Письма в ЖТФ, 1999, том 25, вып. 18 *26 сентября*

01;05.3

$1/f$ шум в неоднородных конденсированных средах: связь с неравновесным фазовым переходом

© *Ю.В. Гудыма*

Черновицкий государственный университет им. Ю. Федьковича

Поступило в Редакцию 15 апреля 1999 г.

Предлагается подход, при котором спектральная плотность шумового сигнала, изменяемая обратно пропорционально частоте с фрактальным показателем, близким к единице, связана с неоднородностью среды. В критической области источником неоднородности служит процесс зародышеобразования.

К настоящему времени накоплен огромный материал, касающийся наблюдений $1/f$ шума в различных, зачастую совершенно непохожих, системах [1–3]. Особенно ценны в этом отношении недавние эксперименты по наблюдению подобных флуктуаций в окрестности неравновесного фазового перехода первого рода [4–6]. Стало понятно, что наличие $1/f$ шума нельзя однозначно связывать с существованием в системе сплошного спектра времен релаксации с равномерным распределением их логарифма. Отсутствие адекватных изучаемому феномену теоретических концепций стимулирует интенсивный поиск удовлетворительного решения существующей проблемы.

В данном сообщении предлагается подход, при котором предполагается, что спектральная плотность шумового сигнала, изменяемая обратно пропорционально частоте с фрактальным показателем, близким к единице, сопровождающего фазовые превращения, напрямую связана с неоднородностью, источником которой служит процесс зародышеобразования. Рассмотрена довольно общая модель неоднородной конденсированной среды: в однородной матрице хаотическим образом расположены зародыши другой фазы. Случайное движение носителей заряда имеет микроскопически малый характерный масштаб времени: время свободного пробега между двумя ближайшими кластерами τ_k. Таким образом, $1/f$ шум можно представить как случайную последовательность импульсов, связанных со сменой некоррелированного движения в матрице на коррелированное в зародыше. Понятно, что все они (импульсы) имеют примерно одинаковую форму. Корреляционная функция стационарного процесса допускает простую аппроксимацию [7]

$$\varphi(t) = \langle (\Delta n/n)^2 \rangle \exp(-\omega |t|), \tag{1}$$

где $[\langle (\Delta n/n)^2 \rangle]^{1/2}$ есть среднеквадратичная флуктуация концентрации носителей. Так как в данном случае убывание корреляционной функции характеризуется временами релаксации $1/\omega(1/L)$, где L — характерный размер критических зародышей, то искомая временнáя функция имеет вид

$$\varphi(t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \langle (\Delta n/n)^2 \rangle \exp(-\omega(\tau/L)t) d^4(r/L), \tag{2}$$

где d — размерность пространства.

В области сильных флуктуаций (в близкой окрестности точки фазового перехода) радиус корреляции становится больше любого линейного размера, в том числе критических размеров зародышей. Вследствие этого к рассматриваемой величине и ее времени релаксации можно применить гипотезу подобия критических флуктуаций

$$\langle (\Delta n/n)^2 \rangle = \overline{(\Delta n)^2} n^{-2} x^{-2\alpha}, \quad \omega(x) = \lambda x^{-\beta}, \quad x = r/L, \tag{3}$$

и, учитывая, что $\varphi(t)$ — функция четная и положительно определенная, преобразуем (2) к виду

$$\varphi(t) = 2 \int\limits_{0}^{\infty} \overline{(\Delta n)^2} n^{-2} x^{-2\alpha} \exp(-\lambda x^{-\beta} t) d^d x. \tag{4}$$

Здесь $\overline{(\Delta n)^2}$ — значение среднего квадрата амплитуд флуктуации концентрации носителей. Приближение (3) фактически означает, что мы считаем аномально флуктуирующими не только концентрацию носителей заряда, но и энергию, связанную с ними.

Проведя интегрирование и воспользовавшись тождеством $\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \pi/\sin(\pi z)$, получим окончательное выражение для коррелятора

$$\varphi(t) = 8\pi^2\overline{(\Delta n)^2}n^{-2}\beta^{-1}(\lambda t)^{-\frac{2\alpha-d}{\beta}}$$
$$\times\left[\Gamma\left(1-\frac{2\alpha-d}{\beta}\right)\sin\left(\pi\frac{2\alpha-d}{\beta}\right)\right]^{-1}, \qquad (5)$$

справедливое при естественном ограничении $2\alpha - \beta < d$. Интегралы такого типа встречались при вычислении релаксации системы с "остаточной" памятью [8].

Вследствие независимости событий можно считать, что величины τ_k распределены по закону Пуассона. В зародыше новой фазы электроны описываются функцией (2), при $x > 1$ движение для простоты будем считать полностью некоррелированным (в принципе, нулевой уровень отсчета не является обязательным; достаточно, чтобы вне зародыша коррелированность движения была постоянной). В таком случае форма шумового сигнала является линейной суперпозицией отдельных импульсов

$$F(t) = \sum_k \varphi(t)\theta(t-\tau_k), \qquad (6)$$

где $\theta(t-\tau_k)$ — единичная ступенчатая функция, равная единице для $t > \tau_k$ и нулю, когда $t < \tau_k$. Возникновение случайного процесса вида (6) — результат однократного рассеяния носителей тока на хаотически вкрапленных в среду неоднородностях (зародышах). В соответствии с теоремой Карсона [9], спектральную плотность сигнала можно представить в виде

$$\overline{S_x(f)} = 2\nu|\Phi(f)|^2. \qquad (7)$$

Здесь $\Phi(f)$ — преобразование Фурье функции формы отдельного импульса, ν — средняя частота событий, а черта над левой частью выражения означает усреднение для большого числа испытаний (т.е. среднее по множеству).

После соответствующих преобразований при $(2\alpha - d)/\beta \to 1/2$ получим

$$\overline{S_x(f)} \to 16\pi^2\nu\beta^{-1}\lambda^{-1/2}\overline{(\Delta n)^2}n^{-2}f^{-1}. \qquad (8)$$

Заметим, что успехи теории самоорганизации базируются в основном на том, что диссипативные термодинамически неравновесные системы, находящиеся в стационарном состоянии с детальным равновесием, формально неотличимы от неравновесных [10]. Наличие в системе детального равновесия эквивалентно условию представления функционала распределения в потенциальном виде. Это означает, например, что

$$P(n) = Ae^{-Y(n)}. \tag{9}$$

Средний квадрат флуктуационного отклонения концентрации носителей должен определяться на функционале (9). При малых неравновесных концентрациях носителей

$$V(n) = V(0) - \frac{\beta n^2}{2}. \tag{10}$$

Распределение (9) в таком случае становится гауссовым, а выражение (8) преобразуется к виду

$$\overline{S_x(f)} \to 8\pi^2 \nu \beta^{-1} \lambda^{-1/2} N^{-1} f^{-1}. \tag{11}$$

Показатель степени при частоте для реальных фазовых переходов первого рода порядка 1.6; впрочем, в данной теории он достигается соответственным подбором величин α и β. Изложенная теория связывает указанный показатель с фрактальной геометрией фазового пространства. Выражение (11) правильно описывает рост амплитуды шума с ростом неоднородности конденсированных сред и соответствует эмпирическому закону Хуга, из которого следует, что спектральная плотность $1/f$ шума обратно пропорциональна общему числу носителей заряда в образце [9]. Теоретический итог данной работы согласуется с результатами исследований последних лет, связывающими природу изучаемого шума в случайных средах с внутренним беспорядком в таких системах [11]. Спектральный состав $1/f$ шума не зависит как от геометрических размеров системы в целом, так и от размеров возникающих кластеров.

В соответствии с формулой (1) $1/f$ шум следует считать стационарным процессом. Полученный результат может быть привлечен для объяснения низкочастотного критического неравновесного режима [4–6], если за источник неоднородности считать зародыши новой фазы. Реальные расчеты в последнем случае должны быть модифицированы для учета процессов эволюции таких зародышей на изучаемый шум. Кроме того, нужно использовать истинное распределение (9) в выражении (8). Все это усложнит задачу вычисления, однако не отразится на прицsmall принципиальных выводах настоящего рассмотрения.

Обычная интерпретация $1/f$ шума как сложения большого числа лоренцевых спектров поддавалась критике в [12]. Иные аспекты модели $1/f$ шума как случайной серии импульсов, использованной в нашей работе, обсуждались в [12,13].

Список литературы

[1] *Weissman M.B.* // Rev. Mod. Phys. 1988. V. 60. N 2. P. 537–571.
[2] *Kirton M.J., Uren M.J.* // Adv. Phys. 1989. V. 38. N 4. P. 367–468.
[3] *Жигальский Г.П.* // УФН. 1997. Т. 167. В. 6. С. 623–648.
[4] *Коверда В.П., Скоков В.Н., Скрипов В.П.* // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. В. 9. С. 739–742.
[5] *Коверда В.П., Скоков В.Н., Скрипов В.П.* // ЖЭТФ. 1998. Т. 113. В. 5. С. 1748–1757.
[6] *Битюцкая Л.А., Селезнев Г.Д.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 14. С. 24–27.
[7] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1995. 608 с.
[8] *Нигматуллин Р.Р.* // ФТТ. 1985. Т. 27. В. 5. С. 1583–1585.
[9] *Buckingham M.J.* Noise in electronic devices and system. N.Y.: Ellis Horwood Limited, John Wiley Sons, 1983.
(*Букингем М.* Шумы в электронных приборах и системах. М.: Мир, 1986. 399 с.)
[10] *Haken H.* Advanced Synergetics. Berlin: Springer-Verlag. 1983.
(*Хакен Х.* Синергетика. М.: Мир, 1985. 423 с.)
[11] *Abkemeier K.V., Grier D.G.* // Phys. Rev. B. 1996. V. 54. N 4. P. 2723–2727.
[12] *Hooge F.N., Bobbert P.A.* // Physica B. 1997. V. 239. N 3–4. P. 223–230.
[13] *Бударин А.Г.* // ДАН. 1998. Т. 359. В. 5. С. 615–617.