

05.4;09

Спектр собственных частот плоского сверхпроводящего кабеля

© А.А. Ахметов, С.С. Иванов, И.О. Щёголев

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Поступило в Редакцию 27 мая 1998 г.

В окончательной редакции 18 января 1999 г.

Матричный метод применен к исследованию процесса затухания тока в плоском сверхпроводящем кабеле. Получен дискретный спектр собственных частот, каждая из которых определяет темп экспоненциального затухания соответствующего собственного тока. Хотя число собственных частот возрастает с увеличением размеров кабеля, их спектр остается конечным, поскольку максимальная и минимальная частоты стремятся к конечным пределам. Выполнен анализ собственных токов для предельных частот. Показано, что в области минимальных собственных частот собственные токи представляют собой долгоживущие длинные токовые петли. В области высоких частот распределение собственных токов в рядах кабеля является синусоидальным.

Возобновление интереса к изучению последствий проникновения переменного магнитного поля в плоские сверхпроводящие кабели связано с нежелательными побочными эффектами, обусловленными воздействием на кабель собственного поля магнита [1,2].

Основное отличие современного понимания вопроса [3,4] от подхода, принятого в ранних работах [5], состоит в попытках учесть трансляционную симметрию кабеля. Последняя является его неотъемлемым свойством, так как все свойства совершенного сверхпроводящего кабеля воспроизводятся с периодом, равным шагу его скрутки. В случае несовершенства кабеля или неоднородности переменного магнитного поля по его длине возникают резонансные эффекты и сильная неоднородность наведенных магнитным полем токов [2–4,6].

Модель, согласно которой сверхпроводящие проволоки плоского кабеля представляются в виде погонных индуктивностей, соединенных нормальными сопротивлениями, используется достаточно широко как в непрерывном [7,8], так и в дискретном приближении [3–6]. В непрерывном приближении выполнены, в частности, расчеты постоянных времени кабеля τ , которых, согласно [8], имеется две. Между

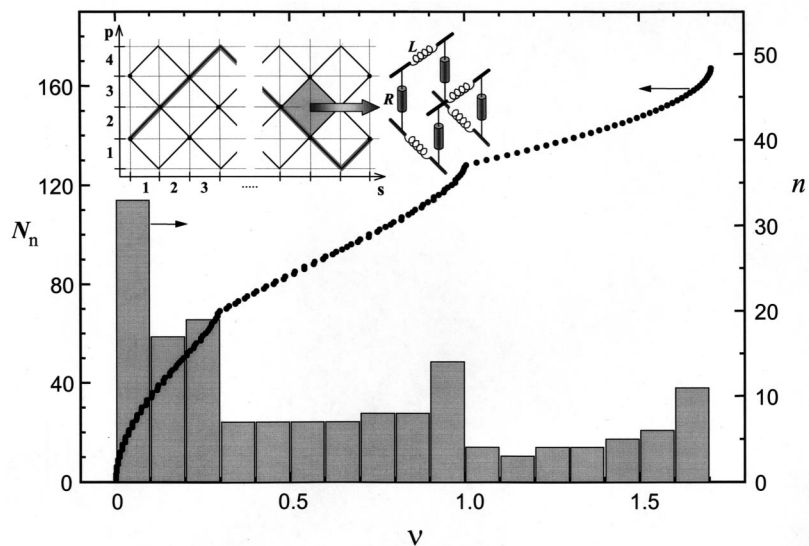


Рис. 1. Зависимость $N_n = N_n(\nu)$ для С4 с $N = 167$. Гистограмма — зависимость $n = n(\nu)$. Частота ν дана в единицах R/L .

тем, как видно из дальнейшего, дискретная модель характеризуется целым спектром τ . Анализ этого спектра позволяет прояснить многие особенности проникновения переменного магнитного поля в кабель.

Дискретная модель показана на вставке к рис. 1. Здесь сопротивления R являются точечными, а L — индуктивность одной стороны элементарной ячейки длиной a , образованной двумя смежными проволоками верхнего слоя, наложенными на две смежные проволоки нижнего слоя кабеля [5]. Пусть длина образца, изготовленного из K проволок, конечна, тогда совокупность всех сопротивлений можно представить в виде конечной матрицы \mathbf{R} , а совокупность всех индуктивностей в виде матрицы \mathbf{L} , где порядок обеих квадратных матриц совпадает с числом элементарных ячеек образца N . Пусть теперь все токи, циркулирующие в элементарных ячейках, в момент времени t будут представлены в виде вектора $\mathbf{I}(t)$ порядка N . Тогда при неизменности поля темп затухания токов \mathbf{I} будет определяться матрицей $\mathbf{D} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{R}$ как

$$\dot{\mathbf{I}} = -\mathbf{D}\mathbf{I}. \quad (1)$$

Собственные значения матрицы \mathbf{D} представляют собой собственные частоты ν , обратные τ . Собственные векторы матрицы \mathbf{D} — это распределения токов в ячейках \mathbf{I}_s , которые затухают по закону

$$\mathbf{I}_s(t) = \mathbf{I}_s(0) \exp(-\nu t). \quad (2)$$

Существуют N собственных частот матрицы \mathbf{D} , рассчитав которые, не составляет труда получить N значений \mathbf{I}_s , а затем и токи, текущие в проволоках.

Для изучения затухания произвольного токового распределения последнее должно быть разложено на собственные векторы матрицы \mathbf{D} . В дальнейшем для описания собственных токов будут использоваться две системы: токи в проволоках будут обозначаться как $i_{k,s}$, где $k[1, K]$ — номер проволоки, а s — номер позиции вдоль кабеля (см. вставку к рис. 1); токи в рядах — как $i_{p,s}$, где $p[1, P]$ — номер ряда, на которые кабель делится горизонтальными линиями контактных сопротивлений.

Спектр ν исследован в работе на примерах кабелей, изготовленных из четырех (С4) и шести (С6) проволок. На рис. 1 показан спектр образца С4 $N_n = N_n(\nu)$, где $N_n[1, N]$ — порядковый номер частоты. Отчетливо видны три области, соответствующие трем принципиально различным распределениям собственных токов. На спектре кабеля С6 таких областей пять.

Рассмотрим подробнее крайние области, обладающие общими чертами для обоих типов кабелей. Наименьшие значения ν формируются в подобия ступеней, каждая из которых состоит из трех значений для С4 и пяти — для С6 (см. вставку к рис. 2, а). Средние значения ν первой, второй и последующих ступеней соотносятся как квадраты натуральных чисел, т.е. $1 : 4 : 9 : 16 \dots$. Собственные токи $i_{1,s}$, соответствующие наименьшим значениям ν двух первых ступеней, показаны на рис. 2, а. Аналогичными являются и собственные токи, соответствующие двум другим значениям ν , принадлежащим той же ступени. Видно, что собственные токи в проволоках образуют большие петли, соразмерные с образцом. Низшей ступени отвечают синусоидальные петли с полупериодом, равным длине проволоки в образце l , т.е. $i_{k,s} \sim \sin(\pi \cdot a \cdot s / l)$. Следующей тройке (пятерке) ν соответствуют петли с периодом, равным l , и т.д. Этот результат совпадает с предсказанием непрерывной модели [9] и имеет простое качественное объяснение: индуктивность токовой петли прямо пропорциональна ее длине, а среднее сопротивление, испытываемое токами, перетекающими между

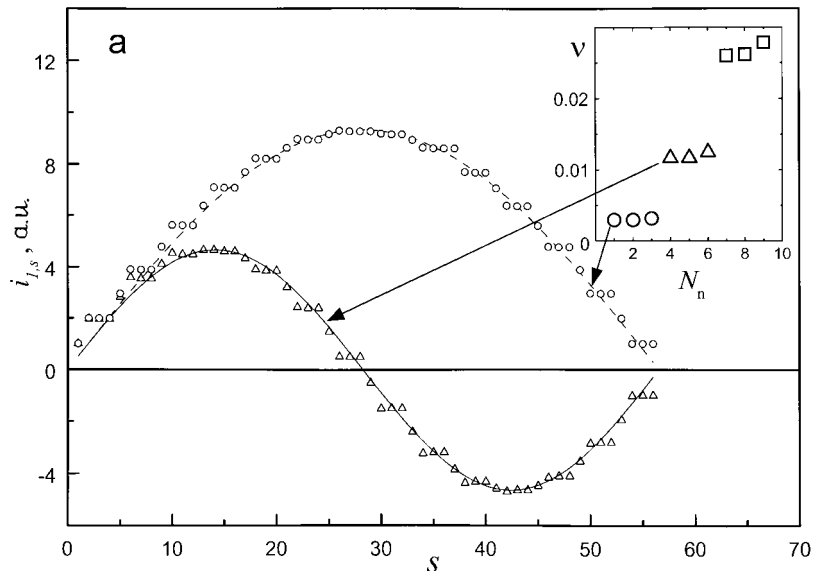


Рис. 2. Распределения собственных токов для предельных частот (значения ν даны в единицах R/L): *a* — вдоль отдельной ($k = 1$) проволоки кабеля С4 (выделена на вставке к рис. 1) для $N = 83$ и наименьших значений ν двух нижних ступеней частотного спектра (см. вставку). Значения токов нормированы на ток в одной из ячеек; *b* — вдоль второго ряда кабеля С4 ($N = 83$) для ν_{\max} и ближайших к ней собственных частот (см. вставку). Значения токов нормированы на ток в одной из ячеек.

проводами, обратно пропорционально длине петли. В результате время затухания большой петли оказывается пропорционально квадрату ее длины, например $\tau_{\max} \sim l^2$, где τ_{\max} — максимальная постоянная времени. Полагая $a = 10^{-3}$ м, $L \sim 10^{-10}$ Н, $R \sim 10^{-5}$ Ω и $l \sim 10^2 \div 10^3$ м, что характерно для кабелей, применяющихся в дипольных магнитах ускорителей [10], величину τ_{\max} можно оценить [9] в $10^5 \div 10^7$ с. Показательно, что, как продемонстрировано в эксперименте [11], даже на коротких (~ 1 м) образцах плоского кабеля постоянная времени затухания больших петель может составлять ~ 1 ч.

Большие петли, по-видимому, являются ответственными как за существование долгоживущих остаточных осцилляций в магнитах уско-

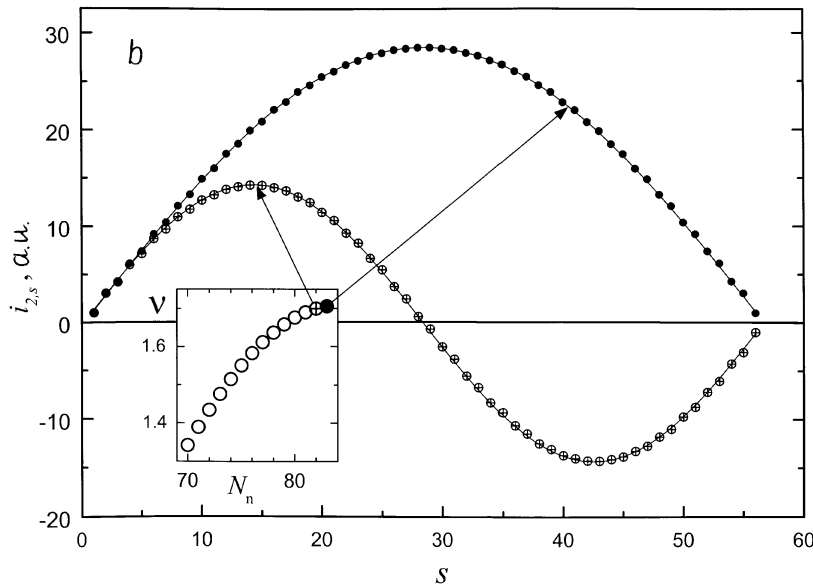


Рис. 2 (продолжение).

рителей [1], так и за зависимость тока перехода в нормальное состояние от скорости ввода тока в магнит [2]. Сами они являются примером корреляции дальнего порядка между токами в ячейках.

Область больших ν также характеризуется синусоидальным распределением собственных токов, но уже в рядах кабеля. При этом максимальной собственной частоте ν_{\max} соответствует распределение токов с полупериодом, равным длине ряда; частоте, ближайшей к ν_{\max} — распределение токов с периодом, равным длине ряда, и т.д. (рис. 2, *b*). Указанные распределения длинными петлями не являются, поскольку токи в проволоках сильно меняются на расстоянии порядка a .

Очевидно, с увеличением длины образца при $\nu = \nu_{\max}$ распределение собственных токов в центре образца становится однородным. Это позволяет немедленно рассчитать предел ν_{\max} при $l \rightarrow \infty$ для С4 как $\nu_{\max, \infty} = 1.707 \cdot R/L$ и для С6 как $\nu_{\max, \infty} = 1.866 \cdot R/L$. С увеличением числа проволок $\nu_{\max, \infty}$ стремится к пределу $2R/L \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, что существенно выше, чем оценки [8].

Наиболее трудной для описания является центральная область спектра, где длинные токовые петли и токи в отдельных ячейках начинают модулироваться шагом скрутки кабеля. Подробный анализ этого случая будет предпринят в последующих публикациях.

Важной особенностью спектра ν является плотность состояний $n(\nu) = \partial N_n / \partial \nu$. Зависимость $n = n(\nu)$ показана на рис. 1 в виде гистограммы. Видно, что плотность состояний имеет локальные максимумы на участках, соответствующих стыкам областей и краям спектра. Дальнейший анализ необходим для определения влияния особенностей данного спектра на отклик образца плоского сверхпроводящего кабеля на приложенное переменное магнитное поле.

Работа поддержана подпрограммой "Актуальные направления в физике конденсированных сред", направление "Сверхпроводимость", проект № 98035 "Симметрия".

Список литературы

- [1] *Ghosh A.K., Robins K.E., Sampson W.B.* // *Supercollider*. 1992. V. 4. P. 765–772.
- [2] *Krempasky L., Schmidt C.* // *Cryogenics*. 1996. V. 36. N 6. P. 471–483.
- [3] *Akhmetov A.A., Devred A., Ogitsu T.* // *J. Appl. Phys.* 1994. V. 75. N 6. P. 3176–3183.
- [4] *Verweij A.P.* // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 1997. V. 7. P. 723–726.
- [5] *Morgan G.H.* // *J. Appl. Phys.* 1973. V. 44. P. 3319–3322.
- [6] *Akhmetov A.A., Kuroda K., Ono K., Takeo M.* // *Cryogenics*. 1995. V. 35. N 8. P. 495–504.
- [7] *Turck B.* // *Cryogenics*. 1974. V. 14. P. 448–454.
- [8] *Takács S.* // *Supercond. Sci. Technol.* 1997. V. 10. P. 733–748.
- [9] *Akhmetov A.A., Devred A., Mints R.G., Schermer R.I.* // *Supercollider*. 1995. V. 5. P. 443–446.
- [10] *Devred A., Ogitsu T.* // *KEK preprint*. 1994. V. 94–156.
- [11] *Akhmetov A.A., Kuroda K., Koga T., Ono K., Takeo M.* // *Inst. Phys. Conf. Ser.* N 148. IOP Publishing. 1995. P. 527–530.