот фотона содержит полюс поляризуемости, соответствующий переходу $3s \rightarrow 2p$. Энергия этого перехода больше потенциала ионизации $3s$ -оболочки. Таким образом, наличие полюса у обобщенной поляризуемости выше потенциала ионизации приводит к возникновению узкой линии в спектре тормозного излучения. Отметим, что интерференционное слагаемое полного сечения процесса пропорционально действительной части поляризуемости, которая меняет знак при прохождении полюса. Изменение знака интерференции обычного и поляризационного механизмов излучения проявляется в том, что ниже полюса поляризуемости сечение тормозного излучения позитрона больше, чем электрона, а выше полюса, наоборот, сечение тормозного излучения электрона больше, чем позитрона.

На рис. 3 приведены спектральные зависимости сечения тормозного излучения для $1s$ -, $2s$ - и $3s$ -состояний атома водорода при скорости налетающей частицы $v = 4$ а.е. Сравнение этих зависимостей показывает, что для одной и той же скорости столкновения с ростом главного квантового числа вклад поляризационного механизма излучения в полное сечение процесса падает. Если в $1s$ -состоянии вблизи порога более эффективен поляризационный механизм излучения, то в $2s$ - и в $3s$ -состояниях сечение обычного тормозного излучения превышает сечение поляризационного тормозного излучения. Это связано с возрастанием радиуса орбиты при увеличении главного квантового числа. Действительно, при формировании тормозного излучения по обычному

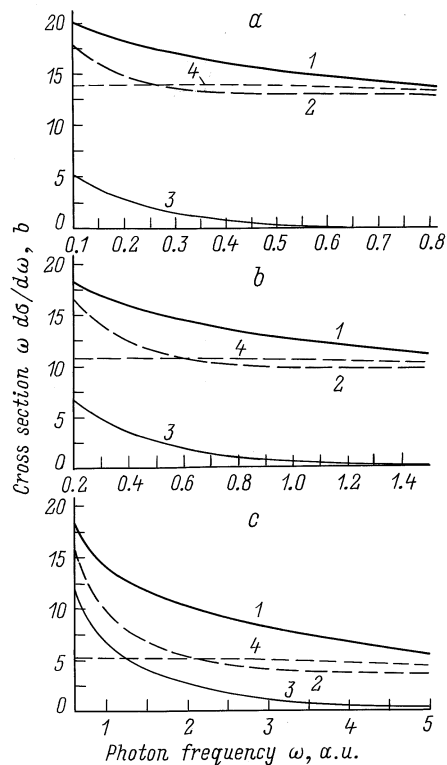


Рис. 3. Спектральные зависимости сечений тормозного излучения электронов и позитронов для атома водорода в $1s$ - (*c*), $2s$ - (*b*) и $3s$ -состояниях (*a*). Скорость налетающих частиц $v = 4$; 1 — полное сечение тормозного излучения электрона, 2 — полное сечение тормозного излучения позитрона, 3 — сечение поляризационного тормозного излучения, 4 — сечение обычного тормозного излучения.

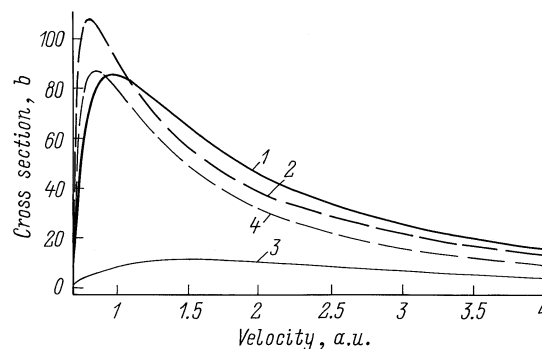


Рис. 4. Зависимость сечений тормозного излучения электронов и позитронов от скорости налетающей частицы для атома водорода в $2s$ -состоянии. Частота фотона $\omega = 0.25$; 1 — полное сечение тормозного излучения электрона, 2 — полное сечение тормозного излучения позитрона, 3 — сечение поляризационного тормозного излучения, 4 — сечение обычного тормозного излучения.

механизму важны малые прицельные параметры, когда налетающая частица движется вблизи ядра атома-мишени. Поэтому увеличение радиуса атома-мишени приводит к возрастанию величины сечения обычного

тормозного излучения. Наоборот, тормозное излучение по поляризационному механизму наиболее эффективно формируется при больших прицельных параметрах столкновения, где налетающая частица сильнее поляризует атом-мишень.

На рис. 4 представлена зависимость сечения процесса от скорости налетающей частицы при частоте $\omega = 0.25$ а.е., составляющей два потенциала ионизации $2s$ -оболочки. Эта зависимость обладает характерным максимумом, причем учет интерференции обычного и поляризационного механизмов излучения приводит к различному положению максимумов сечения процесса для электрона и позитрона. Обращает на себя внимание также тот факт, что интерференция двух механизмов излучения носит конструктивный характер для электрона и деструктивный для позитрона при скорости $v > 1.1$, тогда как при $v < 1.1$ электрон и позитрон меняются ролями. Такое поведение сечения есть результат знакопеременности $\alpha(\omega, q)$ как функции q (см. формулу (3)), что в свою очередь происходит в результате дифракции электрона на неоднородном распределении заряда в $2s$ -состоянии атома водорода.

Заключение

Итак, в настоящей работе предложен метод получения замкнутых аналитических выражений для обобщенной динамической дипольной поляризуемости атома водорода и водородоподобных ионов, находящихся как в основном, так и в возбужденных состояниях. Идея метода заключается в применении кулоновской функции Грина и одновременном представлении волновых функций начального и конечного состояний электрона через производящую функцию полиномов Лагерра.

С помощью предлагаемого метода была вычислена обобщенная поляризуемость $1s$, $2s$ и $3s$ -состояний. Анализ полученных выражений показал, что поляризуемость возбужденного состояния обладает особенностями, отсутствующими у поляризуемости основного состояния.

Для возбужденных состояний оказываются возможными виртуальные переходы с девозбуждением в промежуточном состоянии. Энергия таких переходов больше потенциала ионизации начального возбужденного состояния, что ведет к появлению узких линий в непрерывном спектре излучения с энергией выше потенциала ионизации атома.

Другой важной особенностью возбужденных состояний является немонотонная зависимость дифференциальных сечений тормозного излучения от переданного импульса q . Природа этой особенности связана с неоднородностью распределения заряда электрона в возбужденных состояниях.

Наш расчет показывает, что локальный максимум в дифференциальном сечении тормозного излучения при частоте $\omega \sim q^2/2$ более выражен для возбужденных $2s$ - и $3s$ -состояний по сравнению с $1s$ -состоянием. Этот максимум есть проявление особенности Бете ("гребень

Бете"), известной в дифференциальном неупругом рассеянии электронов на атомах.

Данная работа стала возможной благодаря финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 96-02-17922-а) и Международного научно-технического центра (проект № 076-95).

Приложение

Ниже приводится явный вид выражения для вычисления обобщенной динамической поляризуемости атома водорода, находящегося в состоянии с главным квантовым числом, равным n , и нулевым орбитальным моментом $l = 0$.

Поляризуемость выражена через сумму двух слагаемых, содержащих дифференцирование гипергеометрических функций ${}_2F_1$. Отметим, что итоговое выражение может быть преобразовано к более компактному виду за счет уменьшения количества гипергеометрических функций. Однако данное представление, на наш взгляд, более удобно с точки зрения проведения численных расчетов

$$\alpha_{ns}(\omega, q) = X(E_n + \omega, q) + X(E_n - \omega, q), \quad (\text{П1})$$

где

$$X(E, q) = \frac{2^6}{n^5 \Gamma^2(n)} \hat{D}_1 \hat{D}_2 M. \quad (\text{П2})$$

Дифференциальные операторы \hat{D} определяются согласно (10), а величина M имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} M = & -3 \frac{\chi^2 \alpha}{y^5 \gamma q^3 k (2 - i\nu)(3 - i\nu)} {}_2F_1(1, 2 - i\nu, 4 - i\nu, z_1) \\ & + 3 \frac{\chi \alpha^2}{y^5 \beta q^3 k (2 - i\nu)(3 - i\nu)} {}_2F_1(1, 2 - i\nu, 4 - i\nu, z_2) \\ & + 6i \frac{\chi^2 \alpha}{y^6 \gamma q^3 (3 - i\nu)} {}_2F_1(1, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_1) \\ & - 6i \frac{\chi \alpha^2}{y^6 \beta q^3 (3 - i\nu)} {}_2F_1(1, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_2) \\ & + 2i \frac{\chi^2 (\alpha + 2iq)}{y^5 \gamma^2 q^3 k (2 - i\nu)(3 - i\nu)} {}_2F_1(2, 2 - i\nu, 4 - i\nu, z_1) \\ & - 2i \frac{\alpha^2 (\chi - 2iq)}{y^5 \beta^2 q^3 (2 - i\nu)(3 - i\nu)} {}_2F_1(2, 2 - i\nu, 4 - i\nu, z_2) \\ & + 6 \frac{\chi^2 k (\alpha + iq)}{y^6 \gamma^2 q^3 (3 - i\nu)} {}_2F_1(2, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_1) \\ & - 6 \frac{\alpha^2 (\chi - iq)}{y^6 \beta^2 q^3 (3 - i\nu)} {}_2F_1(2, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_2) \\ & + 8i \frac{\chi^2 k}{y^5 \gamma^3 q^2 (2 - i\nu)(3 - i\nu)} {}_2F_1(3, 2 - i\nu, 4 - i\nu, z_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 8i \frac{\alpha^2 k}{y^5 \beta^3 q^2 (2 - i\nu)(3 - i\nu)} {}_2F_1(3, 2 - i\nu, 4 - i\nu, z_2) \\
& - 4i \frac{\chi^2 k^2 (\alpha + 4iq)}{y^6 \gamma^3 q^3 (3 - i\nu)} {}_2F_1(3, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_1) \\
& + 4i \frac{\alpha^2 k^2 (\chi - 4iq)}{y^6 \beta^3 q^3 (3 - i\nu)} {}_2F_1(3, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_2) \\
& - 24i \frac{\chi^2 k^3}{y^6 \gamma^4 q^2 (3 - i\nu)} {}_2F_1(4, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_1) \\
& - 24i \frac{\alpha^2 k^3}{y^6 \beta^4 q^2 (3 - i\nu)} {}_2F_1(4, 3 - i\nu, 4 - i\nu, z_2). \quad (\text{П3})
\end{aligned}$$

В формуле (П3) использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
k &= \sqrt{2E}, & \nu &= \frac{1}{k}, \\
z_1 &= \frac{\chi x}{\gamma y}, & z_2 &= \frac{\alpha x}{\beta y}, \\
\alpha &= \lambda_1 + ik + iq, & \beta &= \lambda_1 - ik + iq, \\
\chi &= \lambda_2 + ik - iq, & \gamma &= \lambda_2 - ik - iq, \\
x &= \lambda_2 + ik, & y &= \lambda_2 - ik, \\
\lambda_1 &= \frac{1}{n} \frac{1 + t_1}{1 - t_1}, & \lambda_2 &= \frac{1}{n} \frac{1 + t_2}{1 - t_2}. \quad (\text{П4})
\end{aligned}$$

Список литературы

- [1] Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981. 432 с.
- [2] Pratt R.H. // Fundamental Processes in Energetic Atomic Collisions / Ed. H.O. Lutz, J.S. Briggs, H. Kleinpoppen. New York: Plenum, 1983. P. 145–182.
- [3] Цитович В.Н., Ойрингель И.М. Поляризаационное излучение частиц и атомов. М.: Наука, 1987. 335 с.
- [4] Amusia M.Ya. // Phys. Rep. 1988. Vol. 162. P. 145–182.
- [5] Korol A.V., Solov'ov A.V. // J. Phys. B. 1997. Vol. 30. P. 1105–1150.
- [6] Буймистров В.М., Трахтенберг Л.И. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 108–114.
- [7] Буймистров В.М., Кротов Ю.А., Трахтенберг Л.И. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 808–816.
- [8] Dubois A., Maquet A. // Phys. Rev. A. 1989. Vol. 40. P. 4288–4297.
- [9] Фок В.А. Начало квантовой механики. М.: Наука, 1976. 376 с.
- [10] Korol A.V., Lyalin A.G., Solov'ov A.V. // J. Phys. B. 1997. Vol. 30. P. L115–L121.
- [11] Yakhontov V., Jungmann K. // Zeitschrift für Physik D. 1996. Bd 38. N 2. S. 141–153.
- [12] Горшков В.Г. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 352–359.
- [13] Зон Б.А., Манаков Н.Л., Рапопорт Л.П. Теория многофотонных процессов в атомах. М.: Атомиздат, 1978. 184 с.