

07

## Лучевая модель волноводных режимов в многослойном градиентном волноводе

© Д.Г. Санников, Д.И. Семенцов, А.М. Шутый, А.В. Казакевич

Ульяновский государственный университет

Поступило в Редакцию 24 сентября 1998 г.

На основе лучевого и волнового подходов получены модовые дисперсионные уравнения и проводится анализ для планарной структуры с двумя волноведущими слоями, один из которых является градиентным.

При рассмотрении волноводного распространения света в диэлектрических волноводах широко используется лучевой подход, позволяющий на основе наглядных представлений геометрической оптики находить связь константы распространения с параметрами волноводной структуры и излучения [1]. При этом модовые дисперсионные уравнения (ДУ), получаемые лучевым и волновым способами, для волноводов со ступенчатым профилем диэлектрической проницаемости (ДП) совпадают как в случае одного [1], так и нескольких волноводных слоев [2,3]. Для градиентных волноводов с одним волноведущим слоем лучевой подход также используется, однако получаемые на его основе ДУ аналитически не совпадают с получаемыми из решения граничной задачи, что связано с приближенным характером лучевого подхода. В настоящей работе на основе лучевого и волнового подходов получены ДУ и проводится их сравнительный анализ для волноводной структуры с двумя волноведущими слоями, один из которых имеет градиентный профиль ДП.

Рассмотрим планарную структуру, состоящую из полубесконечной покровной среды с ДП  $\varepsilon_4$ , волноведущих покровного слоя с ДП  $\varepsilon_3$  и градиентного, созданного в приповерхностном слое подложки и имеющего следующий профиль ДП:

$$\varepsilon_2(x) = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \exp(-x/a). \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon_2$  — значение ДП градиентного слоя на границе с покровным ( $x = 0$ ), а  $\varepsilon_1$  — ДП подложки ( $x \gg a$ ),  $a$  — характерная тол-

щина градиентного слоя. Все величины  $\varepsilon_i$  приняты вещественными, что предполагает отсутствие поглощения во всех указанных средах. Положим  $\varepsilon_4 \leq \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3$ , что соответствует реальным волноводным структурам с высокопреломляющим покрытием.

Волноводные режимы в рассматриваемой структуре реализуются в результате полного внутреннего отражения (ПВО) волны на границах волноводящих слоев. В градиентном слое оно происходит на его границе с покровным слоем и на каустике с координатой  $x_c$ , определяемой из условия  $\beta^2 = k_0^2 \varepsilon_2(x_c)$ , где  $\beta$  — постоянная распространения моды,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны в вакууме. Два возможных режима каналирования излучения в рассматриваемой структуре определяются неравенствами

$$\sqrt{\varepsilon_1} k_0 \leq \beta \leq \sqrt{\varepsilon_2} k_0, \quad \sqrt{\varepsilon_2} k_0 \leq \beta \leq \sqrt{\varepsilon_3} k_0. \quad (2)$$

Первый режим отвечает зигзагообразной моде, распространяющейся в покровном и градиентном слоях и затухающей в покровной среде и подложке на глубине  $x > x_c$ . Второй режим соответствует зигзагообразной моде, распространяющейся только в покровном слое и затухающей в покровной среде и в градиентном слое.

В рамках лучевого подхода модовое ДУ получается из условия поперечного фазового резонанса [1], которое для рассматриваемой структуры может быть представлено следующим образом:

$$2h_3 L_3 + \delta_{34} + \delta_{32} = 2\nu\pi, \quad (3)$$

где  $\nu$  — номер волноводной моды,  $L_3$  — толщина покровного слоя,  $\delta_{34}$  — сдвиг фазы волны при ПВО на границе покровный слой — покровная среда, а  $\delta_{32}$  — фазовый сдвиг в системе градиентный слой — покровная среда (первый режим) или на границе покровный слой — градиентный слой (второй режим). Величина  $\delta_{34}$  определяется соотношением

$$\delta_{34} = -2\arctg(h_4/h_3\tau), \quad (4)$$

где  $\tau = 1$  и  $\varepsilon_4/\varepsilon_3$  для ТЕ и ТМ мод соответственно. Здесь и далее поперечные компоненты волнового вектора в каждом из слоев определяются выражениями:

$$h_{1,4}^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_{1,4}, \quad h_{2,3}^2 = k_0^2 \varepsilon_{2,3} - \beta^2. \quad (5)$$

Для первого режима каналирования в соответствии с [4]

$$\delta_{32} = -2\operatorname{arctg} [(1 - r_{32})(1 + r_{32})^{-1}\operatorname{tg}(\phi/2)], \quad (6)$$

где изменение фазы волны при прохождении в градиентном слое

$$\phi = \delta_c + 2 \int_0^{x_c} (k_0^2 \varepsilon_2(x) - \beta^2)^{1/2} dx, \quad (7)$$

а  $\delta_c = \pi/2$  — фазовый сдвиг на каустике в градиентном слое [1],

$$r_{32} = (\sigma h_3 - h_2)(\sigma h_3 + h_2)^{-1} \quad (8)$$

— амплитудный коэффициент отражения на границе полубесконечных сред с параметрами  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$ , а  $\sigma = 1$  и  $\varepsilon_2/\varepsilon_3$  для ТЕ и ТМ мод соответственно. Используя выражение для координаты каустики  $x_c = 2a \ln(v/w)$  и проводя в (7) интегрирование, получаем

$$\phi = 4\nu(\sqrt{1-b} - \sqrt{b} \arccos \sqrt{1-b}) + \pi/2, \quad (9)$$

где введены обозначения  $\nu = ak_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^{1/2}$ ,  $w = ah_1$ ,  $b = (w/\nu)^2$ . Подставляя в (3) полученные выражения, запишем ДУ для первого волноводного режима:

$$\operatorname{tg}(\phi/2) = (\sigma h_3/h_2) \operatorname{tg}[L_3 h_3 - \operatorname{arctg}(h_4/\tau h_3)]. \quad (10)$$

В условиях второго волноводного режима  $h_2$  становится мнимой величиной и волна затухает в градиентном слое на глубине  $x \simeq \lambda/2\pi$  [4]. На границе градиентного слоя с покровным имеет место ПВО, что определяет отсутствие каустики, вследствие чего  $\delta_c = 0$ . В результате ДУ в этом случае принимает вид:

$$ih(\tilde{\phi}/2) = (\sigma h_3/\tilde{h}_2) \operatorname{tg}[-L_3 h_3 + \operatorname{arctg}(h_4/\tau h_3)], \quad (11)$$

где  $\tilde{h}_2 = (\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2)^{1/2}$  и  $\tilde{\phi} = 4\nu(\sqrt{b-1} - \sqrt{b} \operatorname{arctg} \sqrt{(b-1)/b})$ .

Нами также было получено ДУ для рассматриваемой волноводной структуры на основе волнового подхода, которое имеет вид:

$$J_{2w}(2\nu)ah_3(h_2\tau - h_3 \operatorname{tg} h_3 L_3) + J'_{2w}(2\nu)v\sigma(h_2\tau - \operatorname{tg} h_3 L_3 + h_3) = 0, \quad (12)$$

где  $J_{2w}$  и  $J'_{2w}$  — функция Бесселя порядка  $2w$  и ее производная [5]. Явное аналитическое различие ДУ (10) и (11) с одной стороны и (12) с другой требует сравнительного анализа следующих из них результатов.

Для его проведения выберем параметры, соответствующие реальной волноводной структуре, выполненной на основе ионообменного  $Ag^+$ -волновода с полупроводниковым покрытием из халькогенидного стеклообразного полупроводника [5]:  $\varepsilon_1 = 2.04$ ,  $\varepsilon_2 = 2.31$ ,  $\varepsilon_3 = 6.15$ ,  $\varepsilon_4 = 1.00$  (на длине волны  $\lambda = 0.6328 \mu m$ ). Анализ полученных ДУ показывает, что их решения в общем случае определяются набором модовых чисел  $\nu = \nu_2 + \nu_3$ , где  $\nu_2$  соответствует целому числу энергетических максимумов поля моды в градиентном слое, а  $\nu_3$  — в покровном слое. Таким образом, модовые числа  $\nu_2$  и  $\nu_3$  определяют характер распределения поля моды с заданным номером  $\nu$ , соответствующим полному числу энергетических минимумов в волноводной структуре. Набег фазы моды в покровном слое удобно представить в виде  $L_3 h_3 = (\nu + \alpha)\pi$ , где параметр  $\alpha$  принимает значения от нуля до единицы. Введем толщину  $L_h = \pi/h_3$ , являющуюся в общем случае функцией постоянной распространения  $\beta$ . Если  $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll \varepsilon_1$ , а  $\varepsilon_3$  значительно превышает  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  (высокопреломляющее покрытие), величину  $L_h$  можно считать константой. В этом случае  $L_3 = (\nu + \alpha)L_h$ , а величина  $L_h$  является характерным периодом для толщины покровного слоя.

На рис. 1 представлены зависимости постоянной распространения  $\beta$  от нормированной толщины градиентного слоя  $a/\lambda$ , полученные для первого режима каналирования излучения на основе уравнений (10)

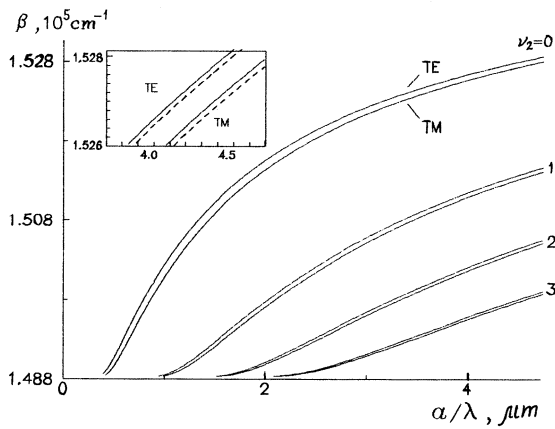
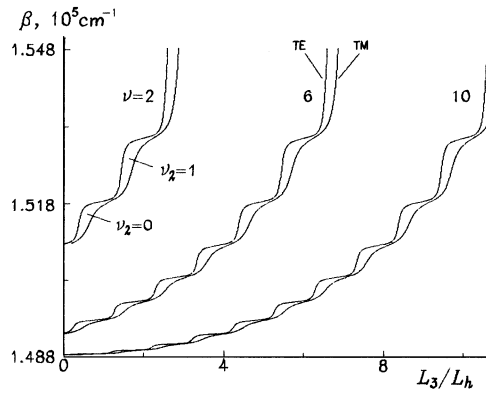


Рис. 1. Дисперсионные зависимости для первого волноводного режима.



**Рис. 2.** Зависимости постоянной распространения от толщины покровного слоя.

и (12) для первых четырех ( $\nu_2 = 0, \dots, 3; \nu_3 = 1$ ) ТЕ и ТМ мод и значений параметров  $L_3 = L_h = 0.158 \mu\text{m}$ ,  $\alpha = 0$ . В пределах графической точности оба ДУ дают совпадающие зависимости  $\beta(a/\lambda)$ . На вставке показан в большем масштабе участок дисперсионных кривых для моды с  $\nu_2 = 0$ , полученных на основе лучевого и волнового (сплошные и пунктирные кривые) подходов. Наибольшее различие между решениями ДУ (10) и (12)  $\Delta\beta/\beta$ , где  $\Delta\beta = |\beta_{\text{волн}} - \beta_{\text{луч}}|$ , для выбранных параметров не превышает  $2 \cdot 10^{-4}$ . Дисперсионные зависимости, относящиеся ко второму волноводному режиму, лежат выше значения  $\beta = 2\pi\sqrt{\epsilon_2}/\lambda = 1.55 \cdot 10^5 \text{cm}^{-1}$  и на рисунке не приведены.

На рис. 2 представлены зависимости постоянной распространения  $\beta$  от нормированной толщины покровного слоя  $L_3/L_h$  для трех ( $\nu = 2, 6, 10$ ) ТЕ и ТМ мод при значении параметра  $a = 3.87 \mu\text{m}$ . Нижние ступеньки на каждой из приведенных кривых соответствуют значению  $\nu_3 = 0$ . При переходе от одной ступеньки к соседней вверх  $\nu_3$  увеличивается, а  $\nu_2$  уменьшается на единицу. Приведенные зависимости  $\beta(a/\lambda)$  построены на основе лучевого и волнового ДУ и в пределах графической точности совпадают.

В заключение укажем, что изложенный метод нахождения ДУ в лучевом приближении справедлив не только для экспоненциального, но и любого градиентного профиля  $\epsilon_2(x)$  в рассматриваемой волноводной структуре.

## Список литературы

- [1] *Адамс М.* // Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984. 512 с.
- [2] *Удоев Ю.П.* // Оптика и спектроскопия. 1988. Т. 65. В. 12. С. 1327–1330.
- [3] *Адамсон П.В.* // Оптика и спектроскопия. 1991. Т. 70. В. 1. С. 211–215.
- [4] *Борн М., Вольф Э.* // Основы оптики. М.: Наука, 1973. 856 с.
- [5] *Справочник по специальным функциям* / Под. ред. Абрамовица М. и Стиган И. М.: Наука, 1979. 839 с.
- [6] *Мотт Н., Дэвис Э.* // Электронные процессы в некристаллических веществах. М.: Мир, 1982. 658 с.