01;09;10

Генерирование электромагнитных волн электронами, вращающимися в радиальном электростатическом поле в свободном пространстве

© В.В. Долгополов, Ю.В. Кириченко

Харьковский физико-технический институт

Поступило в Редакцию 28 января 1999 г.

Теоретически исследованы механизмы генерирования электромагнитных волн электронами, вращающимися в радиальном электростатическом поле, образованном положительно заряженной нитью, в свободном пространстве. Получено дисперсионное уравнение, описывающее взаимодействие волн с нерелятивистскими электронами. Показано, что генерирование электромагнитных полей возможно за счет черенковского резонанса. Найдены частоты и инкременты излучаемых волн. Исследована зависимость их от параметров задачи.

Рассмотрим неограниченный вдоль оси z (используется цилиндрическая система координат r, φ, z) цилиндрический слой электронов, вращающихся вокруг оси, на которой находится металлическая заряженная нить с радиусом a и с линейной плотностью положительного заряда Q. Электроны удерживаются на равновесных круговых орбитах радиальным электростатическим полем нити $E_0(r) = 2Q/r$. Мы пренебрегаем собственными постоянными электростатическим и магнитным полями электронного слоя. Предполагается, что возмущения электромагнитных полей, плотности и скорости электронов не зависят от z. Зависимость всех возмущений от φ и времени t определим множителем $\exp[i(m\varphi - \omega t)]$, где $m \neq 0$ целое число, ω — частота.

Исследование проводится в гидродинамическом приближении. Невозмущенная плотность $n(r)$ отлична от нуля между поверхностями $r = r_-$ и $r = r_+$. Методом, изложенным в работе [1], можно показать, что в линейном приближении в случае тонкого слоя, когда

$$r_+ - r_- = \delta r \ll r_-, \tag{1}$$

составляющая возмущения магнитного поля H_z удовлетворяет следующим граничным условиям на слое электронов:

$$\left.\frac{dH_z}{dr}\right|_{r_+} = \left.\frac{dH_z}{dr}\right|_{r_-}, \quad H_z\big|_{r_+} - H_z\big|_{r_-} = \lambda \left.\frac{dH_z}{dr}\right|_{r_-}, \tag{2}$$

где

$$\lambda = \int\limits_{r_-}^{r_+} dr \left(1 - \frac{\Omega^2(r)}{W}\right) - \left(\frac{2V^2}{r^2\omega_m^2 W}\right)_{r_-} \int\limits_{r_-}^{r_+} dr\Omega^2(r)\frac{W+\Omega^2}{W-\Omega^2}; \tag{3}$$

$V = [2eQ/m_e]^{1/2}$ — равновесная невозмущенная скорость электронов, $-e < 0$, m_e — заряд и масса электрона, $\omega_m = \omega - mV/r_-$, $W = \omega_m^2 - 2V^2/r^2$, $\Omega^2(r) = 4\pi e^2 n(r)/m_e$. Величина H_z в вакууме определяется формулами

$$H_z = AJ_m(kr) + BN_m(kr) \quad a \leqslant r \leqslant r_-, \tag{4}$$

$$H_z = CH_m^{(1)}(kr) \quad r_+ \leqslant r, \tag{5}$$

где $k = \omega/c$, c — скорость света, $J_m(x)$, $N_m(x)$, $H_m^{(1)}$ — функции Бесселя, Неймана и Ханкеля соответственно, A и B — постоянные интегрирования. Сшивая H_z и dH_z/dr на границах слоя, полагая, что $dH_z/dr = 0\big|_{r=a}$ и учитывая (1), получаем дисперсионное уравнение

$$H_m^{(1)'}(x_1)G(x,x) + \lambda k H_m^{(1)'}(x)K(x,x_1) = 0, \tag{6}$$

где

$$G(x,y) = J_m(x)N_m'(y) - N_m(x)J_m'(y),$$

$$K(x,y) = J_m'(x)N_m'(y) - N_m'(x)J_m'(y), \tag{7}$$

$x_1 = ka$, $x = kr$, $\delta x = k\delta r$. Поскольку уравнение (6) не изменяется при преобразованиях $m \Rightarrow -m$ и $\omega \Rightarrow -\omega$, достаточно решить его при $m > 0$,

$\mathrm{Re}\,(\omega) > 0$. Как и в работе [1], ограничимся решением уравнения (6) в приближении

$$|x| \ll 2m^{1/2}. \tag{8}$$

Очевидно, что взаимодействие электронов с волной будет наиболее эффективным в случае резонансов (черенковского или плазменного). Рассмотрим черенковский резонанс

$$\omega_m(r_-) \simeq 0. \tag{9}$$

При выполнении условий (8), (9) дисперсионное уравнение (6) принимает вид

$$\omega_m = \pm(\Delta)^{1/2}, \tag{10}$$

где

$$\Delta = \frac{(\delta_m + i)\eta_m}{\delta_m + i\eta^{2m}} \frac{m}{r_-} \int\limits_{r_-}^{r_+} dr\Omega^2(r) \frac{\Omega^2(r) - 2V^2/r^2}{\Omega^2(r) + 2V^2/r^2}; \tag{11}$$

$\delta_m = \pi x^{2m}/[(m-1)!\,m!2^{2m}]$, $\eta = r_-/a$, $\eta_m = (\eta^{2m} - 1)/2$. Пользуясь тем, что в силу условия (9) $|\mathrm{Jm}\,(\omega)| \ll \mathrm{Re}\,(\omega)$, из (10), (11) получаем выражения для частот и инкрементов. При этом возможны два случая. При

$$2V^2 > r_-^2 \bar{\Omega}^2 \tag{12}$$

имеем

$$\mathrm{Re}\,(\omega) = \frac{mV}{r_-} + 0\left(\left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2} \cdot x_r^{2m}\right), \tag{13}$$

$$\mathrm{Jm}\,(\omega) = \bar{\Omega}\left(\frac{m\eta_m}{\eta^{2m}}\right)^{1/2} \left(\frac{2V^2 - r_-^2\bar{\Omega}^2}{2V^2 + r_-^2\bar{\Omega}^2}\right)^{1/2} \left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2}. \tag{14}$$

При

$$2V^2 < r_-^2 \bar{\Omega}^2 \tag{15}$$

имеем

$$\mathrm{Re}\,(\omega) = \frac{mV}{r_-} - 0\left(\left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2}\right), \tag{16}$$

$$\mathrm{Jm}\,(m) = \bar{\Omega}\left(\frac{\eta_m}{\eta^{2m}}\right)^{3/2} \frac{\pi x_r^{2m} m^{1/2}}{(m-1)!\,m!2^{2m}} \left(\frac{r_-^2\bar{\Omega}^2 - 2V^2}{2V^2 + r_-^2\bar{\Omega}^2}\right)^{1/2} \left(\frac{\delta r}{r_-}\right)^{1/2}, \tag{17}$$

где $x_r = \mathrm{Re}\,(x)$, а $\bar{\Omega}$ определяется соотношением

$$\bar{\Omega}^2 \frac{r_-^2 \bar{\Omega}^2 - 2V^2}{r_-^2 \Omega^2 + 2V^2} = \frac{1}{\delta r} \int\limits_{r_-}^{r_+} dr \Omega^2(r) \frac{r^2\Omega^2(r) - 2V^2}{r^2\Omega^2(r) + 2V^2}. \tag{18}$$

Из соотношений (12)–(17) следует, что при выполнении условия (12) инкремент намного больше, чем при условии (15), когда генерация волн обусловлена излучением их в окружающее пространство. Отметим, что при условии (12) электроны отстают от волны, а при условии (15) опережают волну. Из формул (14), (17) видно, что инкремент есть немонотонная функция скорости V (или плотности заряда Q). Инкремент (17) имеет максимум при

$$V_m^2 = \frac{r_- \bar{\Omega}^2}{2} \frac{(m^2+1)^{1/2} - 1}{m}. \tag{19}$$

Инкремент, определяемый формулой (14), растет с ростом V и при достаточно больших V не зависит от V. При больших $\bar{\Omega}$, когда $\bar{\Omega}^2 \gg 2V^2/r^2$, $\mathrm{Jm}(\omega)$ линейно растет с увеличением $\bar{\Omega}$. Зависимости инкрементов (14) и (17) от m качественно отличаются друг от друга. При отставании электронов от волны $\mathrm{Jm}\,(\omega)$ монотонно растет с увеличением m как $m^{1/2}$, а при опережении — экспоненциально убывает.

Список литературы

[1] *Чернов З.С.* // Радиотехника и электроника. 1956. Т. 1. № 11. С. 1428–1434.
[2] *Бернашевский Г.А., Новскова Т.А.* // Радиотехника и электроника. 1958. Т. 3. № 9. С. 1218–1219.
[3] *Чернов З.С., Бернашевский Г.А.* // Радиотехника и электроника. 1963. Т. 8. № 6. С. 973–984.
[4] *Alexeff I., Dyer F.* // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. N 5. P. 351–354.
[5] *Dyer F., Rader M., Matas A.* et al. // Anon. 1990 IEEE international conference on plasma science–conference. Record–Abstracts. Piscataway, NJ (USA). IEEE Service Center. 1990. P. 209.
[6] *Долгополов В.В., Кириченко Ю.В., Лонин Ю.Ф., Харченко И.Ф.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. № 8. С. 91–94.