07

К расширению модельного рассмотрения степени поляризации света

© Ш.Д. Какичашвили, А.Л. Пурцеладзе

Институт кибернетики АН Грузии, Тбилиси

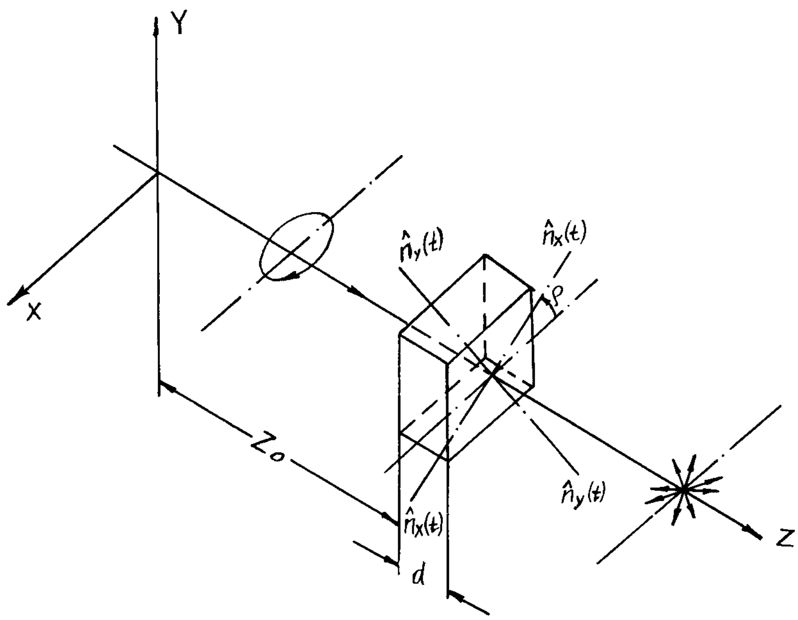
Поступило в Редакцию 6 октября 1998 г.

Развит теоретический подход, позволяющий представить частично поляризованное излучение в виде суммы когерентной и некогерентной компонент, а также некоторого мысленного устройства с зависящим от времени двулучепреломлением. Подобный подход позволяет использовать при расчетах векторно-матричный метод Джонса, что существенно, теоретические расчеты состояния поляризации.

Как известно, частично поляризованное излучение может быть представлено как совокупность двух полностью некогерентных между собой компонентов, максимально различающихся по интенсивности и с взаимно обратными направлениями вращений [1]. Используя это представление, в работе [2] был модифицирован векторно-матричный метод Джонса [3]. При этом введена формальная операция некогерентного суммирования амплитуд и определены правила оперирования с соответствующим значком. Этот подход позволил обобщить векторно-матричный аппарат Джонса для произвольной частичной поляризации электромагнитных волн, полностью сохранив формальную схему его использования. Упомянутая модификация ранее была использована в поляризационной голографии в частном случае неполяризованной опорной волны, теоретически и экспериментально ее подтвердив [4,5].

В работе [6] возникновение частично поляризованного излучения рассматривается как результат воздействия нестационарного поляризационного устройства на первоначально полностью поляризованный свет. В предлагаемой работе проводится дальнейшее развитие этого представления и теоретически анализируется функционирование соответствующего устройства в случае комплексного двулучепреломления.

Представим модельное устройство в виде среды толщиной d с комплексным двулучепреломлением $\Delta\hat{n} = \hat{n}_y - \hat{n}_x \equiv \Delta n - i\Delta n\tau$, где $\hat{n}_y = n_y - in\tau_y$; $\hat{n}_x = n_x - in\tau_x$; n_y, n_x — вещественные коэффициенты пре-



Модельное нестационарное устройство.

ломления; τ_y, τ_x — коэффициенты экстинкции. При этом положим для простоты, что оси двулучепреломления и анизотропного поглощения совпадают и ориентированы под углом ρ относительно лабораторной системы координат (см. рисунок).

Соответствующая матрица Джонса модельного устройства записывается в виде

$$M = \exp \frac{i\varkappa d}{2} (\hat{n}_x + \hat{n}_y) \begin{pmatrix} \hat{m}_{11} & \hat{m}_{12} \\ \hat{m}_{21} & \hat{m}_{22} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\hat{m}_{11} = \cos\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\right)\left[\operatorname{ch}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right) - \operatorname{sh}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right)\cos 2\rho\right]$$
$$+ i\sin\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\right)\left[\operatorname{sh}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right) - \operatorname{ch}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right)\cos 2\rho\right],$$

$$\hat{m}_{12} = \hat{m}_{21} = -\left[\cos\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\right)\operatorname{sh}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right)\right.$$
$$\left. + i\sin\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\right)\operatorname{ch}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right)\right]\sin 2\rho,$$

$$\hat{m}_{22} = \cos\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\right)\left[\operatorname{ch}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right) + \operatorname{sh}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right)\cos 2\rho\right]$$
$$+ i\sin\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\right)\left[\operatorname{sh}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right) + \operatorname{ch}\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau\right)\cos 2\rho\right].$$

Пусть на устройство, описываемое выражением (1), поступает эллиптически поляризованная плоская волна **E**, распространяющаяся вдоль Z с ориентацией большой оси эллипса вдоль оси X. Если $\Delta\hat{n}$ и ρ являются достаточно быстрыми функциями времени, сравнимыми с оптической частотой, то устройство оказывается нестационарным и поле непосредственно за устройством можно представить в виде двух компонент $\mathbf{E}_A$, $\mathbf{E}_B$, соединенных между собой значком некогерентного суммирования $\oplus$ (см. [6]), и поле прошедшей волны записывается в виде

$$\mathbf{E} = M\mathbf{E} = \mathbf{E}_A \oplus \mathbf{E}_B, \tag{2}$$

$$\mathbf{E} = E_x \exp i(\omega t - \varkappa z)\begin{pmatrix} 1 \\ \pm i\xi \end{pmatrix}, \quad 0 \leqslant \xi \equiv \frac{E_y}{E_x} \leqslant 1,$$

где

$$\mathbf{E}_A = E_x \exp i(\omega t - \varkappa z)\exp -\frac{i\varkappa d}{2}\big(\hat{n}_x(t) + \hat{n}_y(t)\big)\begin{pmatrix} \hat{m}_{11}(t) \\ \pm i\xi\hat{m}_{22}(t) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{E}_B = E_x \exp i(\omega t - \varkappa z)\exp -i\frac{\varkappa d}{2}\big(\hat{n}_x(t) + \hat{n}_y(t)\big)\begin{pmatrix} \pm i\xi \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В самом общем виде покажем, что возможность подобного написания взаимно некогерентных компонентов $\mathbf{E}_A$, $\mathbf{E}_B$ обусловлена отсутствием линейной функциональной связи элементов матрицы $\hat{m}_{11}(t)$, $\hat{m}_{22}(t)$, $\hat{m}_{12,21}(t)$ между собой в отличие от тождественно равных элементов

$\hat{m}_{12}(t) = \hat{m}_{21}(t)$. Использовав для этой цели обобщенный для комплексных уравнений вронскиан [7], имеем

$$
\begin{aligned}
W\left[\hat{m}_{11}(t), \hat{m}_{22}(t)\right] = {} & \frac{\varkappa d}{2} \sin\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta\hat{n}(t)\right)\cos^2 2\rho(t)\frac{\partial\Delta\hat{n}(t)}{\partial t} \\
& + 2i\left[\frac{\varkappa d}{2}\cos^2\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta\hat{n}(t)\right)\cos 2\rho(t)\frac{\partial\Delta\hat{n}(t)}{\partial t}\right. \\
& \left. - \sin\bigl(\varkappa d\Delta\hat{n}(t)\bigr)\sin 2\rho(t)\frac{\partial\rho(t)}{\partial t}\right] \neq 0, \qquad (3) \\
W[\hat{m}_{11}(t), \hat{m}_{12}(t)] = {} & -2\sin^2\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta\hat{n}(t)\right)\bigl[\sin^2 2\rho(t) + \cos 2\rho(t) \\
& \times \sin 2\rho(t)\bigr]\frac{\partial\rho(t)}{\partial t} - i\frac{\varkappa d}{2}\sin 2\rho(t)\frac{\partial\Delta\hat{n}(t)}{\partial t} \neq 0.
\end{aligned}
$$

Совокупность уравнений (3) однозначно свидетельствует о возможности представления прошедшего через устройство поля в форме (2), где $\mathbf{E}_A$ — полностью неполяризованный компонент, а $\mathbf{E}_B$ — полностью поляризованный. В такой ситуации степень поляризации может быть записана в виде [8]:

$$V = \frac{I_B}{I_A + I_B}. \qquad (4)$$

Здесь

$$I_B = \mathbf{E}_B^+\mathbf{E}_B, \quad I_A = \mathbf{E}_A^+\mathbf{E}_A,$$

$$\mathbf{E}_B^+\mathbf{E}_B = (1+\xi^2)E_x^2\hat{m}_{12}^*(t)\hat{m}_{12}(t),$$

$$\mathbf{E}_A^+\mathbf{E}_A = E_x^2\left(\hat{m}_{11}^*(t)\hat{m}_{11}(t) + \xi^2\hat{m}_{22}^*(t)\hat{m}_{22}(t)\right).$$

Вычисляя интенсивности соответствующих компонентов, используя (1) и подставляя в (4), получим в самом общем виде выражение для степени поляризации прошедшего света в случае нестационарного модельного устройства с комплексным двулучепреломлением:

$$V = \frac{(1+\xi^2)\sin^2 2\rho(t)\left[\operatorname{sh}^2\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau(t)\right) + \sin^2\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n(t)\right)\right]}{(1+\xi^2)\left[1 + 2\operatorname{sh}^2\left(\frac{\varkappa d}{2}\Delta n\tau(t)\right)\right] - (1-\xi^2)\operatorname{sh}(\varkappa d\Delta n\tau(t))\cos 2\rho(t)}. \qquad (5)$$

Очевидно, что так как написанная в форме (5) степень поляризации является функцией времени, то она для каждого момента времени приобретает смысл некоторой мгновенной величины в зависимости от вида временно́й зависимости $\Delta\hat{n}(t)$ и $\rho(t)$. В этих условиях необходимо обобщить определение степени поляризации как независимой от промежутка времени наблюдения велинчины. Имеем

$$\langle V\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T V\,dt. \tag{6}$$

В такой модификации содержится информация степени поляризации прошедшего поля для произвольной временно́й зависимости модельного устройства.

Список литературы

[1] *Шерклифф У.* Поляризованный свет. М., 1965. 246 с.
[2] *Какичашвили Ш.Д.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. В. 2. С. 26–34.
[3] *Jones R.C.* // J. Opt. Soc. Amer. 1941. V. 31. N 7. P. 491–503.
[4] *Какичашвили Ш.Д., Пурцеладзе А.Л.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 22. С. 27–30.
[5] *Какичашвили Ш.Д.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 14. С. 5–8.
[6] *Какичашвили Ш.Д.* // ЖТФ. 1995. Т. 65. В. 7. С. 200–204.
[7] *Корн Г., Корн. Т.* Справочник по математике. М., 1973. 831 с.
[8] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М., 1970. 855 с.