

Теория сканирующей емкостной микроскопии

© Д.Б. Балагуров, А.В. Ключник, Ю.Е. Лозовик

Институт спектроскопии Российской академии наук,
142092 Троицк, Московская обл., Россия

E-mail: lozovik@isan. troitsk.ru

(Поступила в Редакцию 3 июня 1999 г.)

Рассматривается теория сканирующей емкостной микроскопии (СЕМ), применяющейся для исследования двумерного распределения неоднородностей в пленках, расположенных над металлическими подложками, а также рельефа проводящих поверхностей. Предложена реалистичная модель СЕМ, которая допускает аналитическое решение. Построено явное решение обратной задачи восстановления профиля неоднородностей в СЕМ. Подробно проанализированы эффекты, которые могли бы наблюдаться в связи с возбуждением собственных колебаний в системе пленка–игла зондового микроскопа.

Данная работа была выполнена при поддержке РФФИ и программ "Поверхностные атомные структуры" и "Физика твердотельных наноструктур".

Сканирующая емкостная микроскопия (СЕМ) [1–15] — разновидность сканирующей зондовой микроскопии, в которой непосредственно измеряемой величиной является взаимная емкость проводящей иглы и подложки, над которой расположен исследуемый образец. С учетом того, что современные методы позволяют измерять емкость на уровне $\sim 10^{-20}$ F, пространственное разрешение СЕМ может превосходить ~ 100 nm при достаточно широком диапазоне рабочих частот.

С помощью СЕМ проводились измерения распределения концентрации носителей в полупроводниковых наноструктурах [3–5] (C–V-метод), а также эксперименты по записи и считыванию информации с высокой плотностью в структурах типа металл–нитрид–оксид–полупроводник [6]. Кроме того, выполнен ряд экспериментов, где СЕМ применялась для зондирования низкоразмерных систем [7–9]. Детектирование локальной емкости используется также в сочетании с микроскопией атомных сил [11,12] и электростатической силовой микроскопией [13].

До настоящего времени анализ электрического поля и емкости в системах игла–неоднородный слой диэлектрика–подложка в основном проводился численными методами, такими как метод конечных элементов [14], поверхностных зарядов [13] или методом изображений [15].

В данной работе обсуждается модель сканирующей емкостной микроскопии, которая строго учитывает следующие эффекты. Основная составляющая измеряемой емкости определяется геометрией всей системы в целом (размерами и формой иглы, подложки и т.п.) и является медленной функцией положения иглы. Кроме того, существует вклад, который изменяется на пространственных масштабах порядка размера кончика иглы и является в некотором смысле универсальным. Эта добавка есть функция отклонений от средних значений исследуемых величин (таких как диэлектрическая проницаемость, толщина пленки и т.п.).

В данной работе в результате аналитического решения соответствующей электростатической краевой задачи находится добавка к емкости в линейном приближении по флуктуирующей части диэлектрической проницаемости и функции рельефа поверхности пленки. Такой подход позволяет получить интегральное уравнение простого вида, решение которого является решением обратной задачи восстановления изображений в СЕМ.

I. Модель

A. Формулировка и основные уравнения

Наше рассмотрение основывается на схеме, представленной на рис. 1. В вытянутых сфероидальных координатах, связанных с декартовыми соотношениями

$$x = a\sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \cos \varphi,$$

$$y = a\sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \sin \varphi,$$

$$z = a\xi\eta,$$

(где $\xi > 1$; $-1 < \eta < 1$; φ — азимутальный угол, a — масштабный фактор), поверхности иглы и подложки есть гиперboloиды $\eta = \tilde{\eta}$ и $\eta = -\delta\eta$ соответственно. Поверхность пленки задается уравнением $\eta = \zeta(\mathbf{r})$, где $\zeta(\mathbf{r}) = \zeta(\xi, \varphi)$ — функция рельефа поверхности (измеряемая в единицах a), причем $\langle \zeta(\mathbf{r}) \rangle = 0$, $|\zeta(\mathbf{r})| \ll |\delta\eta|$; $\mathbf{r} = (x, y)$. В дальнейшем мы полагаем, что $1 - \tilde{\eta} \gg 1$ и $\delta\eta \ll 1$, что соответствует случаю тонких иглы и пленки. Кроме того, предполагается, что диэлектрическая функция пленки имеет вид $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega) + \delta\varepsilon(\mathbf{r}; \omega)$, где переменная составляющая $\delta\varepsilon(\mathbf{r}; \omega) = \delta\varepsilon(\xi, \varphi; \omega)$ удовлетворяет условиям $\langle \delta\varepsilon(\mathbf{r}; \omega) \rangle = 0$ и $|\delta\varepsilon(\mathbf{r}; \omega)| \ll \{|\varepsilon_0(\omega)|, 1\}$.

Для не слишком высоких частот можно определить емкость системы в результате решения краевой задачи для скалярного потенциала u (нормированного на заданное

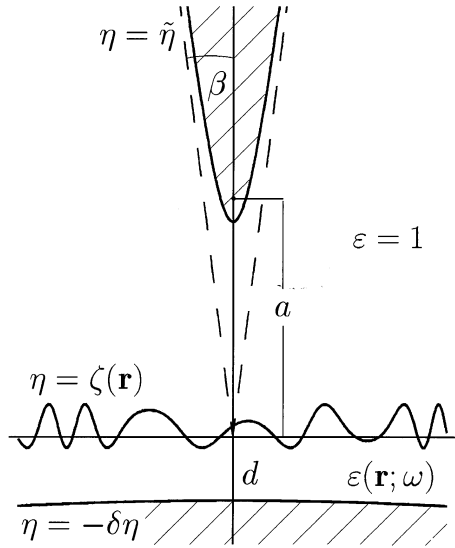


Рис. 1. Система, моделирующая обычную конфигурацию СЕМ. Области $\tilde{\eta} < \eta < 1$ и $-1 < \eta < -\delta\eta$ занимают идеально проводящие игла и подложка соответственно. Угол раствора иглы и средняя толщина пленки определяются выражениями $2\beta = 2\sqrt{2(1-\tilde{\eta})}$ и $d = a\delta\eta$, где a — фокусное расстояние гиперболюидов.

напряжение между иглой и подложкой)

$$\operatorname{div} [(\varepsilon_0 + \delta\varepsilon)\nabla u] = 0, \quad (1)$$

$$u|_{\eta=\tilde{\eta}} = 1,$$

$$u|_{\eta=-\delta\eta} = 0,$$

$$u|_{\eta=\zeta+0} = 0,$$

$$[(\varepsilon_0 + \delta\varepsilon)\mathbf{n}\nabla u]|_{\eta=\zeta-0}^{\eta=\zeta+0} = 0, \quad (2)$$

где \mathbf{n} — нормаль к неровной поверхности.

Решение краевой задачи (1), (2) может быть представлено в виде ряда по степеням функций $\zeta(\mathbf{r})$ и $\delta\varepsilon(\mathbf{r}; \omega)$. При этом вклады в потенциал нулевого и первого порядка являются гармоническими функциями в областях $-\delta\eta < \eta < 0$ и $0 < \eta < \tilde{\eta}$, удовлетворяющими граничным условиям

$$\begin{aligned} u^{(0)}|_{\eta=\tilde{\eta}} &= 1, & u^{(0)}|_{\eta=-\delta\eta} &= 0, \\ u^{(0)}|_{\eta=+0}^{\eta=-0} &= [\varepsilon_0 \mathbf{n} \nabla u]|_{\eta=-0}^{\eta=+0} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

и соответственно

$$\begin{aligned} u^{(1)}|_{\eta=\tilde{\eta}} &= u^{(1)}|_{\eta=-\delta\eta} = 0, \\ u^{(1)}|_{\eta=+0}^{\eta=-0} &= -\frac{\partial u^{(0)}}{\partial \eta}|_{\eta=-0}^{\eta=+0} \zeta, \\ \left[\varepsilon_0 \frac{\partial u^{(1)}}{\partial \eta} \right]|_{\eta=-0}^{\eta=+0} &= - \left[\delta\varepsilon \frac{\partial u^{(0)}}{\partial \eta} \right]|_{\eta=-0}^{\eta=+0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Главный член в разложении поля по переменной части диэлектрической проницаемости и функции рельефа поверхности, являющийся решением задачи (3), имеет вид

$$u^{(0)} = \frac{1}{\varepsilon(\eta) \ln(1-\tilde{\eta})} \ln \frac{1-\eta}{1+\eta}. \quad (5)$$

В этом выражении $\varepsilon(\eta) = \varepsilon_0(\omega)$ при $-\delta\eta < \eta < 0$ и $\varepsilon(\eta) = 1$ при $0 < \eta < \tilde{\eta}$. Кроме того, здесь мы пренебрегли членами более высокого порядка по величинам $\delta\eta$ и $1-\tilde{\eta}$. Их учет приводит к смещению резонансной особенности в решении (5) из точки $\varepsilon_0(\omega) = 0$ в $\varepsilon_0(\omega) = \frac{2\delta\eta}{\ln(1-\tilde{\eta})} \lll 1$, что не сказывается существенным образом на результатах рассматриваемой модели. Заметим, что соответствующая напряженность электрического поля в плоскости $z=0$ (в образце) зависит от координат как $E^{(0)} \sim (r^2 + a^2)^{-1/2}$, т.е. содержит характерный масштаб a , равный фокусному расстоянию гиперболюида, аппроксимирующего иглу.

Решение задачи (4) может быть найдено в виде разложения по полной системе гармонических функций для гиперболюида $e^{im\varphi} P_{-1/2+i\tau}^m(\pm\eta) P_{-1/2+i\tau}^m(\xi)$, где P — присоединенная функция Лежандра первого рода; $m = 0, \pm 1, \dots$; $\tau > 0$. Выражение для поля $u^{(1)}$ приведено в Приложении.

В. Анализ собственных колебаний

Дальнейшее рассмотрение показывает, что при определенных соотношениях между параметрами оказываются существенными эффекты, связанные с возбуждением собственных колебаний. Их закон дисперсии определяется резонансным знаменателем (20) в выражениях (18) и имеет вид

$$\varepsilon_0(\omega) = \frac{P_{-1/2+i\tau}^m(\delta\eta) - P_{-1/2+i\tau}^m(-\delta\eta)}{P_{-1/2+i\tau}^m(\delta\eta) + P_{-1/2+i\tau}^m(-\delta\eta)}. \quad (6)$$

При этом было учтено, что в той области, где важны резонансные свойства системы, возможен предельный переход $\tilde{\eta} \rightarrow 1$ в выражении (20). Дисперсионные кривые (6) для нескольких значений целого числа m , определяющего зависимость поля от угла φ , изображены на рис. 2.

В области $|\tau^2 \delta\tau| \lll 1$ дисперсионное уравнение имеет асимптотику

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(\omega) &= 2\delta\eta \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \left(-\frac{1}{2} + i\tau + m \right) \\ &\times \frac{\Gamma(3/4 + i\tau/2 - m/2) \Gamma(3/4 + i\tau/2 + m/2)}{\Gamma(1/4 + i\tau/2 - m/2) \Gamma(1/4 + i\tau/2 + m/2)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для каждого числа m существует критическое значение диэлектрической постоянной

$$\varepsilon_m^c = 2(-1)^m \delta\eta \frac{\Gamma(3/4 - m/2) \Gamma(3/4 + m/2)}{\Gamma(1/4 - m/2) \Gamma(1/4 + m/2)},$$

выше которого невозможно возбуждение соответствующей собственной моды. В области $|\tau^2 \delta\eta| \gtrsim 1$ уравне-

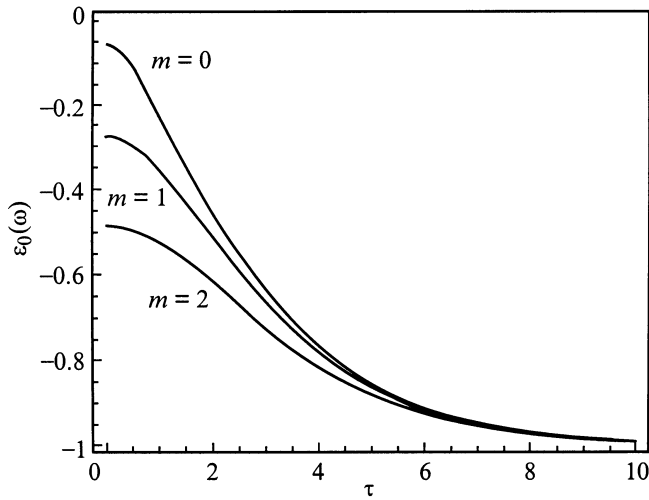


Рис. 2. Зависимость резонансного значения диэлектрической проницаемости в отсутствие поглощения от параметра τ собственных функций задачи (1), (2) для нескольких значений m . Величина параметра, характеризующего толщину пленки (см. рис. 1), есть $\delta\eta = 0.25$.

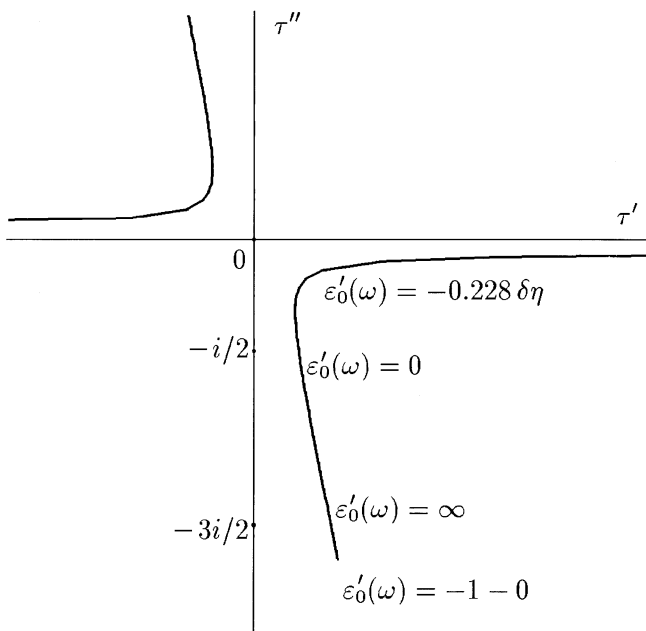


Рис. 3. Траектория резонансного полюса τ_0 в комплексной плоскости параметра собственных функций задачи в зависимости от действительной части диэлектрической проницаемости $\varepsilon'_0(\omega)$.

ние (6) принимает вид закона дисперсии плазмона в пленке [16] толщиной $a\delta\eta$, одна поверхность которой граничит с идеальным проводником

$$\varepsilon_0(\omega) = -th\tau\delta\eta, \quad (8)$$

причем величина τ/a играет роль волнового числа. Поле при этом в основном сосредоточено на границе

диэлектрика с вакуумом и его "перекрытие" с иглой отсутствует, что объясняет возникновение вырождения по m .

Траектория резонансного полюса с $m = 0$ в комплексной плоскости переменной τ при изменении действительной части диэлектрической проницаемости $\varepsilon'_0(\omega)$ схематически изображена на рис. 3. Изменению диэлектрической постоянной от $-1 + 0$ до $\varepsilon_0^c \approx -0.228\delta\eta$ соответствует область существования аксиально-симметричной собственной моды. При этом учет омического затухания в уравнении (6) приводит к тому, что полюс смещается с действительной оси в нижнюю полуплоскость. Отметим, что наряду с омическим затуханием, связанным с отличной от нуля мнимой частью диэлектрической постоянной, в рассматриваемой системе существует радиационное затухание и затухание на неоднородностях [16]. Последнее может быть учтено только во втором порядке по функциям $\zeta(\mathbf{r})$ и $\delta\varepsilon(\mathbf{r};\omega)$. Радиационное затухание является малым по параметру $1 - \tilde{\eta}$.

При $\varepsilon'_0(\omega) = 0$ (более точное значение есть $\varepsilon'_0(\omega) = \frac{2\delta\eta}{\ln(1-\tilde{\eta})}$) рассматриваемый полюс находится вблизи точки $\tau = -i/2$. В пределе идеального металла ($\varepsilon'_0(\omega) = \infty$) он проходит через точку $\tau = -3i/2$ и достигает $-3i/2 - i\left[\delta\eta - \frac{2}{\ln(1-\tilde{\eta})}\right]$ при $\varepsilon'_0(\omega) = -1 - 0$. Отметим, что имеется также полюс, симметричный рассмотренному выше относительно точки $\tau = 0$.

С. Обратная задача

Переходя к вычислению емкости, заметим, что полная емкость является расходящейся величиной, если не принимать во внимание конечность системы. Чтобы учесть этот факт, удобно ввести обрезание сфероидом $\xi = \xi_M$, так что емкость вычисляется согласно

$$C = -\frac{a(1-\tilde{\eta})}{2\pi} \int_1^{\xi_M} \int_0^{2\pi} \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\tilde{\eta}} d\xi d\varphi. \quad (9)$$

При этом предполагается, что в области $\xi < \xi_M$ отклонение поверхностей иглы и подложки от гиперболических $\eta = \tilde{\eta}$ и $\eta = -\delta\eta$ незначительно, причем $\xi_M \gg 1$.

Как следовало ожидать, емкость для нулевого приближения (5), вычисленная согласно (9), $C^{(0)} \sim \xi_M$ расходится при увеличении параметра обрезания ξ_M . Ее реальная величина определяется не только кончиком иглы, но и размерами всей иглы, подложки и т. п.

Основной интерес представляет добавка к емкости, связанная с переменной составляющей диэлектрической проницаемости и функции рельефа поверхности. Учет перемещения иглы относительно подложки сводится к замене $\zeta(\mathbf{r}')$ на $\eta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ и $\delta\varepsilon(\mathbf{r}';\omega)$ на $\delta\varepsilon(\mathbf{r} - \mathbf{r}';\omega)$, так что линейный по этим функциям вклад в емкость $C^{(1)}$ переходит в $C^{(1)}(\mathbf{r})$. Заметим, что при этом $C^{(0)}$,

равно как и параметр обрезания, становится медленной функцией координат в плоскости пленки с характерным пространственным масштабом $\gtrsim \xi_{\mathcal{M}}$.

Вклад в функцию $C^{(1)}(\mathbf{r})$ дает только аксиально-симметричное слагаемое (с $m = 0$) в разложении (17) потенциала $u^{(1)}$ по системе функций, гармонических внутри и вне гиперболоида. Для выделения быстрой зависимости достаточно вычислить главный член асимптотического разложения $C^{(1)}(\mathbf{r})$ по параметру $\xi_{\mathcal{M}} \gg 1$. Это равносильно однополюсному приближению при интегрировании по τ в (9), (17), при котором учитывается лишь главный полюс подынтегрального выражения, расстояние от которого до прямой $\text{Im } \tau = 0$ наименьшее. При этом вклады от остальных полюсов будут содержать дополнительные множители вида $\xi_{\mathcal{M}}^\alpha$, где $\alpha < 0$.

При вычислении поправки к емкости в зависимости от значения $\varepsilon_0(\omega)$ можно выделить следующие два случая.

(i) Когда действительная часть диэлектрической постоянной $\varepsilon'_0(\omega) < -1$ или $\varepsilon'_0(\omega) > 0$, то основной вклад в рассматриваемое выражение вносят полюса $\tau = \pm i/2$, так что

$$C^{(1)}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \mathcal{K}_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{r}) \times [\varepsilon_0(\omega)(\varepsilon_0(\omega) - 1)\zeta(\mathbf{r}') + \delta\eta\delta\varepsilon(\mathbf{r}'; \omega)], \quad (10)$$

где

$$\mathcal{K}_1 = \frac{1}{\pi\varepsilon_0^2(\omega)\ln^2(1 - \tilde{\eta})} \frac{a^2}{\sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 + a^2}}. \quad (11)$$

(ii) Если $-1 < \varepsilon'_0(\omega) < 0$, то, как было отмечено выше (см. также рис. 3), полюса $\tau = \pm i/2$ находятся дальше от действительной оси, чем пара резонансных полюсов $\pm\tau_0$, при $m = 0$. Положение последних определяется из уравнения (6) и в областях, соответствующих асимптотикам (7) и (8), возникают следующие уравнения, связывающие емкость с переменной составляющей диэлектрической проницаемости и функции рельефа поверхности:

$$C^{(1)}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \mathcal{K}_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{r}) \times [(\varepsilon_0(\omega) - 1)\text{arth } \varepsilon_0(\omega)\zeta(\mathbf{r}') + \delta\eta\delta\varepsilon(\mathbf{r}'; \omega)], \quad (12)$$

где

$$\mathcal{K}_2 = F_2(\tau_0) \frac{a^2 (2\xi_{\mathcal{M}}(\mathbf{r}))^{1/2 - i\tau_0}}{\sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 + a^2}} \times P_{-1/2 + i\tau_0} \left(\frac{a}{\sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 + a^2}} \right). \quad (13)$$

Здесь при $|\tau_0^2 \delta\eta| \ll 1$ (соответственно в областях $-0.228\delta\eta < \varepsilon'_0(\omega) < 0$ и $0 < -\varepsilon'_0(\omega) - 0.228\delta\eta \ll 1$) значение τ_0 определяется из уравнения (7) с $m = 0$, а при $|\tau_0^2 \delta\eta| \gtrsim 1$ (соответственно при $-1 < \varepsilon'_0(\omega) \lesssim -\sqrt{\delta\eta}$) из уравнения (8). Функция F_2 в приведенных областях имеет следующий вид.

При $|\tau^2 \delta\eta| \ll 1$

$$F_2(\tau) = \frac{\sqrt{2}}{\pi\varepsilon_0(\omega)\delta\eta\ln^2(1 - \tilde{\eta})} \times \frac{\Gamma(1/4 - i\tau/2)\Gamma(1/4 + i\tau/2)\Gamma(-1/2 + i\tau)}{\Gamma(i\tau)} \times [\psi(3/4 - i\tau/2) - \psi(3/4 + i\tau/2) + \psi(1/4 + i\tau/2) - \psi(1/4 - i\tau/2)]^{-1}, \quad (14)$$

где ψ — дигамма-функция.

При $|\tau^2 \delta\eta| \gtrsim 1$

$$F_2(\tau) = \frac{(1 + i)\text{ch}^2 \tau \delta\eta}{\tau \delta\eta^2 \ln^2(1 - \tilde{\eta})} e^{-\pi\tau/2}. \quad (15)$$

D. Обсуждение результатов

Решение интегральных уравнений Фредгольма первого рода (10) или (12) представляет собой решение обратной задачи восстановления профиля неоднородностей в СЕМ, в которой по измеряемому распределению локальной емкости определяется комбинация функции рельефа поверхности и переменной части диэлектрической проницаемости. Обычно эксперимент носит такой характер, что всегда можно пренебречь изменением $\xi_{\mathcal{M}}(\mathbf{r})$ на характерном размере исследуемого участка поверхности. При этом в случае (ii), подобно тому как это имеет место в (i), главный член асимптотики ядра \mathcal{K} , при больших значениях параметра обрезания $\xi_{\mathcal{M}}$, приведенный в (11) и (13), зависит только от разности $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$, что позволяет решить обратную задачу преобразованием Фурье. А именно, входящая в уравнения (10) и (12) комбинация неизвестных функций определяется соотношением

$$f(\varepsilon_0(\omega))(\varepsilon_0(\omega) - 1)\zeta(\mathbf{r}) + \delta\eta\delta\varepsilon(\mathbf{r}; \omega) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \frac{C^{(1)}(\mathbf{k})}{\mathcal{K}(\mathbf{k})}, \quad (16)$$

где функция $f(\varepsilon_0(\omega)) = \varepsilon_0(\omega)$ и $f(\varepsilon_0(\omega)) = \text{arth } \varepsilon_0(\omega)$ в областях (i) и (ii) соответственно. Вид ядра, а также равенство нулю средних $\langle \zeta(\mathbf{r}) \rangle$ и $\langle \delta\varepsilon(\mathbf{r}; \omega) \rangle$ обеспечивает существование и единственность решения.

Зависимость значения ядра в максимуме $|\mathcal{K}(0)|$ (т.е. при $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$) от действительной части диэлектрической проницаемости $\varepsilon'_0(\omega)$ представлена на рис. 4. Необходимо отметить, что в окрестности точки $\varepsilon'_0(\omega) = 0$ рассматриваемая величина определяется омическими потерями. В отличие от случая (i) ядро обратной задачи (12) в случае возбуждения нормальных колебаний (ii), трудно реализуем в конфигурации СЕМ, зависит от параметра обрезания $\xi_{\mathcal{M}}$. Это говорит о том, что в этой области рассматриваемая амплитуда $|\mathcal{K}(0)|$ не универсальна, т.е. определяется не только геометрией системы вблизи кончика иглы. Кроме того, в случае

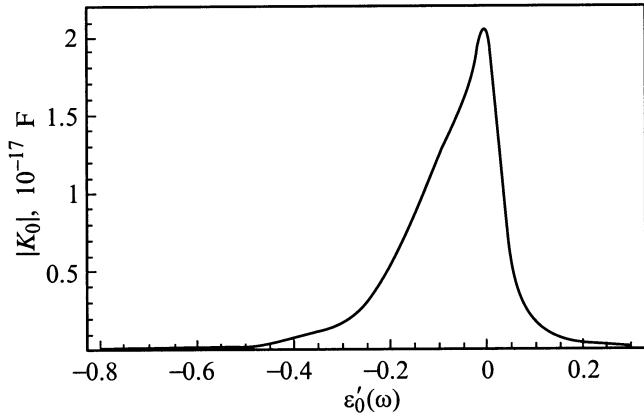


Рис. 4. Зависимость амплитуды ядра обратной задачи от действительной части диэлектрической проницаемости. При этом $a = 500 \text{ nm}$, $1 - \tilde{\eta} = 10^{-4}$, $\delta\eta = 0.25$, $\xi_{\mathcal{M}} = 10^3$, $\varepsilon''_0(\omega) = 0.04$.

(ii) действительная и мнимая части добавки к емкости являются величинами одного порядка. Заметим, что уже начиная со значения $\varepsilon'_0(\omega) = -1 + \xi_{\mathcal{M}}^{-2\delta\eta}$ благодаря сильному убыванию $F_2(\tau)$ при $\tau \rightarrow +\infty$ (см. (15)) вклад резонансного полюса становится малым и необходимо учитывать слагаемое (11).

Рассмотренная модель позволяет получить как частный случай обратную задачу, возникающую при исследовании рельефа проводящих поверхностей с помощью СЕМ. А именно, из уравнений (10) и (13) в пределе $\varepsilon'_0(\omega) = \infty$ имеем

$$C^{(1)}(\mathbf{r}) = \int \frac{a^2 \zeta(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{\pi \ln^2(1 - \tilde{\tau}) \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 + a^2}}.$$

Величина измеряемой добавки к емкости пропорциональна масштабному параметру a , который при этом также является характерным пространственным масштабом ядра интегральных уравнений (10), (12). Это согласуется с тем фактом, что главным ограничением на пространственное разрешение в СЕМ являются погрешности в измерениях емкости. В некоторых работах [2,10] сообщалось о достижении пространственного разрешения на уровне $\sim 10 \text{ nm}$. Поведение ядра обратной задачи как функции координат находится в соответствии с результатами экспериментов и численных расчетов [6,10,13–15].

Приложение

В области $0 < \eta < \tilde{\eta}$ решение краевой задачи (4) имеет вид

$$u^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{+\infty} [A_m(\tau) P_{-1/2+i\tau}^m(\eta) + B_m(\tau) P_{-1/2+i\tau}^m(-\eta)] P_{-1/2+i\tau}^m(\xi) d\tau. \quad (17)$$

В этом выражении

$$A_m(\tau) = P_{-1/2+i\tau}^m(-\tilde{\eta}) \frac{\mathcal{U}_m(\tau)}{\mathcal{W}_m(\tau)},$$

$$B_m(\tau) = -P_{-1/2+i\tau}^m(\tilde{\eta}) \frac{\mathcal{U}_m(\tau)}{\mathcal{W}_m(\tau)}, \quad (18)$$

$$\mathcal{U}_m(\tau) = \frac{\alpha_m(\tau)}{P_{-1/2+i\tau}^m(0)} [P_{-1/2+i\tau}^m(\delta\eta) + P_{-1/2+i\tau}^m(-\delta\eta)]$$

$$+ \frac{\beta_m(\tau)}{P_{-1/2+i\tau}^m(0)} [P_{-1/2+i\tau}^m(\delta\eta) - P_{-1/2+i\tau}^m(-\delta\eta)], \quad (19)$$

$$\mathcal{W}_m(\tau) = P_{-1/2+i\tau}^m(-\tilde{\eta}) [(\varepsilon_0(\omega) + 1) P_{-1/2+i\tau}^m(-\delta\eta) + (\varepsilon_0(\omega) - 1) P_{-1/2+i\tau}^m(\delta\eta)] - P_{-1/2+i\tau}^m(\tilde{\eta})$$

$$\times [(\varepsilon_0(\omega) - 1) P_{-1/2+i\tau}^m(-\delta\eta) + (\varepsilon_0(\omega) + 1) P_{-1/2+i\tau}^m(\delta\eta)], \quad (20)$$

причем

$$\alpha_m(\tau) = \frac{2(\varepsilon_0(\omega) - 1)}{\ln(1 - \tilde{\eta})} \tilde{\zeta}_m(\tau),$$

$$\beta_m(\tau) = \frac{2}{\varepsilon_0(\omega) \ln(1 - \tilde{\eta})} \tilde{\delta}\varepsilon_m(\tau). \quad (21)$$

Возникающие здесь функции $\tilde{\zeta}_m(\tau)$ и $\tilde{\delta}\varepsilon_m(\tau)$ являются трансформантами Фурье и Мелера–Фока [17] по переменным φ и ξ соответственно от флуктуирующей части диэлектрической проницаемости и функции рельефа поверхности

$$\begin{pmatrix} \tilde{\zeta}_m(\tau) \\ \tilde{\delta}\varepsilon_m(\tau) \end{pmatrix} = \frac{\tau}{\pi} \text{sh } \pi\tau \Gamma\left(\frac{1}{2} - m - i\tau\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - m + i\tau\right)$$

$$\times \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{-im\varphi} \int_1^{+\infty} d\xi P_{-1/2+i\tau}(\xi) \begin{pmatrix} \zeta(\xi, \varphi) \\ \delta\varepsilon(\xi, \varphi) \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Список литературы

- [1] Y. Martin, D.W. Abraham, H.K. Wickramasinghe. Appl. Phys. Lett. **52**, 13, 1103 (1988).
- [2] C.C. Williams, W.P. Hough, S.A. Rishton. Appl. Phys. Lett. **55**, 2, 203 (1989).
- [3] A.C. Diebold, M.R. Kump, J.J. Kopanski, D.G. Seiler. J. Vac. Sci. Technol. **B14**, 1, 196 (1996).
- [4] G. Neubauer, A. Erickson, C.C. Williams, J.J. Kopanski, M. Rogers, D. Adderton. J. Vac. Sci. Technol. **B14**, 1, 426 (1996).
- [5] A. Erickson, L. Sadwick, G. Neubauer, J.J. Kopanski, D. Adderton, M. Rogers. J. Electr. Mat. **25**, 2, 301 (1996).
- [6] R.C. Barrett, C.F. Quate. J. Appl. Phys. **70**, 5, 2725 (1991).
- [7] S.H. Tessler, P.I. Glicofridis, R.C. Ashoori, L.S. Levitov, M.L. Melloch. Nature **392**, 51 (1998).
- [8] H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J.P. Kotthaus, P.M. Petroff. Phys. Rev. Lett. **73**, 16, 2252 (1994).

- [9] G. Medeiros-Ribeiro, D. Leonard, P.M. Petroff. *Appl. Phys. Lett.* **66**, 14, 1767 (1995).
- [10] Š. Lányi, J. Török, P. Řehůřek. *Rev. Sci. Instrum.* **65**, 7, 2258 (1994).
- [11] K. Goto, K. Hane. *Rev. Sci. Instrum.* **68**, 1, 120 (1997).
- [12] В.А. Быков, В.В. Лосев, С.А. Саунин. Труды Всерос. совещ. "Зондовая микроскопия-99". Нижний Новгород (1999).
- [13] S. Watanabe, K. Hane, T. Ohye, M. Ito, T. Goto. *J. Vac. Sci. Technol.* **B11**, 5, 1774 (1993).
- [14] Š. Lányi, J. Török, P. Řehůřek. *J. Vac. Technol.* **14**, 2, 892 (1996).
- [15] K. Goto, K. Hane. *J. Appl. Phys.* **84**, 8, 4043 (1998).
- [16] Yu.E. Lozovik, A.V. Klyuchnik. *The Dielectric Function of Condensed Systems* / Ed. by L.V. Keldysh et al. Elsevier Science Publisher, B.V. (1987).
- [17] В.А. Диткин, А.П. Прудников. *Интегральные преобразования и операционное исчисление*. Физматгиз (1961).