

01;09;10

## К теории ондуляторного сверхизлучения электронного сгустка в режиме группового синхронизма

© Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Поступило в Редакцию 18 ноября 1998 г.

Проанализированы особенности сверхизлучения (СИ) короткого электронного сгустка, движущегося в ондуляторном поле и возбуждающего поле волновой моды в условиях группового синхронизма. Показано, что данный режим характеризуется максимальным инкрементом развития СИ неустойчивости. В результате развития подобной неустойчивости имеет место группировка частиц и когерентное излучение сгустком короткого электромагнитного импульса.

В последнее время большое внимание уделяется теоретическому исследованию эффектов сверхизлучения пространственно локализованных электронных сгустков [1–8]. В процессе СИ имеет место когерентное излучение значительной части частиц сгустка, размеры которого, вообще говоря, превышают длину волны. Это оказывается возможным в результате развития группировки частиц внутри сгустка, а также вследствие взаимного влияния различных частей сгустка, обусловленного проскальзыванием волны относительно сгустка. В большинстве теоретических работ, посвященных данной проблематике, предполагалось, что проскальзывание связано с отличием групповой скорости волны от поступательной скорости сгустка [2–3]. Вместе с тем представляет специальный интерес случай группового синхронизма, когда поступательная скорость сгустка совпадает с групповой скоростью волны  $V_{\parallel} \approx V_{gr}$ . В этом случае взаимное влияние электронов, а также вынос электромагнитной энергии из пространства взаимодействия обусловлены дисперсионным распылением волнового пакета. Более того, как было показано в [8–10], режим группового синхронизма является наиболее оптимальным для наблюдения циклотронного механизма СИ. В работе [11] описаны эксперименты по генерации в подобном режиме ультракоротких микроволновых импульсов при движении электронного

сгустка в поле винтового ондулятора. Излучение распространялось в цилиндрическом волноводе, а электронный сгусток имел трубчатую конфигурацию и фокусировался однородным магнитным полем. Данная работа посвящена теоретическому анализу особенностей ондуляторного СИ в режиме группового синхронизма.

Рассмотрим излучение электронного сгустка, частицы которого движутся по винтовым траекториям в поле ондулятора соответствующей симметрии

$$\mathbf{H}_u = \text{Re} (A_u \hat{\mathbf{H}}_u \exp(ik_u z)), \quad \hat{\mathbf{H}} = \psi_u \mathbf{z}_0 + ik_u^{-1} \nabla_{\perp} \psi_u, \quad (1)$$

где  $\psi_u = I_1(k_u r) \exp(i\varphi)$  — мембранная функция,  $k_u = 2\pi/d$ ,  $d$  — период ондулятора,  $I_1(x)$  — модифицированная функция Бесселя.

В режиме группового синхронизма имеет место касание (рис. 1, *a*) дисперсионных характеристик волноводной моды  $h = c^{-1} \sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}$  и электронного потока  $\omega - hV_{\parallel} = \omega_u$ , где  $\omega_c$  — частота отсечки,  $\omega_u = k_u V_{\parallel}$  — частота осциллирующих частиц. Наиболее просто анализ взаимодействия электронов с электромагнитным полем в данном режиме может быть проведен в сопровождающей системе отсчета  $K'$ , движущейся с поступательной скоростью сгустка. Используя преобразования Лоренца, легко показать, что в этом случае продольное волновое число  $h'$  в системе  $K'$  стремится к нулю, в результате чего в этой системе сгусток будет излучать на квазикритической частоте (рис. 1, *b*).

Предполагая, что поперечная структура поля излучения совпадает с одной из волноводных мод и выбирая частоту отсечки в качестве несущей, поле излучения представим в виде

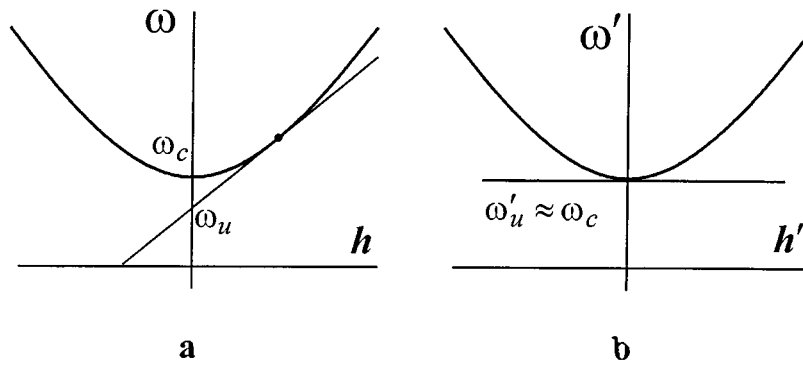
$$\mathbf{E}'_s = \text{Re} (\hat{\mathbf{E}}_s(\mathbf{r}_{\perp}) A'(z', t') \exp[i\omega_c t']), \quad \hat{\mathbf{E}}_s = \kappa^{-1} [\nabla_{\perp} \psi_m, \mathbf{z}_0], \quad (2)$$

где для цилиндрического волновода мембранная функция имеет вид  $\psi_m = J_m(\kappa r) \exp(im\varphi)$ ,  $m$  — азимутальный индекс моды,  $\kappa$  — поперечное волновое число,  $J_m(x)$  — функция Бесселя.

Ондуляторное поле в сопровождающей системе отсчета трансформируется в электромагнитную волну, поперечные компоненты которой даются соотношениями

$$\mathbf{H}'_{u\perp} = \text{Re} (A_u \gamma_{\parallel} \hat{\mathbf{H}}_{u\perp} \exp [i(\omega'_u t' + h'_u z')]), \quad \mathbf{E}'_{u\perp} = \beta_{\parallel} \gamma_{\parallel} [\mathbf{z}_0, \mathbf{H}_{u\perp}], \quad (3)$$

где  $\gamma_{\parallel} = (1 - V_{\parallel}^2/c^2)^{-1/2}$ ,  $\omega'_u = \gamma_{\parallel} \omega_u$ ,  $h'_u = h_u \gamma_{\parallel}$ .



**Рис. 1.** Дисперсионная диаграмма режима группового синхронизма в лабораторной (а) и сопровождающей (б) системе отсчета.

Таким образом, в системе  $K'$  имеется неподвижный как целое электронный сгусток, находящийся под воздействием волны накачки (3) и возбуждающий рассеянное поле (2), частота которого, как и частота накачки, близка к частоте отсечки. Описывающие продольную группировку частиц усредненные уравнения движения электронов в указанных полях могут быть представлены в виде уравнений маятника [12]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tau'^2} = \text{Re} \left( K a'_s a'_u{}^* \exp[i\theta] \right), \quad (4)$$

где  $\theta = (\omega_c - \omega'_u)t' - h'_u z'$  — комбинационная фаза,  $\tau' = \omega_c t'$ ,  $a'_s = eA' \gamma_{\parallel} / 2mc\omega_c$ ,  $a'_u = eA_u \gamma_{\parallel} / 2mc\omega'_u$ ,

$$K = \left\{ \frac{\omega_c}{\omega_c - \omega_H} J_{m-1}(\kappa_s R_0) I_0(k_u R_0) - \frac{\omega_c}{\omega_c + \omega_H} J_{m+1}(\kappa_s R_0) I_2(k_u R_0) \right\} \\ \times \exp[-i(m-1)\varphi]$$

— коэффициент связи, записанный в предположении, что электронный сгусток имеет трубчатую конфигурацию со средним радиусом  $R_0$  и инжектируется вдоль ведущего магнитного поля, напряженность которого далека от резонансного значения,  $\omega_H$  — гирочастота.

При излучении на квазикритической частоте эволюция продольного профиля поля может быть описана неоднородным параболическим

уравнением

$$i \frac{\partial^2 a'_s}{\partial Z'^2} + \frac{\partial a'_s}{\partial \tau'} = 2M a_u K^* f(Z') \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0, \quad (5)$$

где фактор возбуждения может быть найден из решения уравнений движения электронов (4). Здесь  $Z' = \sqrt{2} z' \omega_c / c$ ,  $M = (e I_0 / 16 \pi^2 m c^3) d \lambda_c \gamma_{\parallel} R^{-2} J_m^{-2}(\nu_n) (1 - m^2 / \nu_n^2)^{-1}$  — формфактор,  $R$  — радиус волновода,  $I_0$  — электронный ток в лабораторной системе отсчета,  $\lambda_c = 2\pi c / \omega_c$ . Функция  $f(Z')$  описывает продольное распределение плотности сгустка. Граничные и начальные условия к уравнениям (4), (5) имеют вид

$$\theta|_{\tau'=0} = \theta_0 + r \cos \theta_0, \quad \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau'} \Big|_{\tau'=0} = -\Delta, \quad a'_s|_{\tau'=0} = 0,$$

где  $\Delta = (\omega'_u - \omega_c) / \omega_c$  — отстройка частоты осцилляций электронов в поле накачки от частоты отсечки, параметр  $r \ll 1$  задает малые начальные флуктуации плотности сгустка.

Исследуем далее случай относительно короткого сгустка, когда выполнено условие

$$b'^2 / \lambda_c c T' \ll 1, \quad (6)$$

где  $b' = b \gamma_{\parallel}$  — длина электронного сгустка,  $T'$  — время развития процесса (обратный инкремент). В этом случае можно положить  $f(Z') = B \delta(Z')$ , где  $B = \sqrt{2} b' \omega_c / c$ ,  $\delta(Z')$  — дельта-функция. При выполнении условия (6) длина сгустка существенно короче длины волны излучения в волноводе, но тем не менее превышает длину волны накачки  $b' h'_u \gg 1$ . По этой причине когерентность излучения со всего объема сгустка может быть обеспечена только в результате развития группировки частиц. В рассматриваемом случае после минимизации числа независимых параметров уравнения редуцируются к виду

$$i \frac{\partial^2 \hat{a}'}{\partial \hat{Z}'^2} + \frac{\partial \hat{a}'}{\partial \hat{\tau}'} = \frac{2}{\pi} \delta(\hat{Z}') \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{\tau}'^2} = \text{Re}(\hat{a}' \exp[i\theta]), \quad (7)$$

где  $\hat{\tau}' = \tau' G$ ,  $\hat{Z}' = G^{1/2} Z'$ ,  $\hat{a} = a'_s a_u^* K G^{-2}$ ,  $G = (M B |a_u|^2 |K|^2)^{2/5}$ . Важно подчеркнуть, что уравнения (7), описывающие процесс сверхизлучения

в условиях группового синхронизма, полностью аналогичны уравнениям, описывающим процесс канализации излучения ленточным электронным потоком [13].

Для исследования линейной стадии процесса СИ представим поле излучения в форме  $\hat{a} = a_0 \exp[i\Gamma \hat{\tau}' - i\hat{h}'|Z'|]$  и линеаризуем уравнения (7). В результате получим характеристическое уравнение

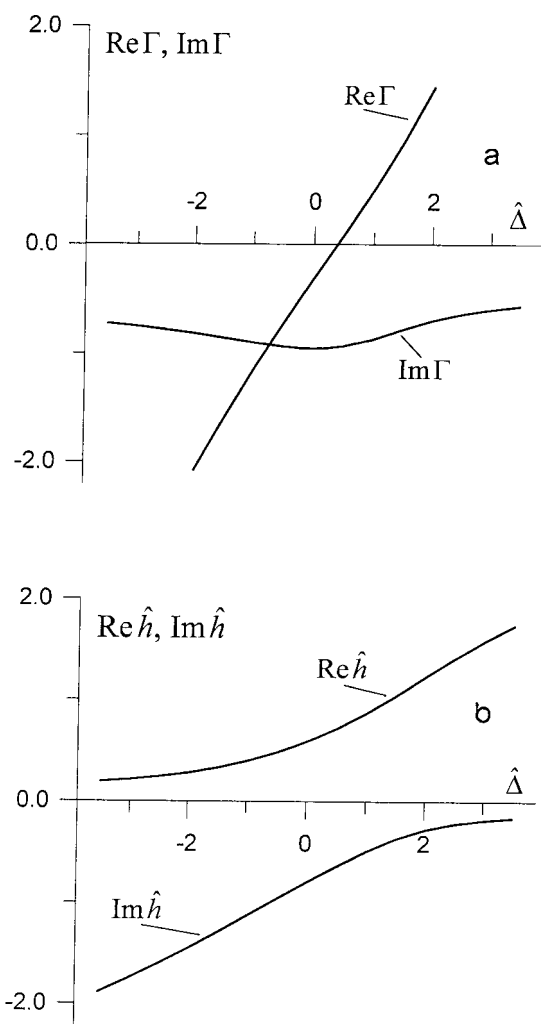
$$\hat{h} (\hat{h}^2 - \hat{\Delta})^2 = i, \quad (8)$$

определяющее комплексные собственные частоты:  $\Gamma = \hat{h}^2$ . В случае точного группового синхронизма ( $\hat{\Delta} = 0$ ) среди пяти собственных мод, являющихся решениями (8), только одна представляет собой моду, растущую во времени:  $\text{Im } \Gamma = -\sin(2\pi/5)$  и имеющую поток электромагнитной энергии, направленный от электронного сгустка во внешнее пространство:  $\text{Re } \hat{h} > 0$ . Важно подчеркнуть, что для указанной моды амплитуда поля достаточно быстро спадает при удалении от сгустка  $\text{Im } \hat{h} < 0$ . Инкремент развития СИ неустойчивости определяется возбуждением указанной моды и в размерных обозначениях дается соотношением

$$|\text{Im } \omega'| = \omega_c \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) \times \left[ \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\frac{eI_0}{mc^3}\right) \frac{bd}{R^2} \gamma_{\parallel}^2 \frac{|a_u|^2 |K|^2}{J_m^2(\nu_n)(1 - m^2/\nu_n^2)} \right]^{2/5}. \quad (9)$$

Следует обратить внимание на то, что, во-первых, инкремент определяется полным зарядом сгустка и, во-вторых, несмотря на вынос электромагнитной энергии во внешнее пространство, неустойчивость носит беспороговый характер. Последнее обстоятельство обусловлено бесконечным временем жизни частиц внутри сгустка.

Зависимости инкремента, электронной перестройки частоты, а также мнимой и действительной частей продольного волнового числа  $\hat{h}$  от параметра расстройки  $\hat{\Delta}$  представлены на рис. 2, из которого следует, что отстройка от режима группового синхронизма приводит к уменьшению инкрементов. Следует отметить, что в рассматриваемой простейшей модели не учитывается пространственный заряд, при учете которого должен возникать срыв неустойчивости в области достаточно больших



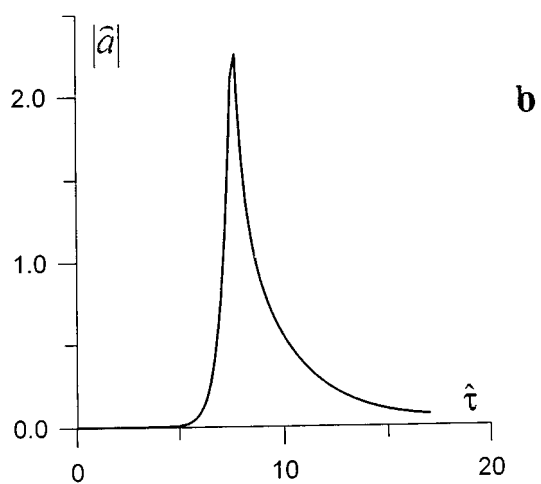
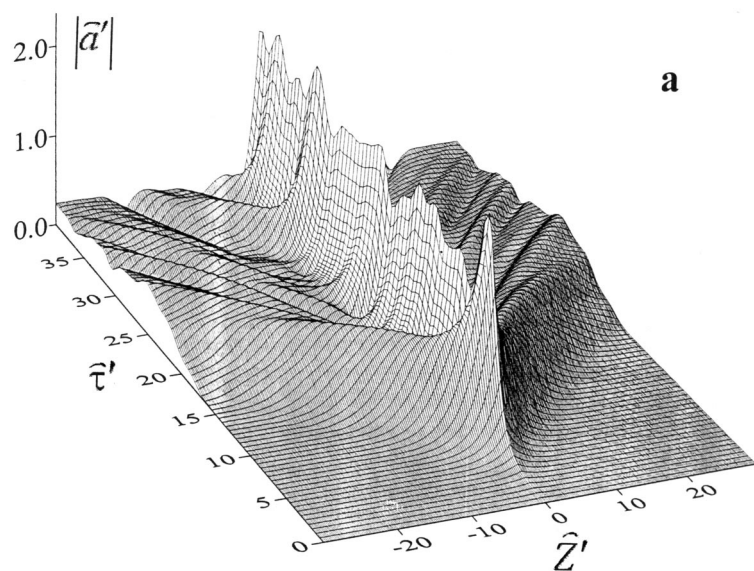
**Рис. 2.** Зависимость от параметра расстройки (*a*) инкремента и электронной перестройки частоты (*b*) реальной и мнимой частей продольного волнового числа возбуждающейся собственной моды.

по модулю, отрицательных по знаку параметрах  $\hat{\Delta}$ , когда частота осциллирующих электронов оказывается существенно меньше частоты отсечки. Вместе с тем неустойчивость сохраняется при произвольных положительных значениях параметра  $\hat{\Delta}$ . При этом происходит некоторое падение инкремента неустойчивости и одновременное увеличение потока энергии во внешнее пространство, которое обусловлено возрастанием групповой скорости вследствие увеличения  $\text{Re } \hat{h}$ .

На рис. 3, *a* представлены результаты численного моделирования нелинейной стадии на основе уравнений (7). Показана эволюция профиля амплитуды электрического поля в сопровождающей системе отсчета. В этой системе электронный сгусток излучает изотропно в  $\pm z'$  направлении вдоль оси волновода. В то же время в лабораторной системе отсчета при условии, что поступательная скорость сгустка превышает групповую скорость волны, обе компоненты излучения будут распространяться в положительном направлении оси  $z'$ . Чтобы найти поле, принимаемое детектором в лабораторной системе  $K$ , следует на плоскости  $(z', t')$  провести линию,  $z' + V_{\parallel} t' = \text{const}$ , вдоль которой детектор движется в сопровождающей системе отсчета  $K'$ . Полученный с помощью такой процедуры сигнал на детекторе будет представлять собой достаточно короткий импульс (рис. 3, *b*). Пиковая мощность импульса определяется выражением

$$P = 2\pi^2 (m^2 c^5 / e^2) (|\hat{a}'|^2 / |\hat{a}_u|^2) G^4 J_m^2(\nu_n) (1 - m^2 / \nu_n^2) R^2 \lambda_c^{-2} \beta_{\parallel}. \quad (10)$$

В заключение на основании полученных соотношений оценим результаты эксперимента [11], в котором ток сгустка составлял 250 А, длина сгустка  $b = 4.5$  см, энергия частиц 200 keV, напряженность поля ондулятора 2.2 kOe, напряженность ведущего поля 13 kOe, возбуждалась мода TE<sub>11</sub> на частоте 28 GHz в волноводе с радиусом 0.5 см. Из формулы (9) для инкремента имеем  $7 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ . Это согласуется с тем, что длины ондулятора 25 см, частицы которой пролетали за 1 ns, было достаточно для наблюдения эффекта СИ. Длительность импульса СИ при указанных выше параметрах должна быть порядка 350 ps, что соответствует экспериментальным данным. Формула (10) дает для абсолютной мощности импульсов СИ в режиме насыщения оценку на уровне 15 MW. Зарегистрированная экспериментально пиковая мощность была порядка 250 kW. Значительное расхождение может быть обусловлено тем, что длина ондулятора была недостаточна для наблюдения режима



**Рис. 3.** Распределение поля в сопровождающей системе отсчета (*a*) и импульс СИ, принимаемый детектором в лабораторной системе отсчета (*b*).



насыщения, а также влиянием скоростного разброса частиц. Следует также отметить, что данное расхождение может быть частично связано с погрешностями (в сторону занижения) при измерении абсолютной мощности ультракоротких субнаносекундных микроволновых импульсов.

Авторы признательны проф. А.Д. Фелпсу и М.И. Яландину за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-02-17308).

## Список литературы

- [1] Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. // УФН. 1989. Т. 159. № 2. С. 193–260.
- [2] Bonifacio R., Maroli C., Piovella N. // Opt. Comm. 1988. V. 68. N 68. P. 369–374.
- [3] Bonifacio R., Piovella N., McNeil B.W.J. // Phys. Rev. A. 1991. V. 44. N 6. P. 3441–3444.
- [4] Гинзбург Н.С. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 5. С. 440–444.
- [5] Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 16. В. 20. С. 9–15.
- [6] Вайнштейн Л.А., Клеев А.И. // ДАН. 1990. Т. 301. № 4. С. 862.
- [7] Jarosynski D.A., Chaix P., Piovella N. et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 1699–1703.
- [8] Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 60. В. 7. С. 501–505.
- [9] Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. и др. // Письма в ЖЭТФ. Т. 63. В. 5. С. 322–325.
- [10] Ginzburg N.S., Zotova I.V., Sergeev A.S. et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. N 12. P. 2365–2368.
- [11] Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V. et al. // Nucl. Instr. & Meth. in Phys. Res. A. 1997. V. 393. P. 352–355.
- [12] Bratman V.L., Denisov G.G., Ginzburg N.S., Petelin M.I. // IEEE J. of Quant. Electron. 1983. V. QE-19. N 3. P. 282.
- [13] Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. // ЖТФ. 1990. Т. 60б. № 8. С. 40.