Электрон-фононное увлечение в вырожденных проводниках в магнитном поле

© И.Г. Кулеев

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,
620219 Екатеринбург, Россия

E-mail: kuleev@imp.uran.ru

(Поступила в Редакцию 21 мая 1999 г.)

Рассмотрено взаимное увлечение электронов и фононов в вырожденных проводниках в классических магнитных полях. Показано, что система кинетических уравнений для неравновесных электронной и фононной функций распределения может быть преобразована к системе неоднородных интегральных уравнений Вольтерра. Найдено решение системы интегральных уравнений с учетом всех членов, вносящих вклады, линейные по параметру вырождения. Проанализировано влияние магнитного поля на релаксацию импульса в электрон-фононной системе.

Электрон-фононное взаимодействие в твердых телах кроме процессов рассеяния приводит к взаимному влиянию неравновесностей электронной и фононной подсистем, вызванных либо электрическим полем, либо градиентом температуры [1–12]. Если электроны и фононы рассеиваются главным образом друг на друге, то теория возмущений по взаимному влиянию неравновесностей подсистем неприменима, и возникает необходимость решения сложной системы интегральных уравнений для электронной и фононной функций распределения [9,10]. Точное решение этой системы до сих пор не найдено. Итерационная схема решения системы интегральных уравнений позволяет рассмотреть лишь случай слабого взаимного увлечения [11,12]. Приближенные решения системы кинетических уравнений для вырожденных проводников в классических магнитных полях с учетом взаимного увлечения электронов и фононов найдены только в нулевом приближении по параметру вырождения [7,8]. Однако развитая в [7,8] теория не может быть использована для анализа термомагнитных и термоэлектрических эффектов, поскольку в этом приближении диффузионные потоки, как и эффекты Нернста–Эттингсгаузена, обращаются в нуль. Термомагнитные эффекты являются гораздо более тонким индикатором механизма рассеяния носителей тока, чем подвижность [1,13]. При смене доминирующего механизма рассеяния подвижность носителей тока меняется только по величине, тогда как термомагнитные эффекты могу менять свой знак. Поэтому термомагнитные эффекты могут оказаться более чувствительными к эффектам взаимного увлечения электронов и фононов, чем подвижность.

В данной работе воспользуемся методом решения системы кинетических уравнений для неравновесных электрон-фононных систем с изотропным спектром носителей тока, развитым в [14], и обобщим его на случай наличия магнитного поля. При этом будет использовано лишь условие сильного вырождения $k_BT/\zeta \ll 1$ (ζ — энергия Ферми), а неупругость электрон-фононного рассеяния будет учтена в первом порядке теории возмущений. В разделе 1 система кинетических уравнений для неравновесных электрон-фононных систем преобразована в систему неоднородных интегральных уравнений Вольтерра для неравновесной добавки к функции распределения электронов. В разделе 2 эта система решена с учетом всех членов, вносящих вклады, линейные по параметру вырождения. В разделе 3 проанализировано влияние взаимного увлечения на гальваномагнитные явления.

1. Система кинетических уравнений для электрон-фононной системы в магнитном поле

Проанализируем баланс импульса и взаимное влияние неравновесности электронов и фононов в магнитном поле. Система кинетических уравнений для неравновесных электронной $f(\mathbf{k},\mathbf{r})$ и фононной $N^\lambda(\mathbf{q},\mathbf{r})$ функций распределения имеет вид [3,7]

$$\boldsymbol{\upsilon}_\mathbf{k}\nabla_\mathbf{r} f_\mathbf{k} + \frac{e}{\hbar}\left(\mathbf{E}_0 + \frac{1}{c}[\boldsymbol{\upsilon}_\mathbf{k}\times\mathbf{H}]\right)\nabla_\mathbf{k} f(\mathbf{k},\mathbf{r}) = I_{ei}(f_\mathbf{k}) + I_{eph}(f_\mathbf{k}, N^\lambda_\mathbf{q}),$$

$$\boldsymbol{\upsilon}^\lambda_\mathbf{q}\nabla_\mathbf{r} N^\lambda_\mathbf{q} = -(N^\lambda_\mathbf{q} - N^{(0)}_\mathbf{q})\nu^{(1)\lambda}_{ph} + I_{phe}(N^\lambda_\mathbf{q}, f_\mathbf{k}). \quad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\upsilon}_k = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial\varepsilon_k}{\partial\mathbf{k}}$, $\boldsymbol{\upsilon}^\lambda_q = \frac{\partial\omega^\lambda_q}{\partial\mathbf{q}}$ — групповая скорость фононов, $N^{(0)}_{q\lambda}$ — функция Планка. Частота релаксации $\nu^{(1)\lambda}_{ph}(q)$ включает все неэлектронные механизмы рассеяния фононов: рассеяние фононов на фононах, дефектах и границах образца. Интегралы столкновений электронов с примесями I_{ei}, фононами I_{eph} и фононов с электронами I_{phe} определены в [3,6,7,14].

Представим функции распределения электронов и фононов в виде

$$f_\mathbf{k} = f_0(\varepsilon_k) + \delta f_\mathbf{k}, \qquad N^\lambda_\mathbf{q} = N^0_{q\lambda} + g_\lambda(\mathbf{q}), \quad (2)$$

где $f_0(\varepsilon_k)$ и $N^0_{q\lambda}$ — локально равновесные функции распределения для электронов и фононов, а $\delta f_\mathbf{k}$ и

$g_\lambda(\mathbf{q})$ — неравновесные добавки к функциям распределения, линейные по внешним воздействиям. Линеаризуем интегралы столкновений по этим добавкам. Интегралы столкновений $I_{ie}(\delta f_\mathbf{k})$, $I_{phe}(f_0, g_\lambda(\mathbf{q}))$, а также $I_{eph}(\delta f_\mathbf{k}, N^0_{q\lambda})$ в приближении упругого рассеяния представим через частоты релаксации [7,8,14]. При расчете интеграла столкновений $I_{eph}(f_0, g_\lambda(\mathbf{q}))$ учтем неупругость столкновений электронов с фононами в первом порядке по параметру неупругости $\hbar\omega_{q\lambda}/\zeta$. После этого уравнение для фононной функции распределения представим в виде [14]

$$g_\lambda(\mathbf{q}) = -\frac{N^0_{q\lambda}(N^0_{q\lambda}+1)}{\nu^\lambda_{ph}(q)}\frac{\hbar\omega_{q\lambda}}{k_BT}\left(\boldsymbol{\upsilon}^\lambda_\mathbf{q}\boldsymbol{\nabla}T\right) + \frac{1}{\nu^\lambda_{ph}}I_{phe}(\delta f_k, N^{(0)}_{q\lambda}) = g^{(1)}_\lambda(\mathbf{q}) + g^{(2)}_\lambda(\mathbf{q}), \quad (3)$$

где $\nu^\lambda_{ph} = \nu^{(1)\lambda}_{ph} + \nu^\lambda_{phe}$ — полная частота релаксации фононов с волновым вектором $\mathbf{q}$ и поляризацией λ, а $\nu^\lambda_{phe}(k_F, q)$ — частота релаксации импульса фононов на электронах [7,14]. Функция $g^{(1)}_\lambda(\mathbf{q})$ обусловлена непосредственным действием градиента температуры на фононную подсистему, а добавка $g^{(2)}_\lambda(\mathbf{q})$ учитывает влияние неравновесности электронов

$$g^{(2)}_\lambda(\mathbf{q}) = \frac{1}{\nu^\lambda_{ph}(\mathbf{q})}I_{phe}(\delta f_\mathbf{k}, N^0_{q\lambda}) = \frac{4\pi}{\hbar}\frac{|C_{q\lambda}|^2}{\nu^\lambda_{ph}(\mathbf{q})}\frac{\hbar\omega_{q\lambda}}{k_BT}N^0_{q\lambda}\left(N^0_{q\lambda}+1\right)\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k}'}\delta f_{\mathbf{k}'} \times\left[\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}-\varepsilon_{k'}) - \delta(\varepsilon_{k'+q}-\varepsilon_{k'})\right], \quad (4)$$

$|C^\lambda_q|^2 = E^2_{0\lambda}\hbar q/s_\lambda\rho = C^2_{0\lambda}q$, ρ — плотность кристалла, $E_{0\lambda}$ — константа деформационного потенциала, s_λ — скорость звука.

Учитывая выражения (3) и (4), получим замкнутое интегральное уравнение для неравновесной добавки к функции распределения электронов

$$\delta f_\mathbf{k} = \delta f^{(1)}_\mathbf{k} + \frac{e\tau(\varepsilon_k)}{\hbar c}\left([\boldsymbol{\upsilon}_\mathbf{k}\times\mathbf{H}]\boldsymbol{\nabla}_\mathbf{k}\right)\delta f_\mathbf{k} + \delta f^{(2)}_\mathbf{k}. \quad (5)$$

Функция $\delta f^{(1)}_\mathbf{k}$ учитывает непосредственное действие электрического поля и градиента температуры на электронную подсистему, а также эффект увлечения электронов фононами. Она имеет известный вид [3]

$$\delta f^{(1)}_\mathbf{k} = \left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon_k}\right)\left(\boldsymbol{\upsilon}_k\boldsymbol{\chi}_1(\varepsilon_k)\right);$$

$$\boldsymbol{\chi}_1(\varepsilon_k) = -e\tau(\varepsilon_k) \times\left(\mathbf{E} + \frac{k_B}{e}\left(\frac{\left(\tilde{m}(\varepsilon)\right)^2}{\tilde{k}^3}A_{ph}(\varepsilon) + \frac{\varepsilon_k-\zeta}{k_BT}\right)\boldsymbol{\nabla}T\right),$$

$$A_{ph}(\varepsilon) = \sum_\lambda\frac{m_Fs^2_\lambda}{k_BT}\left\langle\frac{\nu^\lambda_{eph}(k_F,q)}{\nu^\lambda_{ph}(q)}\right\rangle_{z^\lambda_{2k}} \equiv \sum_\lambda\frac{m_Fs^2_\lambda}{k_BT}\int\limits_0^{z^\lambda_{2k}}dz^\lambda_q\frac{\nu^\lambda_{eph}(k_F,q)}{\nu^\lambda_{ph}(q)},$$

$$z^\lambda_q = \frac{\hbar\omega_{q\lambda}}{k_BT} = \frac{q}{q^\lambda_T}, \qquad q^\lambda_T = \frac{k_BT}{\hbar s_\lambda},$$

$$z^\lambda_{2k} = \frac{2k}{q^\lambda_T}, \quad \tilde{m}(\varepsilon) = \frac{m(\varepsilon)}{m_F}, \quad m_F = m(\zeta) \quad (6)$$

— эффективная масса электрона на уровне Ферми, $\tilde{k} = k/k_F$, $\hbar k_F$ — фермиевский импульс. Здесь $\tau(\varepsilon)$ — полное время релаксации электронов, $\tau^{-1}(\varepsilon_k) = \nu_e(k) = \nu_{ei}(k) + \nu_{eph}(k)$, $\nu_{ei}(k)$ и $\nu_{eph}(k)$ — частóты релаксации электронов на примесях и на фононах, а функция $A_{ph}(\varepsilon)$ зависит от энергии ε только через верхний предел интегрирования $2k(\varepsilon)$. Добавка $\delta f^{(2)}_k$ учитывает влияние неравновесности электронов через фононы на функцию распределения электронов

$$\delta f^{(2)}_\mathbf{k} = \tau(\varepsilon_k)I_{eph}\left(f_0, g^{(2)}_\lambda\right) = \left(\frac{2\pi}{\hbar}\right)^2\frac{2}{V}\tau(\varepsilon_k) \times\sum_{\mathbf{k}',\mathbf{q},\lambda}\frac{|C^\lambda_q|^4}{\nu^\lambda_{ph}(q)}\frac{(\hbar\omega_q)^2}{k_BT}N^0_{q\lambda}(N^0_{q\lambda}+1) \times\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon_k}\left[\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}-\varepsilon_\mathbf{k}) - \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}-\varepsilon_\mathbf{k})\right] \times\delta f_{\mathbf{k}'}\left[\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}'}) - \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}'})\right]. \quad (7)$$

Вычисление электронных потоков с помощью функции $\delta f^{(1)}_k$ позволяет определить кинетические коэффициенты и проанализировать термомагнитные и термоэлектрические эффекты в рамках стандартной теории электрон-фононного увлечения [3]. В этом случае соотношения симметрии Онзагера для кинетических коэффициентов (см. [9,10]) не выполняются. Поэтому при решении системы кинетических уравнений необходимо принять во внимание члены $\delta f^{(2)}_k$ и $g^{(2)}_\lambda(\mathbf{q})$, учитывающие взаимное влияние неравновесности электронов и фононов.

Для решения кинетического уравнения (5) представим функции δf_k и $\delta f^{(2)}_k$ в виде

$$\delta f_\mathbf{k} = \left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon_\mathbf{k}}\right)\left(\boldsymbol{\upsilon}_k\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)\right),$$

$$\delta f^{(2)}_\mathbf{k} = \left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon_k}\right)\left(\boldsymbol{\upsilon}_\mathbf{k}\boldsymbol{\chi}^{(2)}(\varepsilon)\right) \quad (8)$$

и получим уравнение для функции $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$

$$\boldsymbol{\chi}(\varepsilon) = \boldsymbol{\chi}^{(1)}(\varepsilon) + \gamma(\varepsilon)\left[\mathbf{h}\times\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)\right] + \boldsymbol{\chi}^{(2)}(\varepsilon),$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{H}/H, \quad (9)$$

где $\gamma(\varepsilon) = \Omega(\varepsilon)\tau(\varepsilon)$, $\Omega(\varepsilon) = eH/m(\varepsilon)c$ — циклотронная частота.

Для нахождения функции $\boldsymbol{\chi}^{(2)}(\varepsilon)$ воспользуемся выражением (7) и возьмем интеграл по угловым переменным $d\Omega_{k'}$ и $d\Omega_q$ при помощи δ-функций, учитывающих закон сохранения энергии. Тогда интегральный член $\boldsymbol{\chi}^{(2)}(\varepsilon)$ в принятых нами обозначениях может быть записан в виде

$$\boldsymbol{\chi}^{(2)}(\varepsilon) = \frac{\tilde{m}^2(\varepsilon)\tau(\varepsilon)}{\tilde{k}^3}\mathbf{Q}(\varepsilon)$$

$$= \frac{\tilde{m}^2(\varepsilon)\tau(\varepsilon)}{\tilde{k}^3}\sum_{\lambda}\int_0^{z_{2k}^{\lambda}} dz_q^{\lambda} \frac{\nu_{phe}^{\lambda}(k_F,q)\nu_{eph}^{\lambda}(k_F,q)}{\nu_{ph}^{\lambda}(q)}$$

$$\times \int_{\varepsilon_{q/2}}^{\infty} d\varepsilon' \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon'}\right) \tilde{m}(\varepsilon')\boldsymbol{\chi}(\varepsilon'). \qquad (10)$$

Интегральное уравнение (9)–(10) решалось в работах [11,12] для невырожденного электронного газа и в работах [5,7,8,10] для вырожденных проводников. Ядро этого интегрального уравнения имеет сложный вид: неизвестная функция $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$ входит под двойной интеграл и для его решения необходимо конкретизировать зависимости частот релаксации от волнового вектора фононов [7]. Поэтому преобразуем его следующим образом [14]. Учитывая неравенства $q/2 < k$ и $q/2 < k'$, разобьем область интегрирования по k' на две части — $k' < k$ $(q/2 < k' < k)$ и $k < k'$ $(q/2 < k < k')$ — и поменяем порядок интегрирования по волновым векторам q и k'. В результате уравнение для функции $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$ может быть представлено в виде системы неоднородных интегральных уравнений Вольтерра для компонент вектора $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$

$$\boldsymbol{\chi}(\varepsilon) = \boldsymbol{\chi}_1(\varepsilon) + \gamma(\varepsilon)\left[\mathbf{h}\times\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)\right] + \frac{\tilde{m}^2(\varepsilon)\tau(\varepsilon)}{\tilde{k}^3}\mathbf{Q}(\varepsilon),$$

$$\mathbf{Q}(\varepsilon) = \Phi(\varepsilon)\int_{\varepsilon}^{\infty} d\varepsilon' \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon'}\right) \tilde{m}(\varepsilon')\boldsymbol{\chi}(\varepsilon')$$

$$+ \int_0^{\varepsilon} d\varepsilon' \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon'}\right) \tilde{m}(\varepsilon')\Phi(\varepsilon')\boldsymbol{\chi}(\varepsilon')$$

$$= \Phi(\varepsilon)\mathbf{K}^{>}(\varepsilon) + \mathbf{K}^{<}(\varepsilon),$$

$$\Phi(\varepsilon) = \sum_{\lambda}\left\langle \frac{\nu_{phe}^{\lambda}(k_F,q)\nu_{eph}^{\lambda}(k_F,q)}{\nu_{ph}^{\lambda}(q)} \right\rangle_{z_{2k}^{\lambda}}, \qquad (11)$$

где $\Phi(\varepsilon)$ зависит от энергии ε через верхний предел интегрирования $z_{2k(\varepsilon)}^{\lambda}$. Обратная величина $\Phi(\varepsilon)^{-1}$ характеризует время, в течение которого импульс, переданный электронами в фононную подсистему, возвращается обратно электронам.

Неравновесная добавка к функции распределения фононов $g_{\lambda}^{(2)}(\mathbf{q})$ может быть выражена через функцию $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$ следующим образом:

$$g_{\lambda}^{(2)}(\mathbf{q}) = -\frac{\nu_{phe}(q)}{\nu_{ph}^{\lambda}(q)}\frac{N_{q\lambda}^0\left(N_{q\lambda}^0+1\right)}{k_BT}$$

$$\times \int_{\varepsilon_{q/2}}^{\infty} d\varepsilon \left(\frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right) \tilde{m}(\varepsilon)\left(\hbar\mathbf{q}\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)\right). \qquad (12)$$

Интегральное уравнение (11) проще, нежели уравнение (9)–(10), исследованное ранее в работах [7–12], и позволяет построить регулярную схему расчета функции $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$, не прибегая к разложению по малому параметру, связанному со слабостью электрон-фононного взаимодействия или малостью эффекта взаимного влияния неравновесности электронов и фононов. Далее будет показано, что это уравнение можно решить, используя лишь условие сильного вырождения $k_BT/\zeta \ll 1$.

2. Решение кинетического уравнения для электронов

Используя стандартный способ [3] преобразования члена, зависящего от магнитного поля в уравнении (11), получим

$$\boldsymbol{\chi}(\varepsilon) = \boldsymbol{\chi}_{1H}(\varepsilon) + \frac{\tilde{m}^2(\varepsilon)\tau\varepsilon}{\tilde{k}^3(1+\gamma^2(\varepsilon))}\mathbf{Q}_H(\varepsilon),$$

$$\mathbf{Q}_H(\varepsilon) = \mathbf{Q}(\varepsilon) + \gamma(\varepsilon)[\mathbf{h}\times\mathbf{Q}(\varepsilon)], \qquad (13)$$

$$\boldsymbol{\chi}_{1H}(\varepsilon) = \left\{\boldsymbol{\chi}_1(\varepsilon) + \gamma(\varepsilon)\left[\mathbf{h}\times\boldsymbol{\chi}_1(\varepsilon)\right]\right\}\left(1+\gamma^2(\varepsilon)\right)^{-1}. \qquad (14)$$

Решение интегрального уравнения (13) удобнее искать не для функции $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$, а для $\mathbf{Q}(\varepsilon)$. Воспользовавшись формулами (11) и (13), найдем

$$\mathbf{Q}(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} d\varepsilon' \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon'}\right) \Phi(\varepsilon')\tilde{m}(\varepsilon')\boldsymbol{\chi}(\varepsilon')$$

$$+ \Phi(\varepsilon)\int_{\varepsilon}^{\infty} d\varepsilon' \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon'}\right) \tilde{m}(\varepsilon')\boldsymbol{\chi}(\varepsilon'). \qquad (15)$$

Решение уравнения (15) в линейном приближении по параметру вырождения $(k_BT)/\zeta$ находится в два этапа. Вначале определим зависимость функции $\mathbf{Q}(\varepsilon)$ от энергии ε. Для этого разложим функцию $\mathbf{Q}(\varepsilon)$ в ряд по параметру $(\varepsilon-\zeta)$, поскольку производная функции Ферми $(-\partial f_0/\partial\varepsilon)$ ограничивает интервал интегрирования (15) областью теплового размытия уровня Ферми

$$\mathbf{Q}(\varepsilon) = \mathbf{Q}(\zeta) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\varepsilon-\zeta)^n}{n!}\mathbf{Q}^{(n)}(\zeta),$$

$$\mathbf{Q}^{(n)}(\zeta) = \left(\frac{d^n\mathbf{Q}(\varepsilon)}{d\varepsilon^n}\right)_{\varepsilon=\zeta}. \qquad (16)$$

Используя интегральное уравнение (15), запишем выражения для первых двух производных $\mathbf{Q}(\varepsilon)$ по энергии

$$\mathbf{Q}^{(1)}(\varepsilon) = \Phi^{(1)}(\varepsilon)\mathbf{K}^{>}(\varepsilon),$$

$$\mathbf{K}^{>}(\varepsilon) = \int\limits_{\varepsilon}^{\infty} d\varepsilon' \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon'}\right) \tilde{m}(\varepsilon')\boldsymbol{\chi}(\varepsilon'),$$

$$\mathbf{Q}^{(2)}(\varepsilon) = \Phi^{(2)}(\varepsilon)\mathbf{K}^{>}(\varepsilon) - \Phi^{(1)}(\varepsilon)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\tilde{m}(\varepsilon)\boldsymbol{\chi}(\varepsilon). \tag{17}$$

Очевидно, что интегральное уравнение (15) для $\mathbf{Q}(\varepsilon)$ эквивалентно системе неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка для компонент вектора $\mathbf{Q}(\varepsilon)$

$$\mathbf{Q}^{(2)}(\varepsilon) = \frac{\Phi^{(2)}(\varepsilon)}{\Phi^{(1)}(\varepsilon)}\mathbf{Q}^{(1)}(\varepsilon) - \Phi^{(1)}(\varepsilon)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) \times \left[\tilde{m}(\varepsilon)\boldsymbol{\chi}_{1H}(\varepsilon) + \left(\frac{\tilde{m}(\varepsilon)}{\tilde{k}(\varepsilon)}\right)^3 \psi(\varepsilon)\mathbf{Q}_H(\varepsilon)\right],$$

$$\psi(\varepsilon) = \tau(\varepsilon)\left(1+\gamma^2(\varepsilon)\right)^{-1}. \tag{18}$$

Для решения этого уравнения необходимо в явном виде выделить зависимость функций $\Phi(\varepsilon)$, $\tau(\varepsilon)$ и $m(\varepsilon)$ от энергии электрона ε. В данной работе ставится более узкая задача: не конкретизируя этих зависимостей, найти решение уравнения (17) в линейном приближении по параметру вырождения. Из уравнений (17) и (18) следует, что все высшие производные $\mathbf{Q}^{(n)}(\varepsilon)$ могут быть выражены через две векторные функции: $\mathbf{K}^{>}(\varepsilon)$ и $\mathbf{Q}(\varepsilon)$. Проанализируем производные функции $\mathbf{Q}^{(n)}(\zeta)$ и выделим в них члены, вносящие вклад, линейный по параметру (k_BT/ζ). Тогда для производных функций $\mathbf{Q}^{(n)}(\zeta)$ при $n \geq 2$ найдем

$$\mathbf{Q}^{(n)}(\zeta) = -\Phi^{(1)}(\zeta)\left\{\left[-\frac{\partial^{n-1} f_0}{\partial \varepsilon^{n-1}}\right]_{\varepsilon=\zeta}\boldsymbol{\chi}(\zeta) + \frac{n-2}{k_BT}\left[-\frac{\partial^{n-2} f_0}{\partial \varepsilon^{n-2}}\right]_{\varepsilon=\zeta}\tau_F\mathbf{B}\right\},$$

$$\mathbf{B} = -k_B\{\nabla T + \gamma_F[\mathbf{h}\times\nabla T]\},$$

$$\gamma_F = \gamma(\zeta) = \Omega(\zeta)\tau(\zeta). \tag{19}$$

Подстановка выражений (17) и (19) в (16) дает

$$\mathbf{Q}(\varepsilon) = \mathbf{Q}(\zeta) + k_BT\Phi^{(1)}(\zeta)\left\{\mathbf{K}^{>}(\zeta)\eta - \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{\partial^n f_0(\eta)}{\partial \eta^n}\right)_{\eta=0}\left[\frac{\eta^{n+1}}{(n+1)!}\boldsymbol{\chi}(\zeta) + \frac{n\eta^{n+2}}{(n+2)!}\tau_F\mathbf{B}\right]\right\}, \tag{20}$$

где $\mathbf{K}^{>}(\zeta) = \int\limits_{\zeta}^{\infty} d\varepsilon'\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon'}\right)\tilde{m}(\varepsilon')\boldsymbol{\chi}(\varepsilon')$, а $\eta = (\varepsilon - \zeta)/k_BT$ является фактическим параметром энергетического разложения. В окрестности энергии Ферми строгое неравенство $|\eta| \ll 1$ не выполняется, поэтому при суммировании рядов (20) нельзя ограничиться конечным числом членов. Суммирование бесконечных рядов приводит к результату

$$\mathbf{Q}(\varepsilon) = \mathbf{Q}(\zeta) + k_BT\Phi^{(1)}(\zeta) \times \left\{\eta\mathbf{K}^{>}(\zeta) - f_1(\eta)\boldsymbol{\chi}(\zeta) - f_2(\eta)\tau_F\mathbf{B}\right\}, \tag{21}$$

где $f_1(\eta) = \ln(1+\exp(-\eta)) - \ln(2) + \eta/2$, $f_2(\eta) = \eta f_1(\eta) - 2\int\limits_0^{\eta} d\eta' f_1(\eta')$. Итак, найдена зависимость функции $\mathbf{Q}(\varepsilon)$ от энергии ε и четырех констант— компонент векторов $\mathbf{Q}(\zeta)$ и $\mathbf{K}^{>}(\zeta)$, которые подлежат определению. Отметим, что функция $f_1(\eta)$ симметрична относительно замены η на $(-\eta)$, а функция $f_2(\eta)$ — антисимметрична относительно такой замены, поэтому $\mathbf{Q}(\varepsilon)$ также может быть разделена на две части: симметричную $\mathbf{Q}_s(\varepsilon)$ и антисимметричную $\mathbf{Q}_a(\varepsilon)$

$$\mathbf{Q}_s(\varepsilon) = \mathbf{Q}(\zeta) - (k_BT)\Phi^{(1)}(\zeta)f_1(\eta)\boldsymbol{\chi}(\zeta),$$

$$\mathbf{Q}_a(\varepsilon) = k_BT\Phi^{(1)}(\zeta)\left[\eta\mathbf{K}^{>}(\zeta) - f_2(\eta)\tau_F\mathbf{B}\right]. \tag{22}$$

Симметричная часть $\mathbf{Q}_s(\varepsilon)$ вносит вклад в поток заряда, а антисимметричная $\mathbf{Q}_a(\varepsilon)$ — в поток тепла.

Таким образом, для решения интегрального уравнения (15) нам осталось определить функции $\mathbf{Q}(\zeta)$ и $\mathbf{K}^{>}(\zeta)$. Воспользуемся разложением $\Phi(\varepsilon) - \Phi(\zeta) \approx (\varepsilon - \zeta) \times \Phi^{(1)}(\zeta)$ и перепишем уравнение (15) в следующем виде:

$$\mathbf{Q}(\zeta) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\eta\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \eta}\right)\Phi(\varepsilon)\tilde{m}(\varepsilon)\boldsymbol{\chi}(\varepsilon) - \Phi(\zeta)D_\Phi\int\limits_0^{\infty} d\eta\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \eta}\right)\eta\tilde{m}(\varepsilon)\boldsymbol{\chi}(\varepsilon), \tag{23}$$

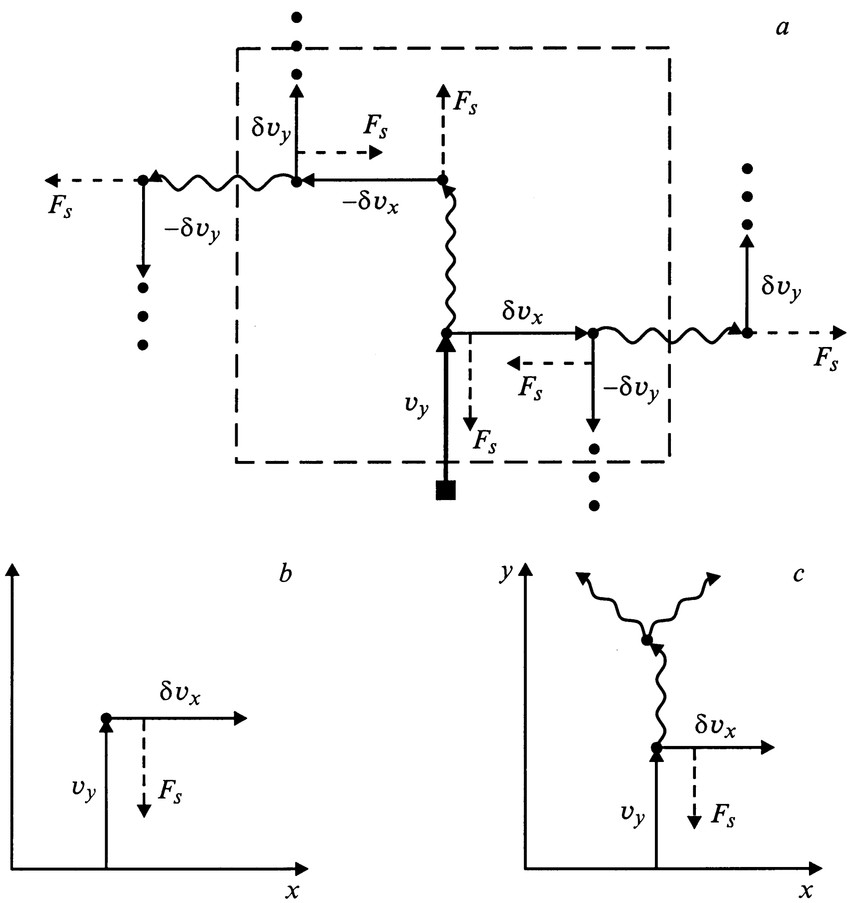
где $\varepsilon = \zeta + \eta k_BT$, а $D_\Phi = \left(\frac{k_BT}{\zeta}\right)\zeta\frac{d}{d\varepsilon}\left[\ln(\Phi(\varepsilon))\right]_{\varepsilon=\zeta}$.

В нулевом порядке по параметру вырождения вторым слагаемым в (23) можно пренебречь, и тогда решение векторного уравнения для $\mathbf{Q}_0(\zeta)$ находится просто

$$\mathbf{Q}_0(\zeta) = \frac{-e\Gamma_H}{(1+\gamma^2_{\Gamma 0})(1-\Gamma_H)^2}\{\mathbf{E}_A(1-\Gamma) + \gamma_F[\mathbf{h}\times\mathbf{E}_A]\},$$

$$\mathbf{E}_A = \mathbf{E} + \frac{k_B}{e}A_{ph}(\zeta)\nabla T, \tag{24}$$

где $\Gamma_H = \Gamma(1+\gamma_F^2)^{-1}$, $\gamma_{\Gamma 0} = \Gamma_H\gamma_F(1-\Gamma_H)^{-1} = \Gamma\gamma_F(1-\Gamma+\gamma_F^2)^{-1} = \Omega\tau_\Gamma$. Параметр $\Gamma = \tau_F\Phi(\zeta)$ характеризует степень взаимного влияния неравновесности электронов и фононов в отсутствие магнитного поля. Он равен отношению времени свободного пробега электрона к времени, в течение которого импульс, переданный электронами фононам, возвращается обратно в электронную систему. В магнитном поле взаимное влияние неравновесности электронов и фононов характеризуется параметром Γ_H. Очевидно, что с ростом магнитного поля роль взаимного увлечения уменьшается, и



Схема, иллюстрирующая влияние магнитного поля на релаксацию импульса электрона: в электрон-фононной системе (a), при электрон-примесном рассеянии (b), при совместном действии электрон-фононного и фонон-фононного рассеяния (c). F_s — эффективная сила, действующая на электрон в момент столкновения.

при $\gamma_F \gg 1$ эффектом взаимного увлечения можно пренебречь. Как видно из формулы (24), возникает новый параметр $\gamma_{\Gamma 0}$, который учитывает влияние магнитного поля на обмен импульсами между электронной и фононной подсистемами. В отличие от параметра γ_F параметр $\gamma_{\Gamma 0}$ немонотонным образом зависит от магнитного поля: $\gamma_{\Gamma 0} \to 0$ при $H \to 0$ и ∞ и достигает максимального значения $\gamma_{\Gamma 0\,\mathrm{max}} = \Gamma(1-\Gamma)^{-1/2}/2$ в магнитном поле, определяемом из условия $\gamma_{F\,\mathrm{max}} = (1-\Gamma)^{1/2}$. Поскольку $\gamma_{F\,\mathrm{max}} \leq 1$, следует ожидать особенностей в зависимостях кинетических коэффициентов от магнитного поля, связанных с эффектом взаимного увлечения, в слабых магнитых полях, когда параметр $\gamma_F < 1$. Величина τ_Γ определяется разностью времен свободного пробега с сохранением импульса и временем свободного пробега электрона

$$\tau_\Gamma = \tau_F(1-\Gamma_H)^{-1} - \tau_F. \qquad (25)$$

Рассмотрим простой пример, иллюстрирующий влияние магнитного поля на релаксацию импульса в электрон-фононной системе (см. рисунок). В скрещенных электрическом $\mathbf{E} = (E,0,0)$ и магнитном $\mathbf{H} = (0,0,H)$ полях в отсутствие рассеяния электрон дрейфует вдоль оси Y со скоростью $u = cE/H$. Как видно из рисунка, столкновение электрона с примесями (b) и однократное столкновение электрона с фононом (c) приводит к появлению столкновительного тока вдоль оси X. Из схемы рисунка(a) явствует, что два последовательных столкновения, при которых электрон, движущийся вдоль оси Y, вначале передает свой импульс фонону, а затем фонон возвращает этот импульс обратно в электронную подсистему, не приводят к появлению столкновительного тока j_x. Поэтому дрейфовое движение электрона вдоль оси Y сохраняется, как и при полном отсутствии рассеяния. Таким образом, в изолированной электрон-фононной системе время свободного пробега электрона конечно и определяется частотой электрон-фононных столкновений. Однако время свободного пробега с сохранением импульса равно бесконечности. Аналитические расчеты, проведенные далее, подтверждают физическую картину влияния магнитного поля на обмен импульса в электрон-фононной системе, приведенную на рисунке.

В нулевом порядке по вырождению величина $\chi_0(\zeta)$ и соответственно кинетические коэффициенты становятся независящими от параметра $\nu_{\Gamma 0}$, а полностью выражаются через перенормированное время релаксации электронов

$$\chi_0(\zeta) = -\frac{e\tilde{\tau}_F}{(1+\tilde{\gamma}_F^2)}\{\mathbf{E}_A + \tilde{\gamma}_F[\mathbf{h}\times\mathbf{E}_A]\}, \qquad (26)$$

где $\tilde{\gamma}_F = \Omega\tilde{\tau}_F$. Решение (26) соответствует приближению, принятому в работах [7,8]. Нетрудно убедиться, что $\tilde{\tau}_F = \tau_F(1-\Gamma)^{-1}$,

$$\tilde{\nu}_e = \tilde{\tau}_F^{-1} = \nu_{ei} + \tilde{\nu}_{eph},$$

$$\tilde{\nu}_{eph} = \sum_\lambda \left\langle \nu_{eph}^\lambda(k_F, q)\left(1 - \frac{\nu_{phe}^\lambda(q)}{\nu_{ph}^\lambda(q)}\right)\right\rangle_{z_{2k_F}^\lambda}. \qquad (27)$$

Как видно из (27), взаимный обмен импульсами между электронной и фононной подсистемами приводит к уменьшению эффективной частоты релаксации электронов на фононах $\tilde{\nu}_{eph}$. Эта перенормировка может быть существенной, если для актуальных волновых векторов фононов доля импульса фононов, передаваемая в электронную подсистему и пропорциональная отношению $\nu_{phe}^\lambda(q)/\nu_{ph}^\lambda(q)$, будет не слишком мала. В нулевом приближении по вырождению электронного газа наши результаты отличаются от результатов работ [7,8] только разделением вкладов продольных и поперечных фононов во времена релаксации и более строгим усреднением частот релаксации, входящих в параметр взаимного увлечения Γ. Учет взаимного увлечения электронов и фононов в этом приближении, как и было получено ранее в [7], сводится к тому, что в компонентах тензора электропроводности необходимо заменить τ_F на $\tilde{\tau}_F$. Интересно заметить, что в пределе полного увлечения $\Gamma \to 1$ величина $\tilde{\tau}_F \to \infty$, в отсутствие магнитного поля $\sigma_{xx} \to \infty$, а в магнитном поле компоненты тензора электропроводности $\sigma_{xx} \to 0$ и $\sigma_{yx} \to enc/H$. При этом электроны будут дрейфовать в направлении перпендикулярном электрическому и магнитному полям, со скоростью $u = cE/H$, как и при полном отсутствии рассеяния. Это связано с тем, что ток увлечения, пропорциональный неравновесной добавке к функции распределения электронов $\delta f_k^{(2)}$, имеет направление, противоположное току, обусловленному функцией $\delta f_k^{(1)}$, и при $\Gamma \to 1$ полностью компенсирует его. В этом приближении диффузионный ток равен нулю, термоэдс определяется фононной компонентой $\alpha = -\frac{k_B}{e}A_{ph}$, а продольный и поперечный коэффициенты Нернста–Эттингсгаузена равны нулю. Очевидно, что нулевого приближения по вырождению недостаточно для анализа термоэлектрических и термомагнитных эффектов с учетом электрон-фононного увлечения.

Для нахождения функций $\mathbf{Q}(\zeta)$ в первом порядке по параметру вырождения подставим (14) и (21) в (23) и выполним интегрирование по η. В результате получим векторное уравнение, решение которого имеет вид

$$\mathbf{Q}(\zeta) = \frac{-e\Gamma_H}{(1+\gamma_{\Gamma 0}^2)(1-\Gamma_H)}\{\mathbf{E}_{1Q}(1-\Gamma) + \gamma_F[\mathbf{h}\times\mathbf{E}_{2Q}]\}, \qquad (28)$$

где эффективные поля $\mathbf{E}_{nQ}$ выражаются следующим образом:

$$\mathbf{E}_{nQ} = \mathbf{E}_A\beta_{nQ} + \mathbf{E}_{nT},$$

$$\beta_{1Q} = \frac{1}{(1-\Gamma_H)}\Bigg[1 - \Gamma - \frac{D_\Phi}{((1-\Gamma)^2+\gamma_F^2)} \times \left[\left[(1-\Gamma)^2 + \gamma_F^2(1-2\Gamma)\right]\ln(2) + J_1\Gamma\left[(1-\Gamma)^2 - \gamma_F^2\right]\right]\Bigg],$$

$$\beta_{2Q} = \frac{1}{(1-\Gamma_H)}\Bigg[1 - \frac{D_\Phi}{((1-\Gamma)^2+\gamma_F^2)} \times \left[(1-\Gamma^2+\gamma_F^2)\ln(2) + 2J_1\Gamma(1-\Gamma)\right]\Bigg],$$

$$J_1 = \int_{-\infty}^{\infty} d\eta\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\eta}\right)f_1(\eta) \cong 0.3,$$

$$\mathbf{E}_{1T} = \frac{\pi^2}{3}\frac{k_B}{e}\left\{D_1 - \frac{\gamma_F^2\Gamma_H}{1-\Gamma_H}D_2\right\}\nabla T,$$

$$\mathbf{E}_{2T} = \frac{\pi^2}{3}\frac{k_B}{e}\left\{D_2 + \frac{\Gamma_H}{1-\Gamma_H}D_1\right\}\nabla T,$$

$$D_2 = k_BT\frac{d}{d\varepsilon}\left[\ln\left(m(\varepsilon)\psi(\varepsilon)\gamma(\varepsilon)\Phi^{1/2}(\varepsilon)\right)\right]_{\varepsilon=\zeta},$$

$$D_1 = k_BT\frac{d}{d\varepsilon}\left[\ln\left(m(\varepsilon)\psi(\varepsilon)\Phi^{1/2}(\varepsilon)\right)\right]_{\varepsilon=\zeta}. \qquad (29)$$

В нулевом порядке по параметру вырождения для функции $\mathbf{K}^>(\zeta)$ имеем

$$\mathbf{K}_0^>(\zeta) = -\frac{e\psi_F}{2}\left\{\frac{(1+\gamma_F^2)}{\gamma_F^2+(1-\Gamma)^2}\left[\mathbf{E}_A(1-\Gamma) + \gamma_F[\mathbf{h}\times\mathbf{E}_A]\right] - \frac{k_B}{e}2\ln 2\mathbf{B}\right\}. \qquad (30)$$

Подставив выражения (28)–(30) в (13) и (21), получим решение интегрального уравнения для функции $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$, справедливое в линейном приближении по параметру вырождения. Это решение позволяет вычислить ток проводимости, электронный и фононный потоки тепла и проанализировать зависимость кинетических коэффициентов от магнитного поля и температуры как в случае слабого ($\Gamma \ll 1$), так и в случае сильного ($\Gamma \to 1$) взаимного увлечений электронов и фононов. В предельном случае $H \to 0$ получаем выражение для $\boldsymbol{\chi}(\varepsilon)$, найденное в [14] в отсутствие магнитного поля.

3. Влияние взаимного увлечения на гальваномагнитные явления

Для вычисления тока проводимости разделим его на две части, пропорциональные неравновесным добавкам к функции распределения электронов $\delta f_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и $\delta f_{\mathbf{k}}^{(2)}$. Тогда для проводников с изотропным законом дисперсии носителей тока получим [3]

$$\mathbf{j} = -\frac{en}{m_F}\int d\varepsilon\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)\frac{(\tilde{k}(\varepsilon))^3}{\tilde{m}(\varepsilon)}(\boldsymbol{\chi}_{1H}+\boldsymbol{\chi}_{2H})$$
$$= \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2. \quad (31)$$

Использование формул (13), (22) и (28)–(30) позволяет вычислить ток $\mathbf{j}_2$, обусловленный взаимным увлечением электронов и фононов. После громоздких, но несложных вычислений получим

$$\mathbf{j}_2 = \frac{\sigma_0\Gamma}{(1-\Gamma)^2+\gamma_F^2}\left\{\left[\frac{1-\Gamma-\gamma_F^2}{1+\gamma_F^2}-\frac{C_1D_\Phi(1-\tilde{\gamma}_F^2)}{1+\tilde{\gamma}_F^2}\right]\mathbf{E}\right.$$
$$\left.+\gamma_F\left[\frac{2-\Gamma}{1+\gamma_F^2}-\frac{2C_1D_\Phi}{(1-\Gamma)(1+\tilde{\gamma}_F^2)}\right][\mathbf{h}\times\mathbf{E}]\right\}, \quad (32)$$

где $\sigma_0 = \frac{e^2n\tau_F}{m_F}$, $C_1 = \ln(2) + J_1$. При $H = 0$ из (32) получаем соответствующее выражение работы [14]. В линейном приближении по k_BT/ζ для полного тока j имеем

$$\mathbf{j} = \sigma_{xx}\mathbf{E} + \sigma_{yx}[\mathbf{h}\times\mathbf{E}]. \quad (33)$$

Здесь

$$\sigma_{xx} = \frac{\tilde{\sigma}_0}{1+\tilde{\gamma}_F^2}\left\{1-\frac{C_1\Gamma D_\Phi(1-\tilde{\gamma}_F^2)}{(1-\Gamma)(1+\tilde{\gamma}_F^2)}\right\},$$
$$\sigma_{yx} = \frac{\tilde{\sigma}_0\tilde{\gamma}_F}{1+\tilde{\gamma}_F^2}\left\{1-\frac{2C_1\Gamma D_\Phi}{(1-\Gamma)(1+\tilde{\gamma}_F^2)}\right\},$$
$$\tilde{\sigma}_0 = \sigma_0\tilde{\tau}/\tau. \quad (34)$$

При $H \to 0$ выражение для σ_{xx} совпадает с результатом, полученным в [14]. Как уже отмечалось, в нулевом приближении по вырождению результат учета взаимного увлечения в компонентах тензора проводимости сводится к замене τ_F на $\tilde{\tau}_F = \tau_F/(1-\Gamma)$. Линейная по параметру k_BT/ζ добавка может быть существенна в случае сильного увлечения, когда $1-\Gamma \ll 1$. Из (34) находим выражения для поперечного магнетосопротивления и коэффициента Холла

$$\rho_\perp = \tilde{\rho}_0\left\{1+\frac{C_1\Gamma D_\Phi}{1-\Gamma}\right\},\ \rho_0 = \tilde{\sigma}_0^{-1},\ R_H = -\frac{1}{ecn_e}. \quad (35)$$

Как видно из (35), строгое решение системы кинетических уравнений для электрон-фононной системы в линейном приближении по параметру вырождения в отличие от [8] не приводит к появлению в $\rho_\perp$ членов, зависящих от магнитного поля. Учет взаимного увлечения не оказывает никакого влияния на коэффициент Холла. Как уже отмечалось при обсуждении рисунка, это связано с особенностью влияния магнитного поля на обмен импульса в электрон-фононной системы. Выражение для $\rho_\perp$ совпадает с результатом, полученным в [14] в отсутствие магнитного поля.

Итак, рассмотрено взаимное влияние неравновесности электронов и фононов в вырожденных проводниках в классических магнитных полях. Найдено решение системы кинетических уравнений для электрон-фононной системы в линейном приближении по параметру вырождения. Проанализировано влияние магнитного поля на релаксацию импульса в электрон-фононной системе. Вычислены поперечное магнетосопротивление и коэффициент Холла. Показано, что учет взаимного увлечения не приводит к зависимости этих величин от магнитного поля. Полученные в работе результаты позволяют исследовать термомагнитные и термоэлектрические эффекты в вырожденных проводниках. В дальнейшем будет рассмотрено влияние взаимного увлечения электронов и фононов на продольный и поперечный эффекты Нернста–Эттингсгаузена.

Автор выражает благодарность И.Ю. Араповой за полезные замечания и помощь в оформлении рукописи статьи.

Список литературы

[1] И.М. Цидильковский. Термомагнитные явления в полупроводниках. Наука, М. (1960). 296 с.
[2] П.С. Зырянов, М.И. Клингер. Квантовая теория явлений электронного переноса в кристаллических полупроводниках. Наука, М. (1976). 480 с.
[3] В.М. Аскеров. Электронные явления переноса в полупроводниках. Наука, М. (1985). 318 с.
[4] Ф.Дж. Блат, П.А. Шредер, К.А. Фоилс, Д. Грейг. Термоэлектродвижущая сила металлов. Металлургия, М. (1980). 248 с.
[5] Р.Н. Гуржи. УФН **94**, *4*, 689 (1968); Р.Н. Гуржи, А.И. Копелиович. УФН **133**, *1*, 33 (1981).
[6] П.С. Зырянов, Г.И. Гусева. УФН **95**, *4*, 565 (1968); R.T. Delves. Pept. Progr. Phys. **28**, *2*, 249 (1965).
[7] Л.Э. Гуревич, И.Я. Коренблит. ФТТ **6**, *3*, 856 (1964).
[8] И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **63**, *4(10)*, 1495 (1972).
[9] I.I. Hanna, E.H. Sondheimer. Phoc. Roy. Soc. **A239**, *1217*, 247 (1957).
[10] E.H. Sondheimer. Proc. Roy. Soc. **A234**, *1198*, 391 (1956).
[11] J.E. Parrott. Proc. Phys. Soc. **B70**, *6*, 590 (1957).
[12] J. Appel. Zs. Naturforcen **12a**, *5*, 410 (1957); **13a**, *5*, 386 (1958).
[13] I.M. Tsidilkovskii, I.G. Kuleyev. Semicond. Sci. Technol. **11**, *5*, 625 (1996).
[14] И.Г. Кулеев. ФММ **87**, *6*, 5 (1999); И.Г. Кулеев. ФТТ **41**, *10*, 1753 (1999).