Обобщенная модель критического состояния в низкоразмерных сверхпроводниках с краевым барьером

© А.А. Елистратов, И.Л. Максимов

Нижегородский государственный университет,
603000 Нижний Новгород, Россия

(Поступила в окончательном виде 18 августа 1999 г.)

Предложена обобщанная модель критического состояния в низкоразмерных сверхпроводниках, учитывающая эффекты объемного и краевого пиннинга магнитного потока. Описаны условия проникновения пирл-абрикосовских вихрей в сверхпроводник, а также метастабильные структуры потока в этих системах. Построена диаграмма различных вихревых состояний на полном цикле изменения внешнего магнитного поля.

Работа частично поддержана Миннауки РФ (проект № 98-012), РФФИ (грант № 97-02-17437), а также Фондом поддержки перспективных исследований (INCAS; грант N 97-2-10).

Исследование структуры и особенностей критического состояния (КС) в сверхпроводниках II рода является важной задачей физики сверхпроводимости. К настоящему времени теорию критического состояния в массивных сверхпроводниках, включающую как объемный, так и поверхностный пиннинги абрикосовских вихрей, можно считать в значительной степени разработанной (см., например, [1–3]). Однако в низкоразмерных сверхпроводниках (тонкие пленки, монокристаллы с высоким размагничивающим фактором и т. п.) вопрос о структуре, динамике и магнитных свойствах критического состояния все еще остается малоисследованным. Между тем принципиально неустранимая нелокальность межвихревого взаимодействия, а также возможность существования краевого барьера для входа и/или выхода вихрей способны обеспечить значительный перегрев мейсснеровского состояния [4] и, кроме того, привести к установлению нетривиальных структур магнитного потока [5,6]. Существенное влияние барьера на резистивные характеристики вихревого состояния в ВТСП образцах обнаружено в работе [7]. Поскольку электромагнитные и диссипативные характеристики подобных систем являются малоизученными, представляется очевидным, что для их количественного описания необходимо построение конструктивной концепции критического состояния в низкоразмерных сверхпроводниках.

В настоящей работе предложена обобщенная модель критического состояния в низкоразмерных сверхпроводниках, учитывающая эффекты объемного и краевого пиннингов магнитного потока. На основе этой модели будут описаны условия проникновения пирл-абрикосовских вихрей в сверхпроводник, а также метастабильные структуры потока в этих системах. Будет построена диаграмма различных вихревых состояний на полном цикле изменения внешнего магнитного поля, продемонстрирован переход к биновской модели критического состояния, характеризующейся доминированием объемного пиннинга, обсуждены условия наблюдения предсказанных структур магнитного потока.

1. Модель

Рассмотрим длинную пленочную сверхпроводящую полоску толщины d $(-d/2 < z < d/2)$ и ширины $2W$ $(-W < Y < W)$, помещенную в перпендикулярное ее поверхности магнитное поле $H = (0, 0, H)$. Предполагается, что толщина пленки мала по сравнению с лондоновской глубиной проникновения λ: $d < \lambda$, а ее ширина $W \gg \lambda_{\mathrm{eff}} = \lambda^2/d$.

В условиях одновременного существования краевого барьера и объемного пиннинга необходимо определить условия реального вхождения вихрей в образец (термин "реальное" предполагает вхождение и последующее продвижение вихрей в глубь обрразца). В системах, характеризующихся высоким размагничивающим фактором, а также высоким краевым барьером, вихри проникают в образец при поле, превышающем поле подавления барьера H_S [8]. Прикраевая плотность тока i_e в этом случае достигает значения i_S, достаточного для подавления барьера на вход вихря: $i_S = H_S W^{1/2}/[2\pi(2\lambda_{\mathrm{eff}})^{1/2}]$ [8]. Здесь и далее в тексте использована погонная плотность тока (определение см. в разделе 2.1).

В присутствии объемного пиннинга важным параметром задачи является соотношение r между током подавления барьера i_S и током депиннинга вихрей i_p $r = i_S/i_p$. При $r > 1$ проникший в образец вихрь обязательно продвинется вглубь до точки $y = y_0$ $(y = Y/W$ — безразмерная координата), в которой сила Лоренца будет уравновешана силой пиннинга. Используя известное распределение мейсснеровского тока в полоске $i_m(y) = Hy/[2\pi(1-y^2)^{1/2}]$, нетрудно найти $y_0 = 1/[1+(H_S/2\pi i_p)^2]^{1/2}$. Видно, что при $H_S/2\pi i_p \geq 1$, $y_0 < 1$, что соответствует зарождению вихревой области в глубине сверхпроводника. Физически это обстоятельство отражает воздействие мейсснеровских токов, сносящих вихри с периферии в центральную часть образца. Возникающие в этих условиях метастабильные распределения магнитного потока следует интерпретировать как самоорганизованное критическое состояние, регулируемое краевым пиннингом магнитного потока [9].

В условиях, когда барьер на вход подавлен $((H_S/2\pi i_p)^2 < 2\lambda_{\text{eff}}/W \ll 1$ или, что то же, $r < 1)$, ток вхождения i_S и поле вхождения H_S по-прежнему связаны однозначным соотношением, вытекающим из условия подавления барьера Гиббса на вход вихрей. Однако вошедшие в пленку вихри группируются вблизи ее края и не могут, без заметного увеличения внешнего поля, продвинуться в глубь образца на расстояние, превышающее λ_{eff}. Для их продвижения (реального проникновения) необходимо создать дополнительное внешнее поле, которое индуцирует токи такой силы, чтобы суммарная плотность тока в прикраевой области стала равной плотности тока депиннинга i_p. В результате в образце формируется критическое состояние, регулируемое объемным пиннингом вихрей (КСОП), которое в литературе принято описывать биновской моделью КС [1,10].

Используя аналогию с предыдущим случаем (высокий барьер), можно отождествить i_p с током вхождения вихрей в образец i^*_{en}. Таким образом, в случае подавленного краевого барьера ток реального вхождения (т. е. вхождения и продвижения) i^*_{en} ($i^*_{\text{en}} \approx i_p$) и поле вхождения H_S ($H_S \approx h_{c1}$; H_{c1} — первое критическое поле) являются независимыми параметрами системы. В обычно используемых моделях КСОП (см., например, [10,11]) поле вхождения считается пренебрежимо малым, что, по существу, соответствует ситуации с полностью подавленным барьером. В обобщенной модели критического состояния поле вхождения является независимым параметром, характеризующим качество поверхности образца. Соответственно ток реального вхождения i_{en} в обобщенной модели КС определяется как $i_{\text{en}} = \max\{i_S, i_p\}$.

При уменьшении поля выход потока из пленки начинается лишь при подавлении барьера на выход вихрей [4]. Это реализуется при достижении поля величины H_{ex} (см. далее раздел 2.3). При дальнейшем снижении поля величина прикраевого тока монотонно уменьшается, пока не достигнет значения $i^{(-)}_{\text{en}}$ ($i^{(-)}_{\text{en}} \approx -i_{\text{en}}$), при котором начинается вхождение антивихрей.

Сформулированные выше условия делают возможным с единых позиций описать характер распределения магнитного потока в широком классе материалов и образцов. Далее будут представлены результаты анализа характеристик критического состояния общего вида.

2. Равновесные распределения вихрей

2.1. Основные уравнения. Распределения плотности магнитного потока $n(y)$ и плотности установившегося тока $i(y)$ по ширине пленки описываются уравнением Максвелла–Лондона, имеющим для широких пленок с $\lambda_{\text{eff}} \ll W$ следующий вид:

$$\int\limits_0^1 \frac{i^*(\tau)d\tau}{\tau - y^2} = h - b^*(y^2). \qquad (1)$$

Введенные в (1) величины $h = H/2i_p$ и $b^*(y) = \Phi_0 n(y)/2i_p$ суть безразмерная напряженность внешнего поля и индукция магнитного поля в пленке соответственно; Φ_0 — квант магнитного потока, а $i^*(y) = i(y)/i_p$ — безразмерная плотность тока, где $i(y)$ — погонная (проинтегрированная по толщине пленки) плотность тока

$$i(y) = -\int\limits_{-d/2}^{d/2} j_x(y,z)\,dz.$$

Уравнение (1), связывающее две неизвестные функции $i^*(y)$ и $n^*(y)$, требует дополнительных условий для однозначного их нахождения. Вид этих условий определяется характером изменения внешнего магнитного поля, а также предысторией распределения захваченного потока (см. далее). Универсальной особенностью дополнительных условий является требование, чтобы в области сосредоточения вихрей локальная плотность тока не превышала плотности тока депиннинга $i_p(b^*) = i_p\phi(b^*)$ [1,5,6]. Безразмерная функция $\phi(b^*)$ отражает влияние проникшего в образец потока на величину локальной плотности тока депиннинга [1].

Интегральное уравнение (1) с сингулярным ядром типа Коши можно решить при помощи метода краевой задачи Римана [12]. Следуя ему, выразим $i^*(y)$

$$i^*(y) = \frac{y}{\pi\sqrt{1-y^2}} \times \left\{ h + \frac{1}{\pi}\int\limits_0^1 \sqrt{\frac{1-\tau}{\tau}}\, b^*(\tau)\frac{d\tau}{\tau - y^2} \right\}, \qquad (2)$$

считая формально $b^*(y)$ известной функцией. Дальнейший анализ уравнения (1) (или эквивалентного ему (2)) проводится в каждом конкретном случае с учетом магнитной истории процесса.

2.2. Режим первоначального ввода поля в сверхпроводник. При достижении поля H_{en} вихри начнут проникать в пленку с краев и формировать две симметричные относительно центра полоски $\Theta_1 < |y| < \Theta_2$, где в соответствии с моделью критического состояния установится плотность тока $i(y) = i_p(b^*)\,\text{sign}\,(y)$. Условия для доопредения функций в уравнении (1) имеют вид

$$b^*(y) = 0, \quad i^*(y) \neq \phi(b^*)\,\text{sign}\,(y), \quad |y| \notin [\Theta_1, \Theta_2]; \qquad (2a)$$

$$b^*(y) \neq 0, \quad i^*(y) = \phi(b^*)\,\text{sign}\,(y), \quad |y| \in [\Theta_1, \Theta_2]. \qquad (2b)$$

Используя условие (2b), можно сократить контур интегрирования в (2) до отрезка $[\Theta_1, \Theta_2]$, на котором зависимость $i^*(y)$ определена уравнением критического состояния $i^*(y) = i_p(b^*(y))$. Разрешив (2) относительно $b^*(y)$ при помощи метода обращения интегралов типа Коши, можно в принципе найти $b^*(y)$ и $i^*(y)$ на всем интервале $|y| \in [-1, 1]$. В случае модели КС общего вида (функция $\phi(b^*)$ произвольна)

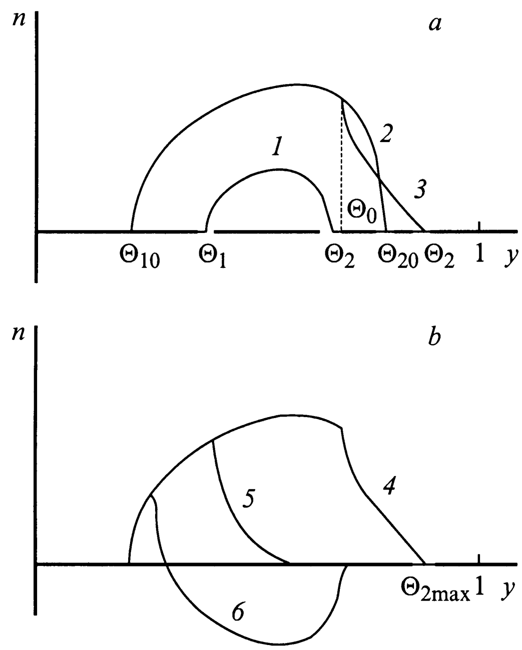

Рис. 1. Распределение плотности вихрей по ширине пленки при разных значениях внешнего поля: *1* — $H_1 < H < H_0$ — возрастание поля; вход потока; *2* — $H_{df} < H < H_0$ — уменьшение поля; поток заморожен; *3* — $H_{ex} < H < H_{df}$ — сохранение потока (*a*); *4* — $H^* < H < H_{ex}$ — выход потока с периферии; *5* — $H_{en}^{(-)} < H < H^*$ — сужение области локализации потока; *6* — $H_0 < H < H_{en}^{(-)}$ — вход "антивихрей" (*b*).

аналитические результаты получить не представляется возможным. Далее будут представлены результаты, полученные в рамках биновской аппроксимации тока депиннинга ($\phi(b^*) = 1$). В рамках биновской аппроксимации обращение сингулярных интегралов производится стандартным образом и мы получаем

$$b^*(y) = -R(y^2, \alpha_1, \alpha_2) \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{R(\tau, \alpha_1, \alpha_2)} \frac{d\tau}{\tau - y^2},$$

$$|y| \in [\Theta_1, \Theta_2]; \tag{3a}$$

$$i^*(y) = \pm\frac{1}{\pi} R(y^2, \alpha_1, \alpha_2) \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{R(\tau, \alpha_1, \alpha_2)} \frac{d\tau}{\tau - y^2} \operatorname{sign}(y),$$

$$|y| \notin [\Theta_1, \Theta_2]. \tag{3b}$$

Этот результат справедлив при выполнении дополнительного условия

$$h = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\tau}{R(\tau, \alpha_1, \alpha_2)}, \tag{3c}$$

где

$$R(x, \beta_1, \beta_2) = \sqrt{\frac{x|(\beta_2 - x)(x - \beta_1)|}{1 - x}}.$$

В выражениях (3) введены следующие обозначения: $\alpha_1 = \Theta_1^2$, $\alpha_2 = \Theta_2^2$, причем в (3b) знак "$+$" берется при $|y| \in [\Theta_2, 1]$, а знак "$-$" — при $|y| \in [0, \Theta_1]$. Условие (3c) позволяет исключить нефизическую сингулярность в распределении тока при $y = 0$.

Для определения границ области концентрации потока Θ_1 и Θ_2 необходимо к условию (3c) добавить условие насыщения прикраевой плотности тока на величине, сов-

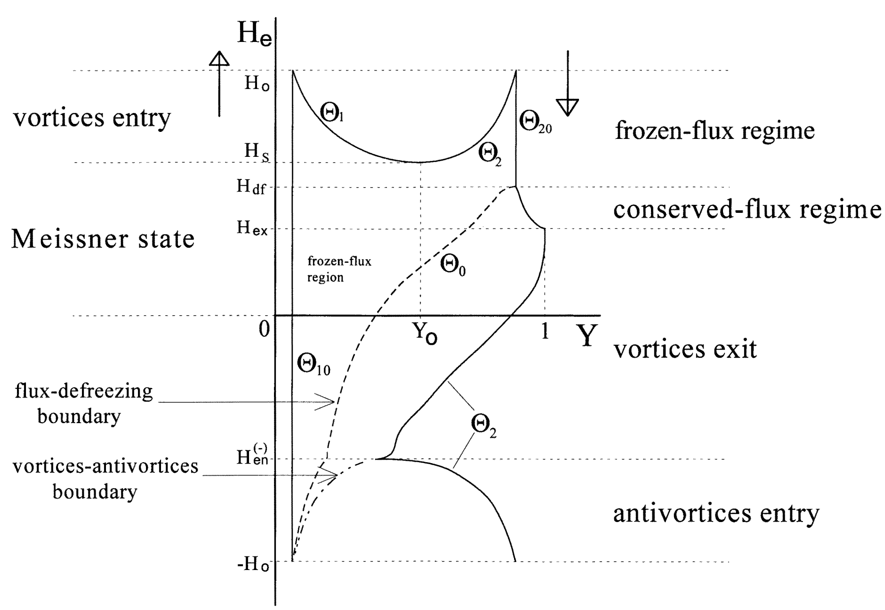

Рис. 2. Диаграмма распределений магнитного потока.

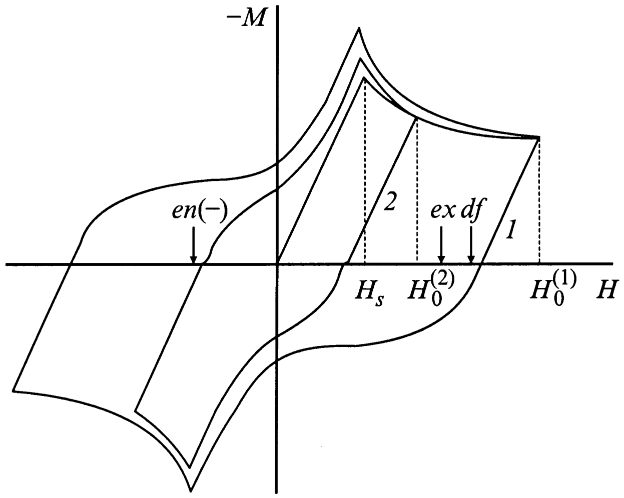

Рис. 3. Семейство кривых намагниченности пленки ($H_S/i_p = 10$): *1* — $H_0/i_p = 30$; *2* — $H_0/i_p = 16$.

падающей с плотностью тока вхождения i_{en}: $i(1-\xi) = i_{\text{en}}$ (где $\xi = \lambda_{\text{eff}}/W$), что приводит к уравнению

$$h_{\text{en}} = -\sqrt{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)} \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{1-\tau} \frac{d\tau}{R(\tau, \alpha_1, \alpha_2)}, \quad (4)$$

здесь $h_{\text{en}} = H_{\text{en}}/2i_p$.

Анализ уравнений (3c) и (4) в случае $r > 1$ ($H_{\text{en}} = H_S$) показывает, что совместное их решение существует только при полях, превышающих поле проникновения h_S: $h > h_S$; причем при $h \Longrightarrow h_S$ Θ_1 — приближается слева, а Θ_2 — справа к точке y_0. Нетрудно также убедиться, что при $r \ll 1$ (барьер практически подавлен; $h_S \sim \xi^{1/2} \ll 1$) выражения (3a) и (3b) переходят в соответствующие выражения в модели Бина [10], поскольку $y_0 \approx 1 - h_S^2 \approx 1$.

Итак, при вводе в пленку возникает "двугорбый" профиль магнитного потока, изображенный на рис. 1, *a*. По мере роста h он расширяется как к центру, так и к краям сверхпроводника. Эволюция его границ показана на рис. 2 (режим "Вход вихрей").

В сверхпроводниках с высоким краевым барьером начало входа вихрей соответствует резкому излому кривой намагниченности $M(H)$ (см. рис. 3), что объясняется лавинообразным характером проникновения магнитного потока в образец. По мере снижения барьера поведение $M(H)$ заметно сглаживается, заменяясь (в пределе $r \ll 1$) монотонным ходом функции $M(H)$ вблизи поля вхождения H_S ($\approx H_{c1}$).

2.3. Режим снижения поля. Рассмотрим процесс уменьшения внешнего магнитного поля от амплитудного значения $h_0 > h_S$ (соответствующие полю h_0 значения Θ_1 и Θ_2 обозначим как Θ_{10} и Θ_{20}).

В некотором интервале полей, примыкающем к h_0 ($h_0 > h > h_{\text{dt}}$), вихри будут неподвижны ("заморожены") на местах своего первоначального закрепления в области $\Theta_{10} < |y| < \Theta_{20}$ (см. "Режим замороженного потока" на рис. 2). В этой ситуации $b^*(y,h) = b_0^*(y)$ (введено обозначение $b_0^*(y,h_0) = b_0^*(y)$), а распределение тока в этом режиме можно записать на основании принципа суперпозиции

$$i^*(y,h) = i^*(y,h_0) + \frac{h-h_0}{h} i_m^*(y), \quad (5)$$

где $i_m^*(y)$ — безразмерная мейсснеровская составляющая полной плотности тока $i^*(y)$.

Данный режим будет иметь место до тех пор, пока плотность тока в некоторой точке образца не достигнет величины -1 (размерная плотность соответственно $-i_p$). Впервые произойдет это в точке $|y| = \Theta_{20}$, откуда находим величину поля размораживания потока, приравнивая $i^*(\Theta_{20}, h_{\text{df}}) = -1$, $i^*(\Theta_{20}, h_0) = 1$, что дает

$$h_{\text{df}} = h_0 - 2\pi \sqrt{\frac{1-\Theta_{20}^2}{\Theta_{20}^2}}. \quad (6)$$

По мере дальнейшего снижения поля в окрестности точки Θ_{20} образуется область "размороженных" вихрей ($\Theta_0 < |y| < \Theta_2$), которая начинает расширяться как внутрь пленки, так и к ее границе. В данной области вихри перераспределяются так, что $i^*(y) = -1$ при $\Theta_0 < |y| < \Theta_2$; это соответствует формированию критического состояния "на выход" вихрей. Распределение $i^*(y)$ и $n^*(y)$ описываются тем же уравнением (1), однако с соответствующим образом модифицированными дополнительными условиями

$$b^*(y) = 0, \quad i^*(y) \neq \text{sign}\,(y), \quad |y| \in [0, \Theta_{10}] \cup [\Theta_2, 1];$$

$$b^*(y) = b_0^*(y), \quad i^*(y) \neq \text{sign}\,(y), \quad |y| \in [\Theta_{10}, \Theta_0];$$

$$b^*(y) \neq b_0^*(y), \quad i^*(y) = \text{sign}\,(y), \quad |y| \in [\Theta_0, \Theta_2].$$

Аналогично предыдущему случаю (см. раздел 2.2) находим решение

$$b^*(y) = -R(y^2, \alpha_0, \alpha_2)\left\{\frac{1}{\pi}\int\limits_{\alpha_{10}}^{\alpha_0} \frac{n_0^*(\tau)}{R(\tau, \alpha_0, \alpha_2)} \frac{d\tau}{\tau - y^2} - \int\limits_{\alpha_0}^{\alpha_2} \frac{1}{R(\tau, \alpha_0, \alpha_2)} \frac{d\tau}{\tau - y^2}\right\}, \quad |y| \in [\Theta_0, \Theta_2] \quad (7a)$$

$$i^*(y) = \pm R(y^2, \alpha_0, \alpha_2)\left\{\frac{1}{\pi}\int\limits_{\alpha_{10}}^{\alpha_0} \frac{n_0^*(\tau)}{R(\tau, \alpha_0, \alpha_2)} \frac{d\tau}{\tau - y^2} - \int\limits_{\alpha_0}^{\alpha_2} \frac{1}{R(\tau, \alpha_0, \alpha_2)} \frac{d\tau}{\tau - y^2}\right\}, \quad |y| \in [0, \Theta_0] \cup [\Theta_2, 1] \quad (7b)$$

при дополнительном условии

$$h = \frac{1}{\pi}\int\limits_{\alpha_{10}}^{\alpha_0} \frac{n_0^*(\tau)}{R(\tau, \alpha_0, \alpha_2)}\, d\tau - \int\limits_{\alpha_0}^{\alpha_2} \frac{1}{R(\tau, \alpha_0, \alpha_2)}\, d\tau. \quad (7c)$$

Здесь $\alpha_0 = \Theta_0^2$, $\alpha_{10} = \Theta_{10}^2$, $\alpha_2 = \Theta_2^2$, в (7b) знак "$+$" — берется при $|y| \in [0, \Theta_0]$, знак "$-$" — при $|y| \in [\Theta_2, 1]$. Физический смысл условий (7c) и (3c) полностью идентичен.

Для определения положения границ размороженной области Θ_0 и Θ_2 следует добавить к (7c) условие сохранения полного потока Φ_{tot}, которое с учетом эффекта размораживания потока сводится к интегральному соотношению [13]

$$\int\limits_{\Theta_0}^{\Theta_2} n^*(y)dy = \int\limits_{\Theta_0}^{\Theta_{20}} n_0^*(y)dy. \tag{8}$$

Поведение границ Θ_0 и Θ_2 области критического состояния на выход вихрей изображено на рис. 2 (режим "Сохранение потока"); соответствующее перераспределение плотности потока представлено (кривой *3* на рис. 1).

Режимы замороженного и сохраняющегося потоков будут отчетливо наблюдаться только на образцах с высоким краевым барьером при небольших по сравнению с h_S амплитудах изменения внешнего поля h_0. Отличительным признаком режима сохраняющегося потока является линейный участок на кривой намагниченности (рис. 3).

В режиме сохраняющегося потока пленка будет находиться, пока внешняя граница Θ_2 области концентрации вихрей не достигнет края пленки или пока не будет (при некотором $\Theta_2 = \Theta_{2\,\text{max}}$) подавлен барьер на выход вихрей. Соответствующее поле назовем h_{ex} — полем выхода вихрей. При изменении поля в некотором интервале $h^* < h < h_{\text{ex}}$ область концентрации потока будет сохранять свои границы неизменнными, в то время как вихри начнут покидать пленку, изменяя наклон профиля размороженного потока (кривая *4* на рис. 1; "Выход вихрей" на рис. 2). Далее, при $h < h^*$, область концентрации потока начнет сокращаться (вследствие уменьшения Θ_2) в результате вытеснения вихрей с периферийной части пленки мейсснеровским током (кривая *5* на рис. 1). Положение внешней границы области, занятой потоком, соответствует максимальному значению Θ_2, при котором плотность вихрей все еще остается однозначной (положительной) во всей области концентрации потока.

На зависимости $M(H)$ (кривая *1* на рис. 3), соответствующей большой аплитудной величине захватываемого пленкой потока, отчетливо наблюдается платообразный участок, который объясняется преобладающей ролью "размороженных" вихрей, перераспределяющихся в соответствии с законом Фарадея так, чтобы скомпенсировать изменение магнитного момента образца. По мере выхода вихрей все большую роль начинают играть приграничные мейсснеровские токи, а ход кривой намагниченности становится практически линейным.

В процессе дальнейшего снижения поля наступает момент, когда плотность тока на границе пленки станет равной $-i_S$. В этих условиях начинается вход вихрей противоположного знака (кривая *6* на рис. 1; "Вход "антивихрей" на рис. 2). Соответствующее поле обозначим как $h_{\text{en}}^{(-)}$ — поле входа "антивихрей". Для определения границ области концентрации потока получаем дополнительное условие, аналогичное (4),

$$h_1 = \sqrt{(1-\alpha_0)(1-\alpha_2)}\left\{-\frac{1}{\pi}\int\limits_{\alpha_{10}}^{\alpha_0}\frac{n_0(\tau)}{1-\tau}\,\frac{d\tau}{R(\tau,\alpha_0,\alpha_2)} + \int\limits_{\alpha_0}^{\alpha_2}\frac{1}{1-\tau}\,\frac{d\tau}{R(\tau,\alpha_0,\alpha_2)}\right\}. \tag{9}$$

Как показывает анализ, при $h \in \left[-h_0, h_{\text{en}}^{(-)}\right]$ в пленке сосуществуют вихрри разных знаков. При $h = -h_0$ область локализации вихрей окончательно исчезает, а "антивихри" образуют распределение, тождественное распределению вихрей при $h = h_0$.

3. Обсуждение

На основе полученных нами результатов можно построить диаграмму критических состояний на плоскости параметров (рис. 4). Анализ диаграммы позволяет предсказать возможность перехода из мейсснеровского состояния в критическое состояние определенного типа. Действительно, если параметр r велик, то по мере возрастания внешнего поля должен реализоваться переход в критическое состояние, регулируемое краевым пиннингом вихрей; в противоположном случе при $r \ll 1$ в образце устанавливается биновское критическое состояние. Величина параметра r является функцией температуры. Предполагая $i_p = i_{p0}(1-\tau)^q$, а $i_S = i_{S0}(1-\tau)^n$, где $\tau = T/T_c$, нетрудно видеть, что при $q > n$ отношение r падает с ростом температуры T. Таким образом, в материалах с $q > n$ в области низких температур должны наблюдаться особенности, присущие биновскому критическому состоянию, а вблизи T_c влияние краевого барьера становится преобладающим. Подобная закономерность наблюдалась в экспериментах по спин-резонансному исследованию профиля магнитного потока в монокристаллах висмута [14]. Судя по данным авторов

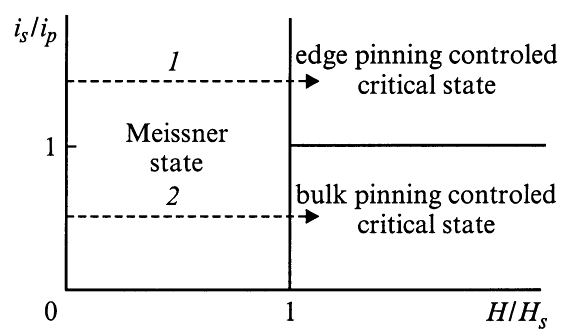

Рис. 4. Диаграмма критических состояний.

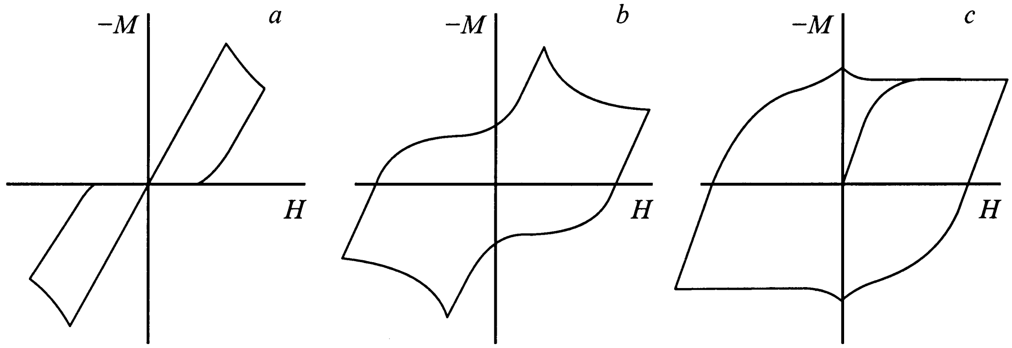

Рис. 5. Эволюция кривой намагниченности с изменением параметра r.

работы [14] именно такая последовательность смены одного вида критического состояния другим (crossover) была прослежена экспериментально.

Наша модель позволяет проследить эволюцию кривой намагниченности $M(H)$ с изменением параметра r (рис. 5). В случае преобладающей роли краевого пиннинга вихрей ($r \gg 1$) зависимость $M(H)$ совпадает с полученной ранее в работах [15,16] (рис. 5, a). В противоположном пределе при $r \ll 1$, когда объемный пиннинг является доминирующим фактором, вид кривой намагниченности в основных чертах повторяет профиль, описанный в работе [10]; имеющиеся отличия обусловлены тем, что параметр r имеет конечную величину. В промежуточной области $r \sim 1$, когда интенсивности поверхностного и объемного пиннингов сравнимы по величине, кривая намагниченности имеет весьма нетривиальный вид (напоминающий поверхность изогнутого ковра). Подобные кривые наблюдались экспериментально при исследовании монокристаллов висмута [14] и лент BSCCO [17] соответствующей формы.

Важно отметить, что предложенную модель можно применять для описания макроскопических сверхпроводников с высоким размагничивающим фактором (монокристаллов [14], сверхпроводящих лент [17] и пластин), для которых справедливо неравенство $d \ll W$. Действительно, макроскопическая электродинамика систем этого типа описывается соотношениями (уравнение Ампера — [18]), формально совпадающими с уравнением (1). Применение обсуждаемой методики позволит вычислить локальные (вдоль Y) значения намагниченности, определить величину размагничивающего фактора образца с захваченным потоком, а также описать характер преломления силовых линий в наклонном магнитном поле.

Предложенная здесь аналитическая модель может служить методической основой для расчета магнитных и диссипативных характеристик низкоразмерных сверхпроводников. В частности, модель позволяет рассчитать величину импеданса тонкопленочных мостиков в переменных полях, а также количественно описать эффект генерации высших гармоник намагниченности.

Авторы выражают признательность Э.Х. Брандту и Г.М. Максимовой за ценные обсуждения и помощь в работе, Дж. Клему и Е.Ю. Клименко за интерес к работе и корреспонденцию.

Список литературы

[1] Р.Г. Минц, А.Л. Рахманов. Неустойчивости в сверхпроводниках. Наука, М. (1984). С. 28.
[2] J.R. Clem. J. Appl. Phys. **50**, *5*, 3518 (1979).
[3] В.С. Горбачев, С.Е. Савельев. ЖЭТФ **109**, *5*, 1387 (1996).
[4] И.Л. Максимов, Г.М. Максимова. Письма в ЖЭТФ **65**, *5*, 405 (1997).
[5] E. Zeldov, A. Larkin, V. Geshkenbein, M. Konczykowsky, D. Maier, B. Khaikovich, V. Vinokur. Phys. Rev. Lett. **73**, *10*, 1428 (1994).
[6] И.Л. Максимов, А.А. Елистратов. Письма в ЖЭТФ **61**, *3*, 204 (1995).
[7] D.T. Fuchs, E. Zeldov, M. Rappaport, T. Tamegai, S. Ooi, H. Shtrikman. Nature **391**, *2*, 373 (1998).
[8] К.К. Лихарев. Изв. вузов. Радиофизика **14**, *6*, 919 (1971).
[9] I.L. Maksimov. Europhys. Lett. **13**, *9*, 453 (1995).
[10] E.H. Brandt, M.V. Indenbom. Phys. Rev. **B48**, *16*, 12 893 (1994).
[11] E. Zeldov, J.R. Clem, M. McElfresh, M. Darwin. Phys. Rev. **B49**, *9*, 9802 (1994).
[12] Н.И. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. Физматгиз, М. (1963).
[13] I.L. Maksimov, A.A. Elistratov. Appl. Phys. Lett. **72**, *13*, 243 (1998).
[14] R. Khasanov, Yu.I. Talanov, W. Assmus, G.B. Teitelbaum. Phys. Rev. **B54**, *18*, 13 339 (1996).
[15] И.Л. Максимов. Письма в ЖЭТФ **22**, *20*, 56 (1996).
[16] M. Benkrauoda, J.R. Clem. Phys. Rev. **B53**, *9*, 5716 (1996).
[17] Ю.Н. Лиханин (частное сообщение).
[18] E.H. Brandt. Phys. Rev. **B48**, *13*, 6699 (1993).