01;05.4

Распределение экранирующих токов в тонких сверхпроводящих пленках

© *Д.Ю. Водолазов*

Нижегородский государственный университет, Н. Новгород

Поступило в Редакцию 15 января 1999 г.

Теоретически исследовано экранирование магнитного поля в тонких сверхпроводящих пленках, находящихся в мейсснеровском состоянии. Получены простые аппроксимационные выражения для распределения плотности тока по ширине пленки, аналитичные везде и удовлетворяющие исходным уравнениям с высокой точностью. Найденная аппроксимация позволила определить величину размагничивающего фактора пленки и оценить магнитное поле входа первых вихрей в образец.

При изучении магнитных характеристик тонких сверхпроводящих пленок в перпендикулярном магнитном поле (таких, например, как восприимчивость на переменном токе (поле), намагниченность и др.) необходимо знать распределение экранирующих токов (ЭТ) и магнитного поля по ширине пленки. В настоящее время при анализе экспериментальных данных и количественных расчетах используются упрощенные выражения для плотности ЭТ [1], полученные в рамках квазиодномерных моделей (см., например, [2]). Распределение ЭТ, найденное таким образом, характеризуется корневой сингулярностью на краю пленки, что не позволяет определить, например, истинную величину размагничивающего фактора сверхпроводящих пленок. Помимо этого одномерные модели не позволяют рассчитать распределение ЭТ и магнитного поля в пленках конечной толщины d.

В представленной работе на основе численного решения уравнения Гинзбурга–Ландау для векторного потенциала $\mathbf{A}$ изучается вопрос о мейсснеровском состоянии тонкой ($d < \lambda$, λ — лондоновская глубина проникновения) сверхпроводящей пленки, ширины W, находящейся в перпендикулярном магнитном поле. Полученные численные решения для $\mathbf{A}$ (в широком диапазоне значений параметра $0.005 < \lambda_{eff}/W < 5$, $\lambda_{eff} = \lambda^2/d$) позволили построить простое аппроксимационное выражение для векторного потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ (и плотности тока $\mathbf{j}(\mathbf{r})$).

При рассмотрении мейсснеровского состояния уравнение Гинзбурга–Ландау для $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ (в безразмерных единицах: $A \to \Phi_0/2\pi\xi$, $j \to c\Phi_0/8\pi^2\lambda^2\xi$, $r \to \xi$, Φ_0 — квант магнитного потока, ξ — длина когерентности) практически сводится к уравнению Лондонов:

$$\Delta\mathbf{A} = \frac{\mathbf{A}}{\kappa^2}, \tag{1}$$

где $\kappa = \lambda/\xi$ — параметр Гинзбурга–Ландау, и предполагается, что пленка бесконечна в направлении x. Помимо этого уравнение (1) получено в предположении, что параметр порядка сверхпроводящего конденсата $\Psi(\mathbf{r})$ всюду равен единице. Как показывают численные расчеты, последнее предположение справедливо в широком интервале полей $H < H_s$, где H_s — поле, при котором в пленку начинают заходить вихри. Учет локального подавления Ψ вблизи краев пленки приводит лишь к незначительным, порядка нескольких процентов, поправкам для $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ при $H \approx H_s$. Из симметрии задачи следует, что не равна нулю только x компонента векторного потенциала $\mathbf{A}$: $\mathbf{A} = (A_x, 0, 0)$ (так как сверхпроводящий ток течет только в направлении x) и лапласиан в уравнении (1) является двумерным (поскольку система однородна в направлении x). Используются следующие граничные условия:

$$\left.\frac{\partial A_x}{\partial y}\right|_{y\to\pm\infty} = -H^{ext}, \qquad \left.\frac{\partial A_x}{\partial z}\right|_{z\to\pm\infty} = 0,$$

где H^{ext} — внешнее магнитное поле.

Удобно перейти в данном случае от дифференциального уравнения (1) к его интегральному аналогу с помощью функции Грина двумерного оператора Лапласа:

$$A_x(y,z) = A_x^{ext}(y) + \frac{1}{2\pi\kappa^2}\int\limits_{-W/2}^{W/2}\int\limits_{-d/2}^{d/2}(\ln|(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/W|)A_x(y',z')dy'dz'. \tag{2}$$

Как показывают тестовые расчеты, для пленок с толщиной d, меньшей λ, можно вместо двумерного уравнения (2) использовать одномерное уравнение:

$$A_x(y) = -H^{ext}y + \frac{Wd}{4\pi\kappa^2}\int\limits_{-W/2}^{W/2}\ln|(y-y')/W|A(y')dy'. \tag{3}$$

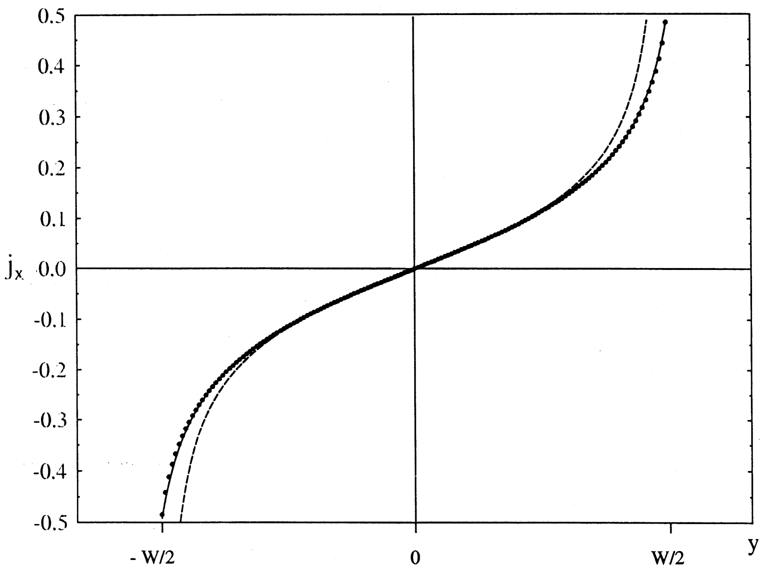

Рис. 1. Распределение экранирующей плотности тока по ширине пленки. Точки — численный расчет уравнения (3), пунктирная линия — распределение ЭТ, полученное в [2], сплошная линия — аппроксимация (4), $H^{ext} = 0.01$, $W/\lambda_{eff} = 20$.

Это связано с тем фактом, что в тонких пленках A_x практически не зависит от z. Отличие численного решения (3) от решения (2) уже при $d = \lambda/4$ составляет менее 1% (причем наибольшее отклонение происходит на краю; в глубине пленки погрешность пренебрежимо мала). Заметим, что уравнение (3), будучи продифференцировано по y, совпадает с одномерным вариантом уравнения Максвелла–Лондона [1].

В результате численного решения (3) получено аппроксимационное выражение для векторного потенциала $A_x(y)$ (рис. 1), удовлетворяющее уравнению (3) с точностью не ниже 3% (здесь и далее все величины даны в размерном виде):

$$A_x(y) = -\frac{\lambda_{eff} H^{ext} y}{\sqrt{\alpha\left[\left(\frac{W}{2}\right)^2 - y^2\right] + \beta\lambda_{eff} W}}. \qquad (4)$$

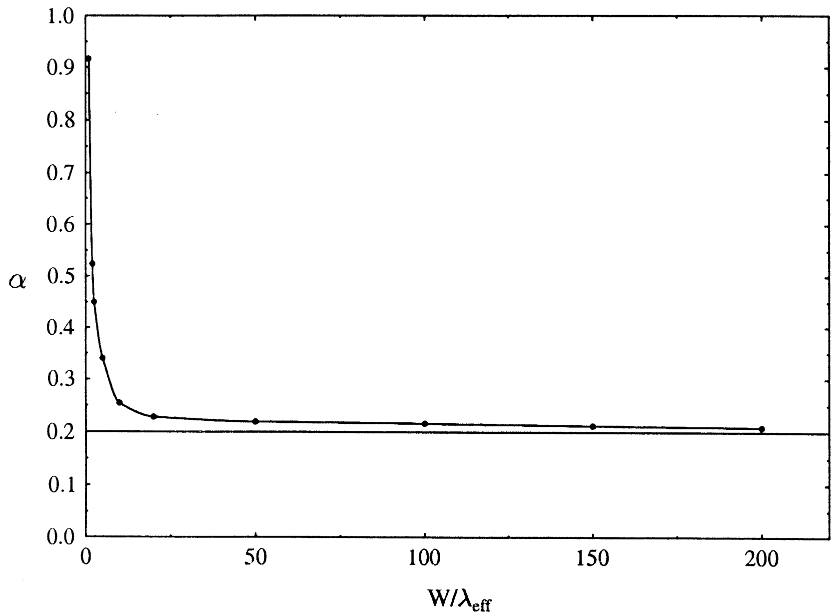

Рис. 2. Зависимость параметра α от величины отношения W/λ_{eff}.

Зависимость параметра $\alpha(W/\lambda_{eff})$ представлена на рис. 2, а параметр β с хорошей точностью описывается выражением $\beta = 1/2\pi + \lambda_{eff}/W$. При ширине $W < \lambda_{eff}$ зависимость $A_x(y)$ практически является линейной: $A_x(y) \simeq -H^{ext}y$.

Выражение (4) описывает также и распределение плотности тока по ширине пленки, так как векторный потенциал и плотность тока (в безразмерных единицах) связаны выражением: $j_x = -A_x$.

Полученная зависимость $A_x(y)$ позволяет вычислить степень концентрации магнитного поля $\gamma = H^{edge}/H^{ext}$ (H^{edge} — поле на краю) вблизи края пленки в полях $H < H_s$:

$$\gamma = \frac{H^{edge}}{H^{ext}} = \frac{1}{\sqrt{\beta}}\left(\sqrt{\frac{\lambda_{eff}}{W}} + \frac{\alpha}{4\beta}\sqrt{\frac{W}{\lambda_{eff}}}\right). \qquad (5)$$

Величина γ определяет величину размагничивающего фактора n по формуле $n = 1 - 1/\gamma$. При $W \gg \lambda_{eff}$ (5) переходит в

$$\gamma = \frac{\pi\sqrt{2\pi}}{10}\sqrt{\frac{W}{\lambda_{eff}}},$$

причем коэффициент перед корнем квадратным есть величина порядка единицы. Отличие (5) от выражения для γ, полученного при помощи численного решения (3), может достигать 30%. Это связано с тем фактом, что в отличие от самой функции $A_x(y)$ производная от (4) по y (т.е. магнитное поле) хорошо удовлетворяет численному решению везде, за исключением узкой области вблизи края пленки.

Используя выражение (4), можно оценить H_s. Приравнивая A_x на краю $0.6 \cdot \Phi_0/2\pi\xi$ (что соответствует плотности тока на краю, равной плотности тока распаривания), получим

$$H_s = 1.2\frac{\Phi_0}{2\pi\xi}\sqrt{\frac{\beta}{\lambda_{eff}W}}. \tag{6}$$

Зависимость (6) с точностью до коэффициента порядка единицы совпадает с выражением, полученным К.К. Лихаревым [3], для случая широких ($W \gg \lambda_{eff}$) и узких ($W \ll \lambda_{eff}$) пленок соответственно.

Автор признателен И.Л. Максимову за постановку задачи и стимулирующие обсуждения.

Работа поддержана Миннауки РФ (проект 98–012), Минобразования РФ (грант 95–0–7.3–178), а также Международным центром перспективных исследований (г. Н. Новгород; грант 97–2–10).

Список литературы

[1] *Трунин М.Р.* // УФН. 1998. Т. 168. С. 931.
[2] *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 1221.
[3] *Лихарев К.К.* // Изв. вузов (Радиофизика). 1971. Т. 14. С. 909.