Вырожденная плазма в полупространстве во внешнем электрическом поле вблизи резонанса

© А.В. Латышев, А.А. Юшканов

Московский государственный областной университет,
105005 Москва, Россия

E-mail: yushkanov@mtu-net.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 27 марта 2006 г.)

Изучается поведение электрического поля вблизи поверхности в полупространстве, заполненном вырожденным электронным газом, во внешнем переменном электрическом поле. Исследован случай, когда частота внешнего поля близка к частоте плазменных колебаний (резонанс). Выясняются особенности поведения экранированного поля при диффузном отражении электронов от границы. Показано существование двух слоев, примыкающих к поверхности, в которых поведение экранированного поля существенно различается.

Один из авторов (А.В.Л.) благодарит за частичную финансовую поддержку Российский фонд фундаментальных исследований (грант № 03-01-00281).

PACS:52.35.-g, 52.20.-j, 52.25.-b

1. Введение

Задача о поведении электронной плазмы в полупространстве во внешнем поперечном (перпендикулярно поверхности) электрическом поле при зеркальном отражении электронов от границы для бесстолкновительного случая впервые аналитически решена Ландау [1]. С диффузным граничным условием задача была рассмотрена в работе [2] методом интегральных преобразований. В работе [3] был проведен общий асимптотический анализ поведения электрического поля на большом расстоянии от поверхности. В этой работе указывалось на особое значение анализа поведения поля вблизи плазменного резонанса. При этом в работе [3] утверждалось, что поведение поля для случаев зеркального и диффузного рассеяния электронов на поверхности существенно различается.

Целью настоящей работы является анализ поведения электрического поля в металле в случае, когда частота внешнего поля близка к плазменной частоте, а также анализ поведения поля во всем объеме металла, включая слой, непосредственно примыкающий к поверхности.

Наш анализ базируется на результатах работ [4,5], где рассматривались общие вопросы разрешимости данной задачи и исследована структура дискретного спектра в зависимости от параметров задачи. Детальный анализ решения в общем случае в указанных работах не проводился ввиду сложного характера этого решения. Однако в рассматриваемом случае, когда частота колебаний ω внешнего электрического поля $E_0\exp(-i\omega t)$ близка к частоте ω_p плазменных колебаний, проведение такого анализа оказывается возможным. В этом случае квадрат модуля нуля дисперсионной функции задачи много больше единицы. С использованием этого обстоятельства решение задачи приведено к виду, допускающему непосредственное исследование. Такое исследование и проведено в настоящей работе.

В [3] отмечалось, что условие квазиклассичности, необходимое при использовании кинетического уравнения, выполняется для случая вырожденных полупроводников.

Будем считать поле достаточно слабым, чтобы было применимо линейное приближение [1]. При этом функцию распределения электронов можно искать в виде

$$f = f_0 - \psi \frac{\partial}{\partial \varepsilon} f_0 \exp(-i\omega t).$$

Здесь f_0 — функция распределения Ферми, ε — кинетическая энергия электронов (поверхность Ферми считается сферической). Температуру будем считать низкой, так чтобы

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\delta(\varepsilon - \varepsilon_F),$$

где ε_F — энергия Ферми, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. С учетом одномерности задачи функция распределения электронов $\psi(x, \mathbf{v})$ удовлетворяет уравнению

$$-i\omega\psi + v_x \frac{\partial}{\partial x} \psi = e_0 v_x E - \nu(\psi - g\overline{\psi}).$$

Здесь $\overline{\psi}$ — избыточная плотность электронов,

$$\overline{\psi} = 2\int (2p\hbar)^{-3}(f - f_0)d^3p,$$

ν — частота столкновений электронов, e_0 — заряд электрона, v_x — проекция скорости электронов на ось x, перпендикулярную поверхности, $\mathbf{p}$ — импульс электронов, $d^3p = dp_x dp_y dp_z$, $g = \pi^2\hbar^3/(2\varepsilon_F)$.

Электрическое поле в металле $E(x)$ удовлетворяет уравнению

$$E'(x) = 4\pi e_0 \overline{\psi}(x, \mathbf{v}).$$

Поскольку $v_x = v_F \cos\theta$, удобно ввести переменную $\mu = \cos\theta$, изменяющуюся от -1 до $+1$. Кроме того, введем следующие безразмерную переменную и параметры:

$$x' = \frac{x\nu}{v_F}, \quad y_0 = \frac{\omega}{\nu}, \quad k_0^2 = 3\left(\frac{\omega_p}{\nu}\right)^2,$$

где ω_p — плазменная частота.

Известно, что частота плазменных колебаний, как правило, много больше частоты столкновений электронов в металле [6]. Поэтому в случае $\omega \sim \omega_p$ выполняются условия $y_0 \gg 1$, $k_0 \gg 1$.

Введем вместо $E(x)$ поле $e(x) = E(x)/E_0$, вместо $\psi(x, \mathbf{v})$ — функцию $\varphi = \nu\psi/(e_0 E_0 v_F)$, а вместо x' будем писать снова x.

Тогда получим систему уравнений, описывающих данную задачу,

$$\mu \frac{\partial}{\partial x} \varphi + z_0 \varphi(x, \mu) = \mu e(x) + \frac{1}{2} \int\limits_{-1}^{1} \varphi(x, \mu')\, d\mu',$$

$$z_0 = 1 - iy_0, \tag{1}$$

$$e'(x) = \frac{k_0^2}{2} \int\limits_{-1}^{1} \varphi(x, \mu')\, d\mu'. \tag{2}$$

Рассмотрим случай диффузного отражения электронов от границы полупространства. Тогда для функции распределения имеем следующие граничные условия:

$$\varphi(0, \mu) = A, \qquad 0 < \mu < 1, \tag{3}$$

$$\int\limits_{-1}^{1} \mu\varphi(0, \mu)\, d\mu = 0. \tag{4}$$

Условие (4) есть условие непротекания электронов через границу. Граничное условие для поля имеет вид

$$e(0) = 1. \tag{5}$$

Подчеркнем, что константа A неизвестна. Она определяется условием непротекания электронов через границу (4).

2. Собственные функции и собственные значения

Разделим переменные в уравнениях (1) и (2):

$$\varphi_\eta(x, \mu) = \exp\left(-z_0 \frac{x}{\eta}\right) \Phi(\eta, \mu),$$

$$e_\eta(x) = \exp\left(-z_0 \frac{x}{\eta}\right) E(\eta). \tag{6}$$

Тогда получаем характеристическую систему уравнений

$$(\eta - \mu)\, \Phi(\eta, \mu) = \frac{1}{z_0} \eta\mu E(\eta) + \frac{1}{z_0} \eta n(\eta),$$

$$E(\eta) = -\frac{k_0^2}{z_0} \eta n(\eta), \quad n(\eta) = \frac{1}{2} \int\limits_{-1}^{1} \Phi(\eta, \mu)\, d\mu.$$

В силу однородности системы (1), (2) без ограничения общности будем считать, что

$$\eta n(\eta) \equiv 1. \tag{7}$$

С помощью введенных обозначений и условия (7) перепишем характеристическую систему в виде

$$(\eta - \mu)\, \Phi(\eta, \mu) = \frac{1}{z_0^2} (z_0 - k_0^2 \mu\eta), \quad E(\eta) = -\frac{k_0^2}{z_0}. \tag{8}$$

Пусть $\eta \in (-1, +1)$. Тогда из первого выражения (8) и уравнения (7) в пространстве обобщенных функций [7] найдем собственные функции характеристической системы

$$\Phi(\eta, \mu) = \frac{1}{z_0^2} (z_0 - k_0^2 \mu\eta)\, P \frac{1}{\eta - \mu} + 2 \frac{\lambda(\eta)}{\eta} \delta(\eta - \mu). \tag{9}$$

Здесь $\lambda(z)$ — дисперсионная функция задачи,

$$\lambda(z) = 1 + \frac{z}{2z_0^2} \int\limits_{-1}^{1} \frac{z_0 - k_0^2 z\mu}{\mu - z}\, d\mu$$

$$= -i \frac{y_0}{z_0} + \frac{1}{z_0^2} (z_0 - k_0^2 z^2) \lambda_0(z), \tag{10}$$

где

$$\lambda_0(z) = 1 + \frac{z}{2} \int\limits_{-1}^{1} \frac{d\tau}{\tau - z} \qquad —$$

дисперсионная функция Кейза [8], Px^{-1} — символ главного значения интеграла от x^{-1}.

Учитывая граничное условие (5), далее будем рассматривать лишь убывающие (по переменной x; $x > 0$) решения исходной системы. Согласно (6), убывающими решения являются при $\eta > 0$, а так как решение характеристического уравнения в обобщенных функциях возможно только при $|\eta| < 1$, интервал $0 < \eta < 1$ является непрерывным спектром граничной задачи.

Функции (9) называются собственными функциями непрерывного спектра. Собственные решения исходной задачи даются равенствами (6) с учетом (9).

По определению, дискретным спектром характеристического уравнения является множество нулей дисперсионного уравнения $g(z) \equiv \lambda(z)/z = 0$.

Отсюда видно, что дисперсионное уравнение в качестве нуля имеет бесконечно удаленную точку $\eta_i = \infty$, которой отвечают собственные функции дискретного спектра

$$\Phi(\eta_i, \mu) = -\frac{k_0^2}{z_0^2} \mu, \qquad E(\eta_i) = -\frac{k_0^2}{z_0}.$$

Этим собственным функциям отвечают совпадающие с ними дискретные собственные решения исходной системы

$$\varphi_\infty(x, \mu) = -\frac{k_0^2}{z_0^2} \mu, \qquad e_\infty(x) = -\frac{k_0^2}{z_0}.$$

В работе [5] показано, что дисперсионная функция имеет еще два конечных комплексных нуля $\pm\eta_0$, $\operatorname{Re}\eta_0 > 0$, различающихся лишь знаками. Нулю η_0 отвечают собственные решения исходной системы

$$\varphi_{\eta_0}(x,\mu) = \frac{z_0 - k_0^2\mu\eta_0}{z_0^2(\eta_0-\mu)} \exp\left(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}\right),$$

$$e_{\eta_0}(x) = -\frac{k_0^2}{z_0} \exp\left(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}\right).$$

3. Функция распределения электронов и электрическое поле

В работе [5] доказано, что решение задачи (1)–(5) дается разложениями по собственным функциям соответствующей характеристической системы

$$\varphi(x,\mu) = -\frac{k_0^2}{z_0^2} A_\infty \mu + \frac{z_0 - k_0^2\mu\eta_0}{z_0^2(\eta_0-\mu)} \exp\left(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}\right) A_0 + \int\limits_0^1 \exp\left(-z_0\,\frac{x}{\eta}\right) \Phi(\eta,\mu) A(\eta)\,d\eta, \tag{11}$$

$$e(x) = -\frac{k_0^2}{z_0}\left[A_\infty + A_0 \exp\left(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}\right) + \int\limits_0^1 \exp\left(-z_0\,\frac{x}{\eta}\right) A(\eta)\,d\eta\right]. \tag{12}$$

В разложениях (11) и (12) A_0 и A_∞ — коэффициенты дискретного спектра (амплитуды Дебая и Друде), $A(\eta)$ — коэффициент непрерывного спектра. Эти коэффициенты вычисляются по формулам

$$A_\infty = \frac{iy_0}{k_0^2\lambda_\infty}, \qquad \lambda_\infty = \lambda(\infty),$$

$$A_0 = \frac{iy_0 D}{\lambda_\infty(z_0 - k_0^2\eta_0^2) X(\eta_0)}, \tag{13}$$

$$A(\eta) = \frac{z_0^2}{2\pi i(z_0 - k_0^2\eta^2)} \left[c_0 + \frac{c_{-1}}{\eta-\eta_0}\right]\left[\frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)}\right], \tag{14}$$

$$D = \frac{2\eta_1 + (\eta_0^2 - \eta_1^2)\alpha^-}{\eta_0\alpha^- - \eta_1\alpha^+}, \quad \alpha^\pm = X(\eta_1) - X(-\eta_1), \tag{15}$$

$$c_{-1} = c_0 D, \quad c_0 = -\frac{k_0^2}{z_0^2} A_\infty, \quad \eta_1 = \frac{\sqrt{z_0}}{k_0}. \tag{16}$$

Выражение для постоянной A приведено в [5], здесь оно не используется. В выражения (14)–(16) входит функция $X(z)$

$$X(z) = \frac{1}{z} \exp V(z),$$

$$V(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_0^1 \frac{\ln\bigl(\lambda^+(z)/\lambda^-(\tau)\bigr) - 2\pi i}{\tau - z}\,d\tau.$$

Здесь $\lambda^\pm(\mu)$ — граничные значения дисперсионной функции сверху и снизу в точках интервала $(-1,+1)$ [9],

$$\lambda^\pm(\mu) = \lambda(\mu) \pm i\,\frac{\pi}{2z_0^2}\,\mu(z_0 - k_0^2\mu^2),$$

где

$$\lambda(\mu) = -i\,\frac{y_0}{z_0} + \frac{z_0 - k_0^2\mu^2}{z_0^2}\left(1 + \frac{\mu}{2}\ln\frac{1-\mu}{1+\mu}\right).$$

Условие непротекания (4) приводит к равенству

$$-\frac{k_0^2}{3z_0} A_\infty - iy_0 A_0 - iy_0 \int\limits_0^1 A(\eta)\,d\eta = 0.$$

Выражение для электрического поля (12) представим в виде $e(x) = e_d(x) + e_c(x)$, где одна часть поля $e_d(x)$ отвечает дискретному спектру, а вторая часть $e_c(x)$ — непрерывному:

$$e_d(x) = -\frac{k_0^2}{z_0}\left[A_\infty + A_0 \exp\Bigl(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}\Bigr)\right],$$

$$e_c(x) = -\frac{k_0^2}{z_0}\int\limits_0^1 \exp\Bigl(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}\Bigr) A(\eta)\,d\eta.$$

Таким образом, согласно (12), (13) и (15), дискретная часть поля равна

$$e_d(x) = \frac{-iy_0}{z_0\lambda_\infty}\left[1 + \frac{k_0^2 D}{(z_0 - k_0^2\eta_0^2)X(\eta_0)} \exp\Bigl(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}\Bigr)\right]. \tag{17}$$

Рассмотрим часть электрического поля, отвечающую непрерывному спектру. Из формул (12)–(16) находим, что

$$e_c(x) = \frac{iy_0 k_0^2}{2z_0^3\lambda_\infty} \int\limits_0^1 \exp\left(-z_0\,\frac{x}{\eta} - V(\eta)\right) \times \left(1 + \frac{D}{\eta-\eta_0}\right) \frac{\eta^2 d\eta}{\sqrt{\lambda^+(\eta)\lambda^-(\eta)}}. \tag{18}$$

4. Асимптотический анализ решения

В общем случае анализ решения по формулам (11)–(16) провести затруднительно. Однако вблизи резонанса такой анализ провести можно. В основе проводимого далее анализа лежит идея отыскать в явном виде нуль η_0 дисперсионной функции. При $\omega \to \omega_p$ и $\varepsilon \to 0$ оказывается, что $\eta_0(\gamma,\varepsilon) \to \infty$. В самом деле, воспользуемся разложением при $|\eta_0| > 1$ дисперсионной функции

$$\lambda(\eta_0) = \lambda_\infty + \frac{\lambda_2}{\eta_0^2} + \frac{\lambda_4}{\eta_0^4} + \ldots,$$

$$\lambda_2 = \frac{3k_0^2 - 5z_0}{3\cdot 5z_0^2}, \qquad \lambda_4 = \frac{5k_0^2 - 7z_0}{5\cdot 7z_0^2}, \ \ldots.$$

Отбрасывая в этом разложении члены начиная со степени η_0^{-4}, из уравнения $\lambda(\eta_0)=0$ находим

$$\eta_0^2=\frac{5z_0-3k_0^2}{-15iy_0z_0+5k_0^2}.$$

Отметим, что при замене $\lambda(\eta_0)$ суммой первых двух членов величина ошибки менее чем $\Delta_{\eta_0}=0.5\cdot|\eta_0|^{-4}$; так что уже при $|\eta_0|=5$ имеем $\Delta_{\eta_0}=0.0008$.

Введем два малых параметра

$$\varepsilon=\frac{\nu}{\omega_p},\quad 0<\varepsilon\ll 1,\quad \gamma=\frac{\omega-\omega_p}{\omega_p},\quad |\gamma|\ll 1.$$

Очевидно, что

$$k_0^2=\frac{3}{\varepsilon^2},\quad \frac{\omega}{\omega_p}=1+\gamma,\quad y_0=\frac{\omega}{\nu}=\frac{\omega}{\omega_p}=\frac{1+\gamma}{\varepsilon}.$$

Представим основные параметры решения η_0, η_1 и z_0 как функции двух малых параметров ε и γ. Нетрудно видеть, что

$$\eta_0=\sqrt{\frac{9+15i\varepsilon(1+\gamma+i\varepsilon)}{15[2\gamma+i\varepsilon+\gamma(\gamma+i\varepsilon)]}},\quad z_0=1-i\,\frac{1+\gamma+i\varepsilon}{\varepsilon},$$

$$\eta_1=\sqrt{-i\,\frac{\varepsilon}{3}\,(1+\gamma+i\varepsilon)},\quad \lambda_\infty=\frac{2\gamma+i\varepsilon+\gamma(\gamma+i\varepsilon)}{(1+\gamma+i\varepsilon)^2}.$$

Оценим величину z_0/η_0 при $\gamma=0$ и $\varepsilon\to 0$

$$\frac{z_0}{\eta_0}=(1-i)\,\frac{\sqrt{2.5}}{\sqrt{\varepsilon}},\qquad \gamma=0,\qquad \varepsilon\to 0.$$

Из выражения (18) для непрерывного спектра с учетом асимптотики для z_0 видно, что соответствующая часть электрического поля имеет декремент убывания по x, пропорциональный ε^{-1}. Из выражения (17) для дискретного спектра с учетом асимптотики для z_0/η_0 видно, что соответствующая часть поля имеет декремент убывания, пропорциональный $(\sqrt{\varepsilon}\,)^{-1}$.

Это означает, что существуют два слоя $0\le x\le\varepsilon$ и $\varepsilon\le x\le\sqrt{\varepsilon}$, примыкающие к поверхности металла. В первом слое следует учитывать вклад в электрическое поле, обусловленный как непрерывным спектром, так и дискретным. Во втором слое решающий вклад в электрическое поле вносит второе слагаемое из (12) с амплитудой Дебая A_0. Второй слой при $x\sim\sqrt{\varepsilon}$ переходит в область сплошной среды, где определяющий вклад в электрическое поле вносит первое слагаемое — амплитуда Друде.

Переходя к размерным координатам, получим, что первый слой соответствует области $0\le x\le l\varepsilon$, а второй слой — области $l\varepsilon\le x\le l\sqrt{\varepsilon}$. Учитывая определение ε, получаем для первого слоя область $0\le x\le r_D$, а для второго слоя — область $r_D\le x\le\sqrt{lr_D}$. Здесь r_D — дебаевский радиус экранирования поля $r_D\sim v_F/\omega_p$.

Третий слой соответствует области $\sqrt{lr_D}\le x\le\infty$. В этой области мода Дебая и волны Ван Кампена [10] затухают и доминирует объемное решение Друде, т. е. это область, где справедлива электродинамика сплошной среды.

Интересно, что взаимное расположение и характерные размеры слоев для рассматриваемого резонансного случая существенно отличаются от низкочастотного случая, когда $\omega\ll\omega_p$, $\omega\ll\nu$. Анализ общего выражения для поля (12) показывает, что и в этом случае первый слой имеет размер порядка r_D. Второй же слой соответствует области $r_D\le x\le l$. Таким образом, второй слой в этом случае существенно (в $\sqrt{l/r_D}$ раз) шире, чем в резонансном случае. При этом во втором слое влияние моды Дебая в низкочастотном случае пренебрежимо мало в отличие от резонансного случая.

Особо отметим, что вклад непрерывного спектра в электрическое поле при больших $|\eta_0|$ имеет тот же порядок в первом слое, что и дискретный спектр. При переходе из первого слоя во второй вклад непрерывного спектра становится близким к нулю. Этот факт объясняется тем обстоятельством, что интеграл из (21) начинает быстро осциллировать с ростом x, а интеграл от быстро осциллирующей функции начинает исчезать с ростом частоты осцилляций.

Покажем, что на границе плазмы при $\eta_0\to\infty$ вклад непрерывного спектра в структуру электрического поля эквивалентен вкладу дискретного спектра. В самом деле, при больших $|\eta_0|$, согласно (17),

$$e_d(x)=\frac{iy_0\eta_0^2}{z_0\lambda_2}\left[1-\exp\Big(-z_0\,\frac{x}{\eta_0}-V(\eta_0)\Big)\right].\tag{19}$$

Учитывая, что при $|\eta_0|\gg 1\quad V(\eta_0)=\frac{V_1}{\eta_0}+\frac{V_2}{\eta_0^2}+\ldots$, где

$$V_n=-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_0^1\left[\ln\frac{\lambda^+(\tau)}{\lambda^-(\tau)}-2\pi i\right]\tau^{n-1}d\tau,\quad n=1,2,\ldots,$$

имеем

$$\exp\big(-V(\eta_0)\big)=1-\frac{V_1}{\eta_0}+\ldots.$$

Следовательно, при $|\eta_0|\gg 1$ на границе плазмы $e_d(0)=\frac{iy_0}{z_0\lambda_2}V_1\eta_0$. Учитывая граничное условие на поле $e_d(0)+e_c(0)=1$, получаем, что $e_c(0)=-\frac{iy_0}{z_0\lambda_2}V_1\eta_0$ при $|\eta_0|\gg 1$. Таким образом, в первом слое вклады в электрическое поле дискретного и непрерывного спектров сопоставимы по величине (рис. 1). Это означает, что вклад непрерывного спектра вблизи поверхности (в первом слое) следует учитывать, так как обе величины $e_d(0)$ и $e_c(0)$ имеют одинаковый порядок при $\eta_0\to\infty$.

Отметим, что для построения остальных графиков можно использовать формулу (17), так как вне первого слоя поведение электрического поля в основном определяется дискретным спектром.

Таким образом, вклад непрерывного спектра (волн Ван Кампена) у границы плазмы существен. Более того, обе составляющие электрического поля $e_d(0)$ и $e_c(0)$ на

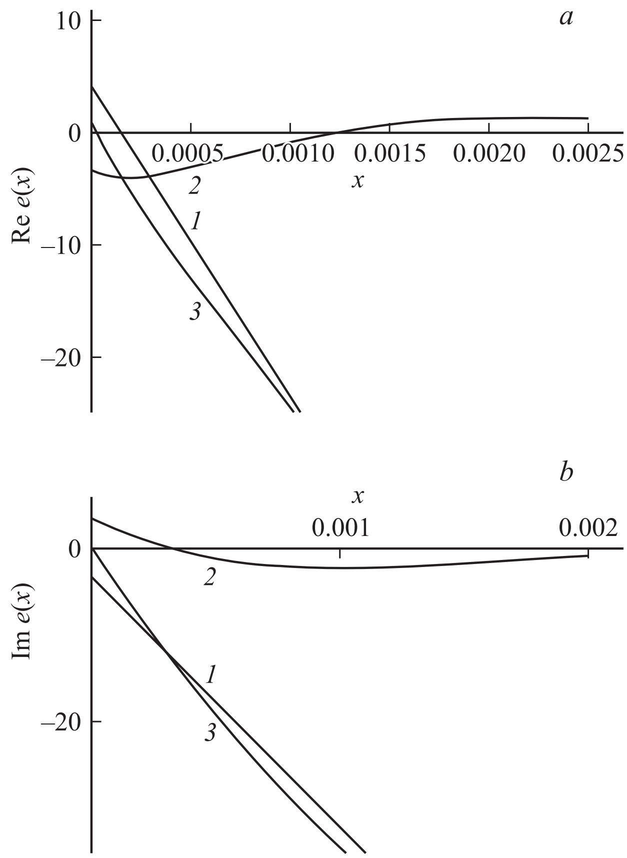

Рис. 1. Электрическое поле в первом слое в случае $\gamma = 0$, $\varepsilon = 0.001$. a — действительная часть поля, b — мнимая часть поля. Кривые *1* и *2* отвечают дискретному и непрерывному спектрам, кривая *3* — их сумма.

границе плазмы неограниченно возрастают при $\eta_0 \to \infty$, т.е. при $\gamma, \varepsilon \to 0$, при том что их сумма равна единице (в безразмерных обозначениях).

В формуле (19) входящие параметры выразим через γ и ε, а функцию $\exp(-V(\eta_0))$ разложим в ряд, сходящийся в окрестности бесконечно удаленной точки,

$$V(\eta_0) = 1 - \frac{U_1}{\eta_0} + \frac{U_2}{\eta_0^2} + \ldots,$$

$$U_1 = 0.35714, \qquad U_2 = -0.15220, \ldots .$$

Учитывая, что при больших $|\eta_0|$ $D(\eta_0, \eta_1) = \eta_0$, имеем

$$e_d(x) = \frac{1 + 3\gamma + 2i\varepsilon}{2\gamma + i\varepsilon + (\gamma + i\varepsilon)(3\gamma + i\varepsilon)} \times \left[1 - \left(1 - \frac{U_1}{\eta_0} + \frac{U_2}{\eta_0^2}\right)\exp(-k_1 x)\right]. \qquad (20)$$

Здесь η_0 вычисляется по формуле, приведенной выше, а

$$k_1 = \frac{z_0}{\eta_0} = -i\,\frac{\sqrt{15(2\gamma + i\varepsilon)}}{3\varepsilon}.$$

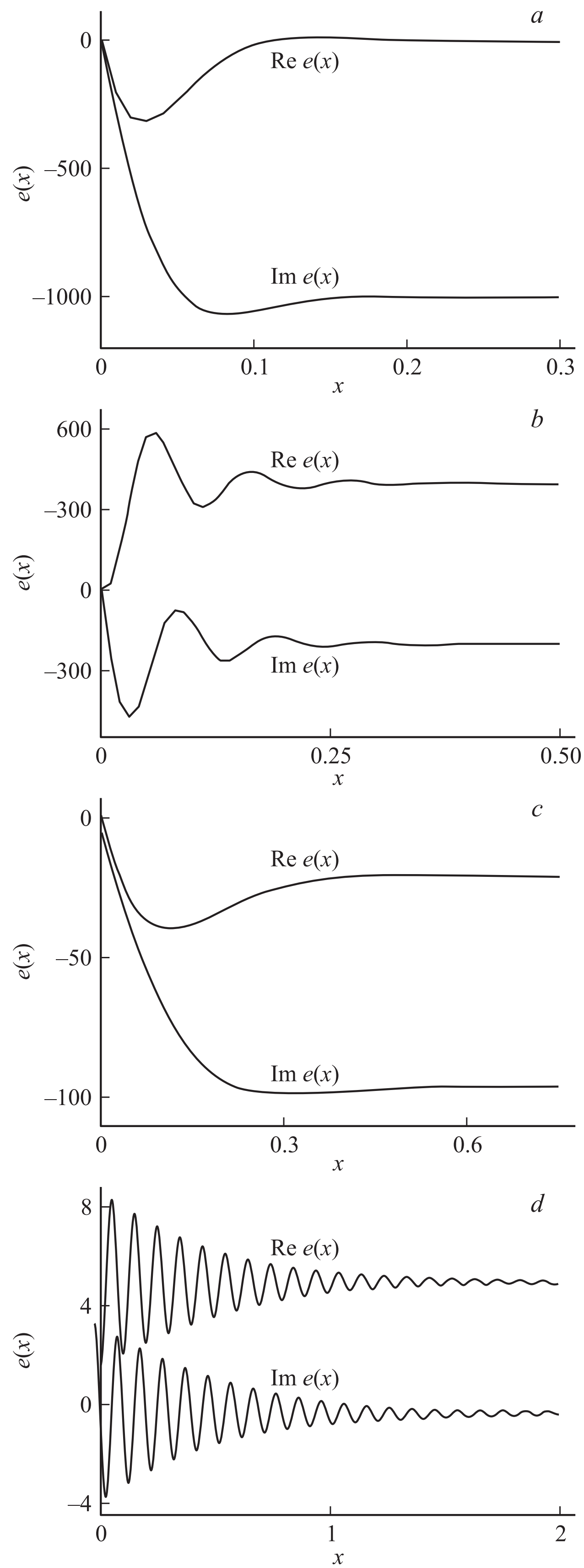

Рис. 2. Действительная и мнимая части электрического поля. a — $\gamma = 0$, $\varepsilon = 0.001$, b — $\gamma = 0.001$, $\varepsilon = 0.001$, c — $\gamma = -0.001$, $\varepsilon = 0.01$, d — $\gamma = 0.1$, $\varepsilon = 0.01$.

На рис. 2, a–d приведены графики зависимости электрического поля (действительной и мнимой частей) от расстояния до поверхности раздела во второй-третьей областях. Из рисунков видно, что при положительных значениях величины γ наблюдается осцилляционный режим, т. е. поле осциллирует, приближаясь к асимптотическому значению пр $x \to \infty$. Этот осцилляционный режим становится все более выраженным по мере роста величины γ. При $\gamma = 0$ и $\gamma < 0$ осцилляции не наблюдаются. При этом величина поля в объеме плазмы при малых γ и ε значительно превышает величину поля на поверхности, что естественно для рассматриваемого резонансного случая.

Затухающая часть дискретной моды (мода Дебая) для резонансного случая $\omega = \omega_p$, согласно (20), может быть представлена в виде

$$e_D(x) = \frac{i}{\varepsilon} \exp\left(\sqrt{\frac{5}{6\varepsilon}}\,(i-1)x \right). \qquad (21)$$

Для случая зеркального рассеяния электронов на стенке в [3] для моды Дебая (при $\omega = \omega_p$) получена формула, в точности совпадающая с формулой (21), а для случая диффузного рассеяния в [3] приводится следующий результат для поля:

$$e_1(x) = 0.215\big(1 + i\sqrt{3}\big)\sqrt{\frac{i}{\varepsilon^3}}\exp\left[\sqrt{\frac{5}{6\varepsilon}}\,(i-1)x \right]. \qquad (22)$$

Итак, наблюдается полное согласие в поведении поля, описываемом полученной в данной работе формулой (21) и соответствующей формулой из работы [3] для случая зеркального отражения.

Из равенства (17) видно, что при любых γ и $\varepsilon > 0$ $\operatorname{Re}(z_0/\eta_0) > 0$; иными словами, осцилляционный режим не наступает даже при $\gamma = 0$, т. е. при $\omega = \omega_p$. Это соответствует результату для газовой плазмы, полученному в работе [1].

5. Заключение

В настоящей работе проведен анализ поведения экранированного электрического поля в столкновительной плазме вблизи резонанса, когда частота внешнего переменного электрического поля близка к собственной частоте колебаний. Внешнее поле является поперечным — перпендикулярным поверхности, ограничивающей плазму.

Оказалось, что в плазме можно выделить три области, в которых поведение электрического поля существенно различно. К поверхности плазмы примыкает слой шириной $0 \le x \le r_D$, где r_D — дебаевский радиус экранирования. В первом слое поведение поля определяется тремя слагаемыми: модами Друде, Дебая (обе отвечают дискретному спектру задачи) и Ван Кампена (непрерывный спектр).

Второй слой имеет ширину $r_D \le x \le \sqrt{lr_D}$. В этом слое поведение поля определяется модами Друде и Дебая, причем мода Дебая является основной характеристикой, ответственной за осцилляционный режим. В этом слое влияние волн Ван Кампена пренебрежимо мало.

Наконец, область $\sqrt{lr_D} \le x \le +\infty$ называют областью сплошной среды. Определяющей поведение поля является мода Друде, которую можно найти из уравнений сплошной среды и уравнений Максвелла, не прибегая к решению кинетического уравнения.

Список литературы

[1] Л.Д. Ландау. Собрание трудов. Наука, М. (1969). Т. 2. С. 7–25; ЖЭТФ **26**, 576 (1946).
[2] J.M. Keller, R. Fuchs, K.L. Kliewer. Phys. Rev. B **12**, 2012 (1976).
[3] В.М. Гохфельд, М.А. Гулянский, М.И. Каганов, А.Г. Плявенек. ЖЭТФ **89**, 985 (1985).
[4] А.В. Латышев, А.А. Юшканов. Поверхность. Физика. Химия. Механика. *2*, 25 (1993).
[5] А.В. Латышев, А.А. Юшканов. Журн. вычисл. математики и мат. физики **41**, 1229 (2001).
[6] Д. Пайнс. Элементарные возбуждения в твердых телах. Мир, М. (1965). 382 с.
[7] В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. Уравнения математической физики. Физматлит, М. (2000). 400 с.
[8] K.M. Case, P.F. Zweifel. Linear transport theory. Reading, Mass., Addison-Wesley (1967). [К. Кейз, П. Цвайфель. Линейная теория переноса. Мир, М. (1972). 384 с.]
[9] И.К. Лифанов. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн). ТОО „Янус“, М. (1995). 520 с.
[10] Б.В. Кадомцев. Коллективные явления в плазме. Наука, М. (1988). 288 с.