01;04;09

Исследование распространения СВЧ волновых пучков в неоднородной плазме в магнитном поле

© *Д.Л. Греков*

Институт физики плазмы, Национальный научный центр
"Харьковский физико-технический институт", Украина

Поступило в Редакцию 18 мая 1998 г.
В окончательной редакции 25 марта 1999 г.

Аналитически исследовалось распространение микроволновых пучков в неоднородной замагниченной плазме. Показано, что присутствие плазмы приводит к астигматизму пучков, увеличению амплитуды пучка по сравнению с вакуумными условиями и уменьшению кривизны их фазовых фронтов также по сравнению с вакуумом.

Ранее распространение микроволновых пучков в вакууме интенсивно изучалось в связи с проблемами передающих линий, резонаторов и лазерных пучков [1].

В настоящее время микроволновые пучки широко используются как для диагностики (рефлектометрия и интерферометрия), так и для высокочастотного (СВЧ) нагрева плазмы. Распространение СВЧ-полей в плазме обычно анализируется с применением метода лучевых траекторий.

Данная работа посвящена аналитическому изучению особенностей распространения микроволновых пучков СВЧ диапазона частот (10–200 GHz) в неоднородной замагниченной плазме; выяснению влияния присепаратрисного слоя малоплотной плазмы на распределение излучаемых антенной полей в установках масштаба ИТЕРа и построению корректных начальных условий для расчета методом лучевых траекторий.

Введем декартову систему координат (X, Y, Z): $OZ \parallel \Delta n_e$, $OX \parallel \mathbf{B}$ (n_e — концентрация электронов, $\mathbf{B}$ — внешнее магнитное поле). Основное направление распространения пучка — ось OZ, излучатель расположен в плоскости XY. Для обыкновенной волны $E_x \gg E_y$, E_z, для необыкновенной волны $E_y \gg E_z \gg E_x$. Так как $\frac{\partial E_i}{\partial z} \gg \frac{\partial E_i}{\partial x}, \frac{\partial E_i}{\partial y}$, то из уравнений Максвелла получим для o-волны $(E_x \equiv E_o)$

$$\frac{\partial^2 E_o}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3 E_o + \frac{\partial^2 E_o}{\partial y^2} + \varepsilon_3 \frac{\partial^2 E_o}{\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

и для e-волны $(E_y \equiv E_e)$

$$\frac{\partial^2 E_e}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} E_e + \frac{\partial^2 E_e}{\partial y^2} + \left(1 + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2}\right)\frac{\partial^2 E_e}{\partial x^2} = 0, \tag{2}$$

где $\quad \varepsilon_1 = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_e^2}, \quad \varepsilon_2 = \dfrac{\omega_c}{\omega}\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}, \quad \varepsilon_3 = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}.$

Решения уравнений (1), (2) получим, используя метод параболического приближения [2]. Они имеют вид $(\alpha = o, e)$

$$E_\alpha(x, y, z) = -\frac{iA_\alpha}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{\omega k_\alpha(z)}}[\Psi_{1\alpha}(z)\Psi_{2\alpha}(z)]^{-1/2} \exp\left[i\int_0^z k_\alpha(z)dz\right]$$

$$\times \int\int_{-\infty}^{\infty} E\alpha(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{i}{2}\left[\frac{(y-\xi)^2}{\Psi_{2\alpha}(z)} + \frac{(x-\eta)^2}{\Psi_{1a}(z)}\right]\right\} d\xi d\eta. \tag{3}$$

Здесь

$$k_o(z) = \frac{\omega}{c}\varepsilon_3^{1/2}(z), \qquad k_e(z) = \frac{\omega}{c}\left[\frac{\varepsilon_1^2(z) - \varepsilon_2^2(z)}{\varepsilon_1(z)}\right]^{-1/2},$$

$$\Psi_{1o}(z) = \frac{c^2}{\omega^2}\int_0^z k_o(z')dz', \qquad \Psi_{2o}(z) = \int_0^z dz'/k_o(z'),$$

$$\Psi_{le}(z) = \int_0^z \frac{\varepsilon_1^2(z') + \varepsilon_2^2(z)}{\varepsilon_1^2(z')}\frac{dz'}{k_e(z')}, \qquad \Psi_{2e}(z) = \int_0^z \frac{dz'}{k_e(z')}.$$

При $n_e = 0$ интегралы (3) выражаются через функции Френеля. Для вакуума $\Psi_{1\alpha}(z) = \Psi_{2\alpha}(z) = zc/\omega$. То есть $z = \omega\Psi_{1,2\alpha}/c$. Влияние плазмы можно охарактеризовать эффективным изменением z.

Для оси X z переходит в $z_{\|} = \omega\Psi_{1\alpha}(z)/c$, а для оси Y — в $z_{\perp} = \omega\Psi_{2\alpha}(z)/c$. Как показывают расчеты, наличие редкой плазмы не влияет на распределение поля e-волны в пограничном слое. Но для o-волны, особенно в длинноволновой части диапазона, это влияние может быть заметным. При этом распределение амплитуды o-волны не симметрично относительно тороидального направления, что вызвано воздействием редкой плазмы.

С целью более детального анализа распространения o-волны будем искать решение уравнения (1) в виде

$$E_o = \sqrt{\frac{c}{\omega k_o(z)}} \exp\left[-i\int_0^z k_o(z')dz'\right] A(x, y, z).$$

Тогда для $A(x, y, z)$ получим

$$\frac{c^2k_o^2(z)}{\omega^2}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - i2k_o(z)\frac{\partial A}{\partial z} = 0. \tag{4}$$

Как хорошо известно, решения уравнения диффузии (4) можно записать в форме

$$A(x, y, z) = A_0 H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_{\|}(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_{\perp}(z)}\right)$$
$$\times \exp\left\{-i\left[P(z) + k_o(z)\left(\frac{x^2}{2q_{\|}} + \frac{y^2}{2q_{\perp}}\right)\right]\right\}, \tag{5}$$

где $H_n(x)$ — полиномы Эрмита. Проанализируем распространение основной моды — $m = n = 0$. Представляя q_α в виде

$$\frac{1}{q_\alpha} = \frac{1}{R_\alpha(z)} - \frac{2i}{k_o(z)w_\alpha^2(z)},$$

где R_α — радиусы кривизны волнового фронта в направлении X или Y, а w_α — размеры пучка в этих направлениях, получим

$$w_{\perp}(z) = w_{\perp 0}\left\{1 + \left[\frac{2}{w_{\perp 0}^2}\int_0^z \frac{dz'}{k_o(z')}\right]^2\right\}^{1/2}, \tag{6}$$

$$w_{\parallel}(z) = w_{\parallel 0}\left\{1 + \left[\frac{2c^2}{\omega^2 w_{\parallel 0}^2}\int\limits_0^z k_o(z')dz'\right]^2\right\}^{1/2}, \tag{7}$$

$$R_{\perp}(z) = k_o(z)\int\limits_0^z \frac{dz'}{k_o(z')}\left\{1 + \left[\frac{2}{w_{\perp 0}^2}\int\limits_0^z \frac{dz'}{k_o(z')}\right]^{-2}\right\}, \tag{8}$$

$$R_{\parallel}(z) = \frac{c^2 k_o(z)}{\omega^2}\int\limits_0^z k_o(z')dz'\left\{1 + \left[\frac{2c^2}{\omega^2 w_{\parallel 0}^2}\int\limits_0^z k_o(z')dz'\right]^{-2}\right\}, \tag{9}$$

$$iP(z) = \frac{1}{2}\int\limits_0^z \frac{1}{i\frac{w_{\perp 0}^2}{2} + \int\limits_0^{z'}\frac{dz''}{k_o(z'')}}\frac{dz'}{k_o(z')} + \frac{1}{2}\int\limits_0^z \frac{k_o(z')dz'}{\frac{i\omega^2 w_{\parallel 0}^2}{c^2} + \int\limits_0^{z'} k_o(z'')dz''}. \tag{10}$$

Отделяя в выражении для $iP(z)$ действительную и мнимую части, можно найти различия в фазе и амплитуде ограниченного волнового пучка и плоской волны.

$$A(z, x=0, y=0)$$

$$= A_0\left\{1 + \frac{4}{w_{\perp 0}^4}\left[\int\limits_0^z \frac{dz'}{k_o(z')}\right]^2\right\}^{-1/4}\left\{1 + \frac{4c^4}{\omega^4 w_{\parallel 0}^4}\left[\int\limits_0^z k_o(z')dz'\right]^2\right\}^{-1/4}$$

$$\times \exp\frac{i}{2}\left\{\mathrm{arctg}\left[\frac{2}{w_{\perp 0}^2}\int\limits_0^z \frac{dz'}{k_o(z')}\right] + \mathrm{arctg}\left[\frac{2c^2}{\omega^2 w_{\parallel 0}^2}\int\limits_0^z k_o(z')dz'\right]\right\} \tag{11}$$

Различия в распространении волновых пучков в вакууме и в плазме проанализируем на основе выражений (6)–(9) в приближении редкой плазмы ($\omega_p^2(z) \ll \omega^2$).

1. Наличие плазмы приводит к сужению, по сравнению с вакуумом, пучка в параллельном магнитному полю направлении и к уширению пучка в перпендикулярном к магнитному полю направлении

$$w_{\parallel} = w_{\parallel 0}\left[1 + D^2(1 - \omega_p^2(\bar{z})/\omega^2)\right]^{1/2},$$

$$w_{\perp} = w_{\perp 0}\left[1 + D^2(1 + \omega_p^2(\bar{z})/\omega^2)\right]^{1/2}.$$

Здесь $$\frac{\omega_p^2(\overline{z})}{\omega^2} = \frac{1}{z}\int\limits_0^z \frac{\omega_p^2(z')}{\omega^2}dz', \qquad D = \frac{2\lambda z}{w_{\alpha 0}^2}.$$

2. При распространении волновых пучков в плазме уменьшается кривизна их фазовых фронтов, по сравнению с вакуумом; причем для направления, параллельного магнитному полю, расфокусировка в "дальней" зоне ($D \gg 1$) больше, чем в ближней ($D \ll 1$), а для перпендикулярного к нему направления — наоборот;

$$R_{\|} = R_{vac}\left[1 - \frac{\omega_p^2(z) + \omega_p^2(\overline{z})}{2\omega^2}\right], \qquad D \gg 1,$$

$$R_{\|} = R_{vac}\left[1 - \frac{\omega_p^2(z) - \omega_p^2(\overline{z})}{2\omega^2}\right], \qquad D \ll 1,$$

$$R_{\perp} = R_{vac}\left[1 - \frac{\omega_p^2(z) - \omega_p^2(\overline{z})}{2\omega^2}\right], \qquad D \gg 1,$$

$$R_{\perp} = R_{vac}\left[1 - \frac{\omega_p^2(z) + \omega_p^2(\overline{z})}{2\omega^2}\right], \qquad D \ll 1;$$

3. Присутствие плазмы приводит к увеличению амплитуды пучка, по сравнению с вакуумом; этот эффект не зависит от профиля плотности плазмы.

Интересно отметить, что наличие плазмы приводит к астигматизму пучков как обыкновенной, так и необыкновенной волн. Причем астигматизм обыкновенной волны не зависит от величины гиротропии плазмы.

Список литературы

[1] *Kogelnik H., Li T.* // Appl. Opt. 1966. V. 5. P. 1550.
[2] *Fock V.A.* Electromagnetic Diffraction and Propagation Problems. Pergamon Press. New York, 1965, 320 p.