

01;03

Некоторые эффекты электростатического взаимодействия капель воды в атмосфере

© В.А. Саранин

Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко, 427600 Глазов, Россия

(Поступило в Редакцию 23 июня 1998 г. В окончательной редакции 23 октября 1998 г.)

Произведены расчеты напряженности электрического поля на поверхности двух заряженных проводящих сферических частиц и силы их взаимодействия. Показано, что при сближении одноименно заряженных частиц сила меняет знак, становясь силой притяжения, исключение составляет случай, когда заряды частиц относятся как квадраты их радиусов (отталкивание на любых расстояниях между частицами). В случае одинаковых по размеру частиц найдены автомодельные асимптотические решения для силы и энергии взаимодействия. При численном моделировании совместного падения пары заряженных капель воды в атмосфере показана возможность рэлеевской неустойчивости капли, образовавшейся в результате коагуляции пары.

Введение

Взаимодействие капель воды в атмосфере имеет решающее значение при формировании осадков, гроз и других атмосферных явлений, поэтому требует всестороннего изучения. Хорошо известными явлениями, происходящими с каплями, являются такие, например, как электризация, коагуляция, дробление, коронирование. При этом важно знать роль тех или иных факторов в формировании явления. Очевидно, что электрическое поле у поверхности капель и электрические силы, действующие на них, являются одними из таких важных факторов, влияющих на ход процессов, происходящих с каплями. Следовательно, необходима разработка методов, позволяющих эффективно и с хорошей точностью рассчитывать эти параметры.

В часто цитируемой работе [1] (см. также [2–4]) был предложен метод и произведены расчеты напряженностей поля на поверхности двух заряженных сферических частиц, находящихся во внешнем однородном поле, а также электрической силы их взаимодействия. Метод расчета в [1] достаточно громоздкий и трудновоспроизводим. В настоящей работе предлагается более простой метод расчета напряженностей поля и силы взаимодействия без учета внешнего поля.

Вывод соотношений для расчета напряженности поля и силы взаимодействия

Рассмотрим два проводящих шара радиусами R_1 , R_2 , находящихся на расстоянии l между центрами и имеющих заряды q_1 и q_2 . В результате электростатической индукции заряд первого шара создает во втором электрическое изображение Q_{11} , которое в свою очередь является источником вторичного изображения q_{12} в первом шаре (рис. 1). Таким образом, напряженность поля в точке A создается бесконечным числом зарядов — изображений,

формирующихся в обоих шарах. Если заряжен только первый шар, то напряженность поля в точке A представляется в виде

$$E_{A1} = k \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{1n}}{r_{1n}^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_{1n}}{R_{1n}^2} \right), \quad k = 1/4\pi\epsilon_0. \quad (1)$$

Используя результаты работы [5], можно записать

$$q_{1n} = q_1 \frac{\gamma \operatorname{sh} \beta}{\operatorname{sh} n\beta [\gamma + \operatorname{sh} (n-1)\beta / \operatorname{sh} n\beta]},$$

$$Q_{1n} = -q_1 \frac{\gamma \operatorname{sh} \beta}{r(1+\gamma) \operatorname{sh} n\beta},$$

$$r_{1n} = \frac{1}{1+\gamma} - r + \frac{r\gamma}{\gamma + \operatorname{sh}(n-1)\beta / \operatorname{sh} n\beta}, \quad (2)$$

$$R_{1n} = r - \frac{1}{1+\gamma} - \frac{r\gamma [\gamma + \operatorname{sh}(n-1)\beta / \operatorname{sh} n\beta]}{1+\gamma^2 + 2\gamma \operatorname{ch} \beta}. \quad (3)$$

Здесь $r = l/(R_1 + R_2)$, $\gamma = R_2/R_1$, а параметр β связан с расстоянием между центрами шаров соотношением

$$\operatorname{ch} \beta = \frac{r^2(1+\gamma)^2 - (1+\gamma^2)}{2\gamma}. \quad (4)$$

Пусть теперь первый шар незаряжен $q_1 = 0$, а второй имеет заряд q_2 . Тогда для напряженности поля в точке A аналогично имеем

$$E_{A2} = k \left(- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{2n}}{r_{2n}^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_{2n}}{R_{2n}^2} \right), \quad (5)$$

$$q_{2n} = q_2 \frac{\operatorname{sh} \beta}{\operatorname{sh} n\beta [1 + \gamma + \operatorname{sh} (n-1)\beta / \operatorname{sh} n\beta]},$$

$$Q_{2n} = -q_2 \frac{\operatorname{sh} \beta}{r(1+\gamma) \operatorname{sh} n\beta}, \quad (6)$$

$$r_{2n} = -\frac{1}{1+\gamma} + \frac{r}{1+\gamma \operatorname{sh}(n-1)\beta / \operatorname{sh} n\beta},$$

$$R_{2n} = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{r [1 + \gamma \operatorname{sh}(n-1)\beta / \operatorname{sh} n\beta]}{1+\gamma^2 + 2\gamma \operatorname{ch} \beta}. \quad (7)$$

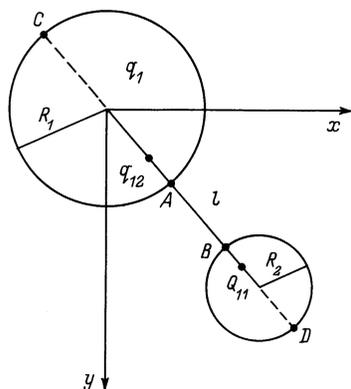


Рис. 1. Взаимное расположение заряженных частиц и системы координат.

В случае, когда оба шара имеют отличные от нуля заряды, напряженность поля в точке A равна

$$E_A = E_{A1} + E_{A2} = \frac{kq_1}{R_1^2} K_1. \quad (8)$$

Напряженность поля в точке B (рис. 1) рассчитывается по тем же формулам, что и в точке A, но с заменой $\alpha \rightarrow 1/\alpha$ ($\alpha \equiv q_2/q_1$), $\gamma \rightarrow 1/\gamma$ и соответственно равна

$$E_B = \frac{kq_2}{R_2^2} K_2. \quad (9)$$

Определенные таким образом величины K_1 и K_2 по сути представляют собой коэффициенты усиления собственного поля каждого из шаров.

Для нахождения силы, действующей на каждый из шаров, запишем сначала энергию их взаимодействия в виде [6]

$$W = \frac{1}{2} (q_1^2 s_{11} + 2q_1 q_2 s_{12} + q_2^2 s_{22}).$$

Здесь s_{11} , s_{12} , s_{22} — потенциальные коэффициенты. Удобнее, однако, перейти к емкостным коэффициентам, так как выражения для них хорошо известны. Тогда в безразмерной форме энергия взаимодействия будет иметь вид

$$W = \frac{(1 + \gamma)}{2\alpha} \left[\frac{\alpha^2 c_{11} - 2\alpha c_{12} + c_{22}}{c_{11} c_{22} - c_{12}^2} \right]. \quad (10)$$

Энергия записана в единицах $k|q_1 q_2|/(R_1 + R_2)$, а емкостные коэффициенты в единицах R_1/k . Выражения для c_{11} , c_{12} , c_{22} в выбранных единицах могут быть записаны так [6]:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \gamma \operatorname{sh} \beta \sum_{n=1}^{\infty} \left[\gamma \operatorname{sh} n\beta + \operatorname{sh}(n-1)\beta \right]^{-1}, \\ c_{12} &= -\frac{\gamma \operatorname{sh} \beta}{r(1 + \gamma)} \sum_{n=1}^{\infty} (\operatorname{sh} n\beta)^{-1}, \\ c_{22} &= \gamma \operatorname{sh} \beta \sum_{n=1}^{\infty} \left[\operatorname{sh} n\beta + \gamma \operatorname{sh}(n-1)\beta \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Выражение для силы получается дифференцированием (10) по расстоянию между центрами шаров l . В единицах $k|q_1 q_2|/(R_1 + R_2)^2$ оно может быть представлено в форме

$$\begin{aligned} F_r &= -\frac{\partial W}{\partial r} \\ &= -\frac{r(1 + \gamma)^3}{2\alpha\gamma \operatorname{sh} \beta} \mathcal{f}(c_{ik}, c'_{ik}); \quad i, k = 1, 2. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь посредством \mathcal{f} обозначена производная по β от выражения, стоящего в (10) в квадратных скобках. Производные от емкостных коэффициентов по β (c'_{ik}), входящие в \mathcal{f} , также нетрудно получить, и здесь они не приводятся, как и \mathcal{f} , ввиду их громоздкости.

Безразмерная сила и коэффициенты усиления поля на поверхности каждого из шаров рассчитывались по полученным формулам на компьютере. Для этого все слагаемые в суммах выражались через параметр $z = e^{-\beta}$ (β по-прежнему определяется соотношением (4)). Счет сумм прекращался, когда параметр z достигал машинного нуля, т. е. 10^{-38} в обычном режиме счета, а проверочные расчеты проводились в режиме двойной точности, вплоть до 10^{-80} .

Результаты расчетов напряженностей и силы

Наиболее подробно были рассмотрены два случая взаимодействия разных по размеру заряженных проводящих шаров, часто встречающихся в теории и на практике: а) шары с равными потенциалами относительно бесконечности; б) заряды шаров относятся как квадраты их радиусов. Случай шаров с равными потенциалами относительно бесконечности означает $q_1/q_2 = R_2/R_1$, т. е. $\alpha = \gamma$. Этот случай может иметь место, если зарядка шаров до их сближения происходила от одного и того же источника напряжения либо потенциалы выравнялись за счет коронного тока. Тогда, как и следовало ожидать, коэффициенты усиления поля в точках A и B (рис. 2, кривая 1) монотонно возрастают от нуля до единицы с увеличением расстояния между центрами шаров от 1 до ∞ (здесь и в дальнейшем расстояния указываются в единицах $(R_1 + R_2)$). При этом напряженность поля на большем шаре несколько быстрее стремится к единице, чем таковая на меньшем.

Гораздо сложнее дело обстоит с силой взаимодействия. При $\alpha = \gamma \neq 1$ сила на близких расстояниях между шарами является силой протяжения, неограниченно возрастающей при сближении шаров. При удалении шаров сила меняет знак, становясь силой отталкивания, затем достигает максимума и с дальнейшим увеличением расстояния между шарами начинает убывать по закону, приближающемуся к кулоновскому. Типичный график зависимости силы от расстояния между центрами шаров для $\alpha = \gamma = 4.3$ показан на рис. 3 кривой 3, кривая 4

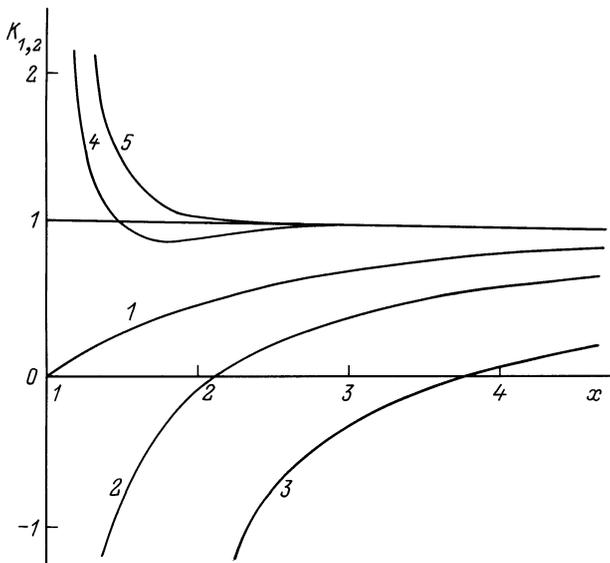


Рис. 2. Зависимости коэффициентов усиления напряженности поля на поверхности частиц (в точках A и B) от безразмерного расстояния между их центрами: $1 - \alpha = \gamma$; $2, 4 - \alpha = \gamma^2$, $\gamma = 2$; $3, 5 - \alpha = \gamma^2$, $\gamma = 4$. Верхние кривые соответствуют большей частице.

соответствует точечному заряду и шару при $\alpha = 1$, кривая 1 — кулоновскому закону. Координаты нулевой силы и координаты максимальной силы изменяются в зависимости от величины $\gamma(\alpha)$ в пределах $1 \leq r_0 \leq 1.08$ и $r_0 \leq r_m \leq 1.27$ соответственно.

Особый интерес представляет случай одинаковых шаров $R_1 = R_2$ или $\alpha = \gamma = 1$. В этом случае задачи о напряженности поля и силе взаимодействия шаров становятся автомодельными. В частности, расчет силы отталкивания шаров в зависимости от расстояния между их центрами дает кривую 2 на рис. 3, а на близких расстояниях между шарами имеем асимптотическое решение $F_r = 0.615F_K$, где F_K — сила, рассчитанная в кулоновском приближении, т.е. в случае, когда заряды шаров считаются сосредоточенными в их центрах. Для энергии соответствующее асимптотическое решение даст $W = 0.885W_K$.

Если же заряды шаров разноименные $\alpha = -\gamma = -1$, то сила их взаимодействия при сближении бесконечно возрастает по асимптотическому закону

$$F_r = -\frac{4F_K}{S(\ln(2/s) + 1)^2}, \quad S = r - 1, \quad (13)$$

который установлен с использованием формулы суммирования Эйлера–Маклорена

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n) = \int_1^{\infty} f(t) dt + \frac{1}{2} (f(1) + f(\infty))$$

с последующим разложением результата в ряд Тейлора по $\beta \ll 1$. Энергия взаимодействия при этом остается

конечной и при сближении шаров стремится к $2W_K$. Численный расчет напряженности поля в точке A (B) показал, что в рассматриваемом случае приближенная формула Пика [7]

$$E = \frac{1}{S} \left(1 + 2S + \sqrt{(1 + 2S)^2 + 8} \right) \quad (14)$$

достаточно хорошо (с погрешностью не более 1%) описывает зависимость напряженности поля в указанной точке от расстояния между шарами при любых $S > 0$ ($r > 1$).

Перейдем к обсуждению результатов расчетов в случае, когда отношение зарядов шаров равно квадрату отношения их радиусов, т.е. $\alpha = \gamma^2$. Этот случай может реализоваться на практике, если заряды шаров возникают в результате их индукционной зарядки во внешнем электрическом поле. Как известно [2], в этом случае предельный заряд на шару радиуса R равен

$$q = c_a E_0 R^2,$$

c_a — постоянный множитель, зависящий от конкретного механизма зарядки; E_0 — напряженность внешнего поля.

В этом случае, наоборот, неожиданно просто решается вопрос о силе взаимодействия шаров: оно для всех расстояний между шарами является силой отталкивания. При небольших $\gamma \lesssim 3$ сила отталкивания и в количественном отношении близка к таковой при $\alpha = \gamma = 1$. Однако с увеличением γ и α сила отталкивания стремится уже к кулоновскому пределу, т.е. при $\alpha = \gamma^2$ график зависимости силы от расстояния между центрами шаров всегда расположен между кривыми 1 и 2 на рис. 3.

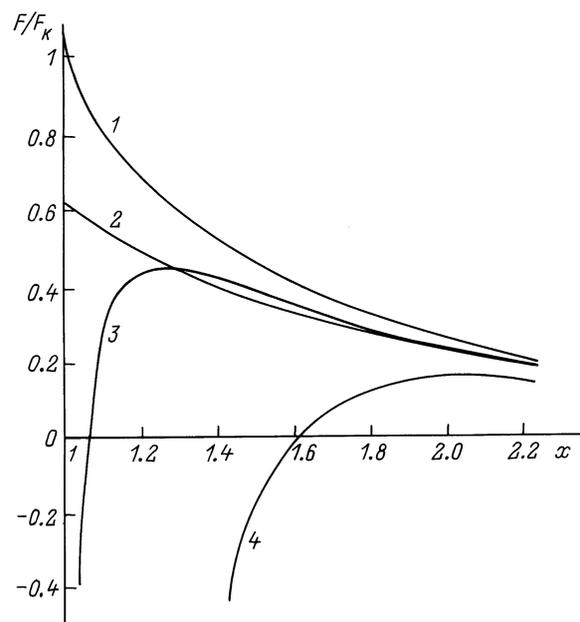


Рис. 3. Зависимости безразмерной силы, действующей на частицы, от безразмерного расстояния между их центрами.

Коэффициенты усиления поля в случае $\alpha = \gamma^2$ ведут себя следующим образом. На близких расстояниях между шарами поле усиливается так, что напряженности на поверхности каждого из шаров неограниченно возрастают при сближении шаров. При этом напряженность поля на поверхности меньшего шара (в точке *B* на рис. 1) направлена внутрь шара (для определенности будем считать, что оба шара заряжены положительно). т.е. отрицательна, если шары расположены достаточно близко. Соответствующие графики зависимости коэффициентов усиления поля от расстояния между центрами шаров показаны кривыми 2 ($\gamma = 2, \alpha = 4$) и 3 ($\gamma = 4, \alpha = 16$) на рис. 2. Напряженность же поля на поверхности большего шара (в точке *A* на рис. 1) направлена всегда от него (кривые 4, 5 на рис. 2, которые также соответствуют $\gamma = 2$ и 4). Видно, что при уменьшении γ до единицы кривые зависимости коэффициентов усиления поля от расстояния между шарами стремятся к зависимости $E(r)$ для случая $\alpha = \gamma = 1$.

Отметим, что в упоминавшейся работе [1] была решена более общая задача об определении напряженности поля в точках *A* и *B* (рис. 1) и силы взаимодействия шаров. Однако результаты численных расчетов сил и напряженностей в [1] верны лишь качественно. Действительно, в отсутствие внешнего поля при $\alpha = 1, \gamma = 1$ и $r = 1.005$, согласно [1], для безразмерной напряженности поля в точках *A* и *B* имеем $E_A = 56.06$, что почти в 4 раза меньше рассчитанной в настоящей работе по формулам (1)–(8) и по формуле Пика (14) — $E_A = 200.7$. Существенные расхождения сохраняются и для других, не слишком больших расстояний между шарами. Вероятно, такие неудовлетворительные результаты [1] есть следствие недостаточной точности вычислений сумм рядов (счет суммы ряда в [1] прекращался, если величина членов ряда становилась менее 0.1, тогда как в настоящей работе менее 10^{-38}).

Эффекты взаимодействия заряженных капель

Используя полученные результаты, рассмотрим некоторые нетрадиционные эффекты взаимодействия заряженных капель в атмосфере. В частности, сила притяжения, возникающая при взаимодействии одноименно заряженных капель, может способствовать их слиянию, которое сопровождается увеличением радиуса капли и заряда. Допустим, что до слияния капель для каждой из них выполнялось условие их устойчивости по Рэлею

$$Q_i^2 \equiv \frac{kq_i^2}{16\pi\alpha_s R_i^3} < 1; \quad i = 1, 2,$$

α_s — коэффициент поверхностного натяжения капель.

Тогда возникает вопрос, будет ли образовавшаяся капля также устойчивой по Рэлею или найдется область параметров, в которой равновесие образовавшейся капли

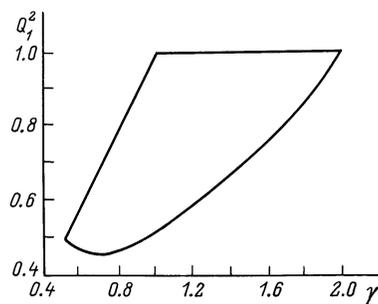


Рис. 4. Область параметров, внутри которой равновесие капли, образовавшейся в результате коагуляции двух меньших, неустойчиво по Рэлею.

в виде сферы неустойчиво. Для ответа на вопрос запишем параметр Рэлея для образовавшейся капли в виде

$$Q^2 = \frac{k(q_1 + q_2)^2}{16\pi\alpha_s(R_1^3 + R_2^3)} = Q_1^2 \frac{(1 + \alpha)^2}{1 + \gamma^3}.$$

Тогда условия устойчивости исходных капель и неустойчивости образовавшейся капли образуют следующую систему неравенств:

$$Q_1^2 \frac{(1 + \alpha)^2}{1 + \gamma^3} \geq 1, \quad \frac{Q_1^2 \alpha^2}{\gamma^3} < 1, \quad Q_1 < 1. \quad (15)$$

Как было показано выше, в общем случае напряженность поля на поверхности капель сильно возрастает при их сближении и это может привести либо к их неустойчивости по Тейлору [8,9], либо к коронному или искровому разряду. Разряд ведет к выравниванию потенциалов капель. Но именно в случае равных потенциалов напряженность поля на ближних поверхностях капель уменьшается при их сближении, делая неустойчивость по Тейлору и разряд маловероятными. Поэтому случай равных потенциалов капель $\alpha = \gamma$ представляет особый интерес в отношении ответа на поставленный вопрос. Полагая в (15) $\alpha = \gamma$, получим следующую систему неравенств:

$$\frac{Q_1^2(1 + \gamma)}{1 - \gamma + \gamma^2} \geq 1, \quad Q_1^2 < \gamma, \quad Q_1^2 < 1. \quad (16)$$

Удовлетворяя этой системе, найдем следующие границы интервалов изменения параметров, внутри которых выполняется условие неустойчивости образовавшейся капли по Рэлею:

$$0.46 \leq Q_1^2 < 1; \quad 0.5 < \gamma < 2. \quad (17)$$

Полностью область параметров, о которых идет речь, выделена на рис. 4.

Для оценки возможности реализации эффекта слияния и неустойчивости капель в атмосферных условиях рассмотрим свободное падение двух капель, форма которых близка к сферической. Запишем уравнения движения

капель, предполагая, что в начальный момент времени они находятся достаточно близко друг к другу и имеют пренебрежимо малую скорость относительно воздуха, а далее начинают свободно падать. В такой постановке задачи, когда скорости капель малы, можно пренебречь силами сопротивления воздуха и учитывать только силы тяжести и электрические. Тогда имеем следующие уравнения движения центров масс капель, записанные в безразмерной форме:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{j} \pm \int_q \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{r}, \quad r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|; \quad i = 1, 2, \quad (18)$$

\mathbf{j} — единичный вектор, направленный вертикально вниз. Здесь единица измерения длины прежняя, единица измерения времени $[t] = \sqrt{(R_1 + R_2)/g}$, величина \int_q равна

$$\int_q = \frac{3kq_1q_2}{4\pi\rho g(R_1 + R_2)^2 R_1^3} \int(r),$$

$\int(r)$ рассчитывалась по формуле (12).

При численном интегрировании (18) в плоскости x, y начальные скорости капель считались равными нулю, а их начальное расположение варьировалось.

Для оценки возможности неустойчивости заряженных и находящихся во внешнем электрическом поле (его создает соседняя капля) капля использовался критерий [8,9]

$$Ne = \frac{kq^2}{16\pi\alpha_S R^3} + b \frac{\varepsilon_0 E_S^2 R}{4}, \quad (19)$$

E_S — напряженность внешнего поля на поверхности капли.

Второе слагаемое в этом выражении ответственно за неустойчивость Тейлора при $q = 0$, которая в однородном поле наступает при условии [8]

$$\frac{\varepsilon_0 E_0^2 R^2}{4\alpha_S} \geq 0.052, \quad (20)$$

E_0 — напряженность внешнего поля на большом удалении от капли.

В момент наступления неустойчивости капля вытянута в эллипсоид с отношением полуосей $\varkappa = 1.0$. Следовательно, напряженность поля на поверхности капли (на вершине эллипсоида) равна [10]

$$E_S = \frac{E_0}{n_x(\varkappa)},$$

$$n_x = \frac{1 - e^2}{2e^3} (\text{Arth } e - 2e), \quad e = \frac{1}{\varkappa} \sqrt{1 - \varkappa^2}. \quad (21)$$

Вычисления n_x при $\varkappa = 1.9$ дают $1/n_x = 5.45$, и тогда вместо (20) имеем условие

$$\frac{\varepsilon_0 E_S^2 R}{4\alpha_S} \geq 1.54.$$

Следовательно, коэффициент b в (19) можно принять равным $b = 1/1.54$. Тогда возможность неустойчивости

поверхности капель при их сближении можно оценить по условию $Ne \geq 1$ [9]. Величина параметра Ne вычислялась в точках A, B, C, D (рис. 1) в процессе численного счета координат падающих капель.

В результате численного моделирования совместного падения двух капель оказалось, что действительно существует область параметров, при которых в процессе сближения капель выполняется условие $Ne < 1$, капли сливаются, а после слияния для образовавшейся капли выполняется условие неустойчивости по Рэлею. В частности, это справедливо для капель радиусами 0.2 и 0.18 мм, имеющих заряды 0.04 и 0.036 нС.

Таким образом, возможными результатами взаимодействия пары одноименно заряженных капель в атмосфере могут быть разлет, коагуляция с образованием одной устойчивой капли, коагуляция с образованием неустойчивой по Рэлею капли с ее последующим дроблением на более мелкие фрагменты. Отметим, что качественно все эти сценарии взаимодействия наблюдались в экспериментах [4].

Представляет также интерес рассмотреть процесс сближения противоположно заряженных капель, имея в виду вопрос о доминирующем проявлении двух конкурирующих процессов: искрового пробоя между каплями и развития неустойчивости их поверхности по Тейлору (считается, что заряды капель удовлетворяют условию устойчивости по Рэлею). Отметим, что этот вопрос является предметом дискуссий [11]. Для этого в процессе численного счета координат одинаковых $\gamma = 1$, но противоположно заряженных $\alpha = -1$ капель в режиме падения рассчитывались напряженность поля в точке A (B) и параметр Ne , ответственный за неустойчивость по Тейлору. Чтобы судить о возможности пробоя, вычисленная напряженность сравнивалась с напряженностью поля искрового пробоя, которая в зависимости от радиуса капель вычислялась по формуле [12]

$$E_* = 27.2 \left(1 + \frac{0.54}{\sqrt{R}} \right) \text{ kV/cm},$$

R — радиус капель в см, E_* — пробивная напряженность в кВ/см.

Формула справедлива для $0.27 \leq S \leq 1$. Численные эксперименты показали, что для большей части спектра капель при их сближении условие неустойчивости по Тейлору $Ne \geq 1$ начинает выполняться раньше, чем условие искрового пробоя. Однако для относительно крупных капель ($R \gtrsim 1$ мм) были зафиксированы случаи, когда при выполнении условия $E_A > E_*$ параметр Ne удовлетворял условию $Ne < 1$. Так, для капель $R_1 = R_2 = 1$ мм, $q_2 = -q_1 = 0.4$ нС при $r = 1.75$ начинало выполняться условие $E_A > E_*$ ($E_* = 75$ кВ/см), тогда как при этом $Ne = 0.7$. Учитывая оценочный характер исследования и факт близости Ne к единице, можно предположить, что искровой пробой между каплями если и возможен, весьма маловероятен и доминирующим эффектом является неустойчивость капель по Тейлору.

Заключение

Итак, в результате аналитических и численных исследований было установлено следующее.

1. Расчеты напряженности поля в зазоре между двумя заряженными проводящими шарами показали, что в общем случае шаров разных радиусов и одноименных зарядов при сближении шаров напряженность поля существенно возрастает, а на поверхности меньшего шара также меняет знак. Исключение составляет случай шаров с одинаковыми потенциалами: в этом случае напряженность при сближении шаров инвариантно убывает до нуля.

2. Расчеты силы взаимодействия показали, что в общем случае одноименно заряженных шаров разных радиусов при их сближении сила меняет знак, становясь возрастающей по модулю силой притяжения. Исключение составляет случай, когда заряды шаров относятся как квадраты их радиусов: в этом случае сила инвариантно убывает с ростом расстояния между шарами, оставаясь силой отталкивания.

3. В автомодельном случае шаров одинаковых радиусов и равных по модулю зарядов численно и аналитически найдены асимптотические решения для силы и энергии взаимодействия. В частности, установлено, что, когда одноименно заряженные шары почти соприкасаются, реальная сила из взаимодействия составляет около 62% от рассчитанной в кулоновском приближении (когда заряды считаются расположенными в центрах шаров), а энергия $\sim 89\%$.

4. Показано, что если две шарообразные одноименно заряженные капли жидкости, каждая из которых устойчива по Рэлею, коагулируют, то образовавшаяся капля может оказаться неустойчивой по Рэлею. Найдена область параметров, для которой этот эффект возможен.

5. Проведено численное моделирование процесса совместного падения двух заряженных капель в атмосфере. Возможными результатами падения и взаимодействия оказались: 1) разлет капель, 2) коагуляция одноименно и разноименно заряженных капель, 3) коагуляция одноименно заряженных капель с последующей неустойчивостью по Рэлею вновь образовавшейся капли, 4) при больших разноименных зарядах капель неустойчивость их поверхности по Тейлору предпочтительнее искрового пробоя между ними.

Список литературы

- [1] Davis M.H. // Quart. J. Mech. and Appl. Math. 1964. Vol. 17. Pt 4. P. 499–511.
- [2] Мучник В.М., Фишман Б.Е. Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере. Л.: Гидрометеоздат, 1982. 207 с.
- [3] Ким В.М. // Тр. Ин-та экспериментальной метеорологии. М.: Гидрометеоздат, 1989. Вып. 48 (138). С. 29–34.
- [4] Ochs H.T., Czys R.R. // Nature. 1987. Vol. 327. 18 June. 1987. P. 606–608.

- [5] Миролубов М.В. и др. Методы расчета электростатических полей. М.: Высшая школа, 1963. 415 с.
- [6] Смайт В. Электростатика и электродинамика. М.: ИЛ, 1954. 604 с.
- [7] Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М.: Энергия, 1968. 487 с.
- [8] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 3–22.
- [9] Мухина Е.И., Григорьев А.И. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 9. С. 25–32.
- [10] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [11] Мучник В.М. Физика грозы. Л.: Гидрометеоздат, 1974. 351 с.
- [12] Сканави Г.И. Физика диэлектриков (область сильных полей). М.; Л.: Гостехиздат, 1949. С. 174.